**Квантові обчислення і нові можливості**

**інформаційно-комунікаційних технологій**

*Довгий С.О., Королюк Д.В.*

[*Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного простору*](http://www1.nas.gov.ua/OrgStructure/PresidiumOrg/atPresidium/ScientificOrgs/Pages/itgip.aspx)

*НАН України*

# *Введення.*

# Хвильова функція, або псі-функція – це комплекснозначна функція, що використовується у квантовій механіці для опису стану квантовомеханічної системи. Визначає густину ймовірності перебування частинки у деякій ділянці простору в деякий момент часу таким чином. А саме, ймовірність перебування частинки в деякій точці пропорційна квадрату модуля хвильової функції в ній.

# Х.Ф. визначається рівнянням Шредінгера

 де - потенціальна енергія, а **Δ** – лапласіан.

Фотонні кубіти характеризуються станом полярізації фотонів і зображуються сферою Пуанкаре, як на Рис. 1,

де***I*** - інтенсивність світлової хвилі, – еліптичність, – азімут, – степінь поляризації. Квантові стани характеризується параметрами Стокса , де

,

Параметри Стокса не є незалежними і завжди підлягають нерівності: Параметр визначає інтенсивність світла, у той час як решта параметрів відповідають за опис стану поляризації електромагнітної хвилі.Степінь поляризації визначається наступним чином:

 **.**

Кубіт – квантовий біт, основний об’єкт інформації у квантових обчисленнях. Принципова відмінність кубітів полягає у тому, що вони не обмежується лише 0 та 1, кубіт може мати значення, яке є або одним із них, або будь-яке інше значення, яке знаходиться між 0 та 1. Дане явище називається квантовою суперпозицією та відповідно може відбуватись лише в квантах – дуже маленьких об’єктах.

Якщо кожний стан кубіта позначити як (функція, яка описує стан, коли спін квантової частинки направлений проти зовнішнього поля) та (спін квантової частинки направлений по направленню зовнішнього поля), тоді будь-який стан із множини можливих станів, буде визначатись наступним співвідношенням (суперпозицією):  **,** де **α**, **β** – комплексні числові коефіцієнти, які задовольняють відношенню (являються амплітудами ймовірностей переходів у стани та ).

Для графічного представлення кубітів існує також сфера Блоха (див. Рис. 2). Стан кубіта можна переписати у вигляді , де та – дійсні числа. Множник не призводить до спостережуваних ефектів, тому цей множник можна проігнорувати. Таким чином, формула зображення Блоха зводиться до наступного вигляду:

 **.**

1. ***Логічні функції квантових обчислень.***

Квантова схема є квантовою обчислювальною моделлю, побудованою з квантових логічних ґейтів, в яких обчислювальні кроки синхронізовано по часу. Входи квантових ґейтів пов’язані з входами схеми або виходами інших ґейтів. Складна унітарна операція може бути представлена у вигляді схеми, яка складається з кількох квантових ґейтів.

2а. ***Вентіль Паулі X***

Вентиль Паулі-Х відповідає класичному вентилю NOT. Саме з цих міркувань, вентиль-Х також часто називається квантовим NOT вентилем.



Елемент NOT діє лінійно, здійснюючи наступні перетворення:

2b. ***Вентіль Паулі Z***

Елемент Z займає важливе місце в квантових схемах, він залишає стан без змін,

а переводить к стан :

2c. ***Вентіль Паулі Y***

Елемент ***Y*** є комбінацією елементів ***X*** та ***Z***. Даний елемент здійснює наступні перетворення: **,**  а також

2d. ***Елемент Адамара***

Елемент Адамара є фундаментальним квантовим вентилем. Елемент дозволяє нам відійти від полюсів сфери Блоха і створити суперпозицію. Представляє собою перетворення, які описуються матрицею: .

Відіграє ключову роль в багатьох квантових схемах, здійснюючи такі перетворення:

 та  **.** Операція Адамара – це обертання сфери навколо осі *y* на 90° з наступним обертанням навколо площини *xy* на кут 180°,

1. ***Основні однокубітні елементи***

Матриці Паулі

Оператори Адамара , зсуву фази , та елемент

Мають місце наступні співвідношення:

Чому елемент має назву **,** хоча там присутнє ? Тому, що має місце представлення

а множник перед дужкою має роль загальної фази і не грає ніяку роль.

**Подання кубітних операцій**

Як виявляється, необхідна умова на матрицю , що описує однокубітовий елемент, полягає в тому, що матриця має бути унітарною, тобто

**,**

де **—** спряжена матриця (одержувана транспонуванням і наступним комплексним спряженням ), а - одинична матриця 2x2.

***Лема.*** Будь-яка унітарна матриця має наступний розклад

де  - дійсні числа.

Зауважимо, що перша і третя матриці описують обертання, також друга матриця між ними є також обертання, в іншій площині.

Розглянемо кубіт у стані:

Його полярне представлення (точка на сфері Блоха) є наступним:

Тобто  **.**

Розглянемо три важливих класи унітарних матриць – оператори повороту відносно осей :

Формули (5а) – (5с) виходять шляхом взяття експоненти з матриць Паулі, а також наступного представлення: Нехай – дійсне число і – така матриця, що . Тоді

***Теорема 1*** ( розклад одиночного кубіта) Нехай - унітарна операція на одном кубіті. Тоді існують дійсні числа такі, що

Доведення теореми 1 базується на наступному представленні довільного унітарного оператора

 (8)

***Література***

1. Migdall, А. Single-Photon Generation and Detection: Physics and Applications, Experimental Methods in the Physical Sciences / A. Migdall: Academic Press, 2013.
2. Silva, M. Thresholds for linear optics quantum computing with photon loss at the detectors / M. Silva – Canada, 2005.
3. Eisaman, M. Single-photon sources and detectors / M. Eisaman – American Institute of Physics, 2011.
4. Preskill, J. Quantum Information and Computation / J. Preskill – California, USA: California Institute of Technology, 1998 – 777 p.