

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ
І ГЛОБАЛЬНОГО ІНФОРМАЦІЙНОГО ПРОСТОРУ
ІНСТИТУТ КІБЕРНЕТИКИ ім. В.М. ГЛУШКОВА
ІНСТИТУТ ЕКОНОМІКИ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ЕКОНОМІЦІ

№ 1-2 (8), січень-червень 2017 р.

Міжнародний науковий журнал

Заснований у липні 2014 р.
Виходить 4 рази на рік

Журнал включено до Переліку наукових фахових видань України,
в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових
ступенів доктора і кандидата наук за напрямками фізико-математичні, технічні та
економічні науки

(Наказ Міністерства освіти і науки України від 09.03.2016. № 241)

КИЇВ 2017

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

Головний редактор – **С.О. Довгий**, д-р фіз.-мат. наук, чл.-кор. НАНУ
Заступник головного редактора – **О.М. Трофимчук**, д-р техн. наук,
чл.-кор. НАНУ

Члени редколегії:

В.П. Вишневський, д-р екон. наук,
акад. НАНУ
В.М. Геєць, д-р екон. наук, акад. НАНУ
Л.Ф. Гуляницький, д-р техн. наук
Ю.І. Калюх, д-р техн. наук
Ю.Г. Кривонос, д-р фіз.-мат. наук,
акад. НАНУ
С.І. Левицький, д-р екон. наук
Р.М. Лепа, д-р екон. наук
О.О. Любіч, д-р екон. наук
В.О. Романов, д-р техн. наук

В.А. Пепеляєв, д-р фіз.-мат. наук
В.О. Петрухін, д-р техн. наук
С.К. Полумієнко, д-р фіз.-мат. наук
О.Г. Рогожин, д-р екон. наук
І.В. Сергієнко, д-р фіз.-мат. наук,
акад. НАНУ
М.І. Скрипниченко, д-р екон. наук,
чл.-кор. НАНУ
Д.В. Стефанишин, д-р техн. наук
П.І. Стецюк, д-р фіз.-мат. наук
В.О. Устименко, д-р фіз.-мат. наук

МІЖНАРОДНА РЕДАКЦІЙНА РАДА

О.М. Ведута, д-р екон. наук, проф., Росія
М. Вохозка, проф., Чеська Республіка
Р. Еспехо, проф., Великобританія
А. Крайка, проф., Польща
А. Леонард, проф., Канада
П. Миколайчак, проф., Польща
С.О. Нурмінський, д-р фіз.-мат. наук,
проф., Росія

В.М. Полтерович, д-р екон. наук, проф.,
акад. РАН, Росія
В.І. Суслов, д-р екон. наук, проф.,
чл.-кор. РАН, Росія
Ю.С. Харін, д-р фіз.-мат. наук, проф.,
чл.-кор. НАНБ, Білорусь
Г. Ширз, проф., Великобританія
М. Ячимович, проф., акад. ЧАНМ,
Чорногорія

Рекомендовано до друку Вченою радою Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (протокол № 2 від 21.02.2017 р.)

Журнал публікує оригінальні та оглядові статті, матеріали проблемного та дискусійного характеру, науково-практичні матеріали з питань математичного моделювання в різних сферах господарювання, інформаційного забезпечення процесу моделювання і прогнозування, розвитку кібернетичної складової і застосування сучасних програмно-апаратних засобів для математичного моделювання.

ОСНОВНІ ТЕМАТИЧНІ РОЗДІЛИ ЖУРНАЛУ

- Інформаційні технології в економіці
- Математичні та інформаційні моделі в економіці
- Аналіз, оцінка та прогнозування в економіці
- Дискусійні повідомлення

АДРЕСА РЕДАКЦІЇ
03186, м. Київ, Чоколівський бульв., 13,
Інститут телекомунікацій і глобального
інформаційного простору НАН України
Телефони: (044) 245-87-97
(044) 524-22-62

Свідоцтво про реєстрацію
КВ № 20259-10659 Р від 14.07.2014

Електронна версія журналу в Інтернеті
www.mmejournal.in.ua українською,
російською та англійською мовами

ЗМІСТ

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

Довгий С.О., Копійка О.В.	
Підвищення ефективності управління підприємством за рахунок трансформації ІТ-інфраструктури.....	7
Качинський А.Б., Ткач В.М., Поденко А.А.	
Ієрархія факторів типових сценаріїв реалізації DDOS-атак.....	17
Пустовіт О.С., Устименко В.О.	
Про застосування алгебраїчної комбінаторики до проблем кодування та криптографії.....	31
Приходнюк В.В., Стрижак О.Є.	
Множинні характеристики онтологічних систем.....	47

МАТЕМАТИЧНІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ МОДЕЛІ В ЕКОНОМІЦІ

Полумієнко С.К., Горда С.Є.	
Кооперативна ресурсна модель збалансованого розвитку.....	62
Васянін В.О.	
Задачі побудови комбінованих і роздільних маршрутів перевезення дрібнопартійних вантажів у внутрішніх зонах ієрархічної автотранспортної мережі.....	74
Коваленко О.В., Кряжич О.О.	
Дослідження ізотопного обміну у системі «оксид тритію – природний мінерал».....	93
Гуляницький Л.Ф., Павленко А.І.	
Моделювання залежних від часу проблем пошуку оптимальних маршрутів: огляд.....	102
Горбань І.М., Лебідь О.Г.	
Моделювання в'язкої течії за нахиленим аеродинамічним профілем при низьких числах Рейнольдса.....	117

АНАЛІЗ, ОЦІНКА ТА ПРОГНОЗУВАННЯ В ЕКОНОМІЦІ

Макаренко І.П., Рогожин О.Г.	
Світові тенденції розвитку систем інноваційних індикаторів.....	141

Махорт А.П.

Про рівновагу відкритої економічної системи за наявності
монополістів та залежних від цін споживчих уподобань..... 159

Стефанишин Д.В.

Про ризики гідроенергетичного будівництва у Дністровському
каньйоні 172

РЕФЕРАТИ..... 184

ІНФОРМАЦІЯ ПРО АВТОРІВ..... 191

CONTENTS

INFORMATION TECHNOLOGY IN ECONOMY

Dovgy S.O., Kopiika O.V. Improving enterprise management efficiency by transforming its IT infrastructure.....	7
Kachynskiy A.B, Tkach V.M., Podenko A.A. Hierarchy of factors of DDOS-attacks typical implementation scenarios.....	17
Pustovit O.S., Ustimenko V.O. Algebraic Combinatorics of application for problems coding and cryptography.....	31
Prykhodniuk V., Stryzhak O. Multiple characteristics of ontological systems.....	47

MATHEMATICAL AND INFORMATIONAL MODELS IN ECONOMY

Polumiienko S.K., Gorda S.E. Cooperative resource balanced development model.....	62
Vasyanin V.A. Vehicle routing problems with simultaneous and split delivery and pickup of small-lot cargo in the internal service areas of trunk nodes of hierarchical transport network.....	74
Kryazhych O., Kovalenko O. Research of isotope exchange in the system "tritium oxide – natural mineral".....	93
Hulianytskyi L., Pavlenko A. Modelling of time-dependent problems of search of optimal routes: overview	102
Gorban I., Lebid O. Numerical modeling the viscous flow over an inclined airfoil at low Reynolds numbers.....	117

ANALYSIS, EVALUATION AND FORECASTING IN ECONOMY

Makarenko I.P., Rogozhin O.G.	
--------------------------------------	--

World trends of the systems of innovation indicators development.....	141
Makhort A.Ph.	
On equilibrium of an open economy with monopolies and consumers interests depended on prices	159
Stefanyshyn D.V.	
On the risks of hydropower construction in the Dniester canyon	172
ABSTRACTS	184
INFORMATION ABOUT THE AUTHORS	191

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 004.04

С.О. ДОВГИЙ, О.В. КОПІЙКА

ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ УПРАВЛІННЯ ПІДПРИЄМСТВОМ ЗА РАХУНОК ТРАНСФОРМАЦІЇ ІТ-ІНФРАСТРУКТУРИ

***Анотація.** Розглядається питання модернізації ІТ-інфраструктури з метою підвищення ефективності управління підприємством. Створюється типова перспективна системна архітектура ІТ-інфраструктури, проектується система компонентів, що описують: загальні підходи щодо побудови системної архітектури; ІТ-сервіси (технологічні системи), які вирішують завдання підприємства; логічну модель ІТ-інфраструктури підприємства.*

***Ключові слова:** Центр обробки даних, типова перспективна системна архітектура, ІТ-сервіси, ІТ-інфраструктура.*

Вступ

Першими клієнтами централізованої обробки, зберігання і розповсюдження інформації були підприємства галузі телекомунікацій, нафтової і газової сфери, банки та інші споживачі, які активно впроваджували у свою діяльність інформаційні технології. Останнім часом основним фактором переходу до централізованого використання ІТ-ресурсів є використання «хмарних» технологій, тому Центри обробки даних набули великої популярності і сьогодні спостерігається справжній «бум» їх будівництва [1, 2].

При цьому, перед компаніями виникає перспектива не тільки перенесення серверів в Центри обробки даних, а й модернізації всієї ІТ-інфраструктури, що, у свою чергу, впливає на підвищення ефективності управління підприємством.

Метою даної статті є опис стратегії розвитку Системної архітектури ІТ-інфраструктури для підприємства на основі застосування передових методологій і концепцій провідних виробників апаратного і програмного забезпечення (HP, SUN, EMC, CISCO, Microsoft, ORACLE, Veritas).

1. Загальна постановка задачі

Існуюча інформаційна інфраструктура (ІТ-інфраструктура) підприємства до переходу в Центри обробки даних класифікується як неоднорідне розподілене середовище (рис. 1, ліва частина). Сервіси і додатки розміщені на

дискретних неоднорідних апаратно-програмних платформах, які забезпечують виконання певного класу бізнес-завдань. Вказане середовище формувалося історично і відповідає рівню розвитку ІТ-технологій відповідного періоду часу [3–11].

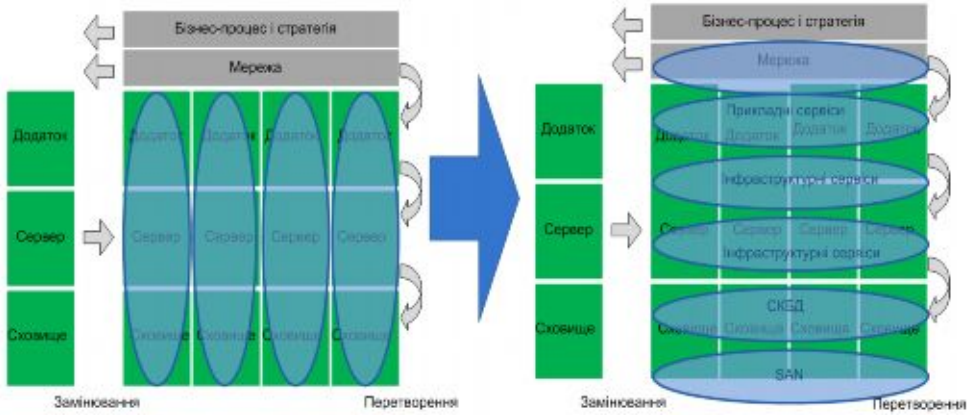


Рисунок 1 – Принцип трансформації ІТ-інфраструктури

Існуюча ІТ-інфраструктура не завжди дозволяє оптимально використовувати наявні ресурси, забезпечувати максимально ефективне управління і достатню гнучкість для адаптації до нових вимог, що висуваються бізнес-процесами та бізнес-стратегією підприємств.

Реалізація концепції розвитку ІТ-інфраструктури за рахунок побудови Центрів обробки даних підприємства показана на рис. 2.

Такий підхід дозволяє проаналізувати існуючу ІТ-інфраструктуру підприємства та визначити шляхи побудови нової на базі протестованої, еталонної архітектури [12].

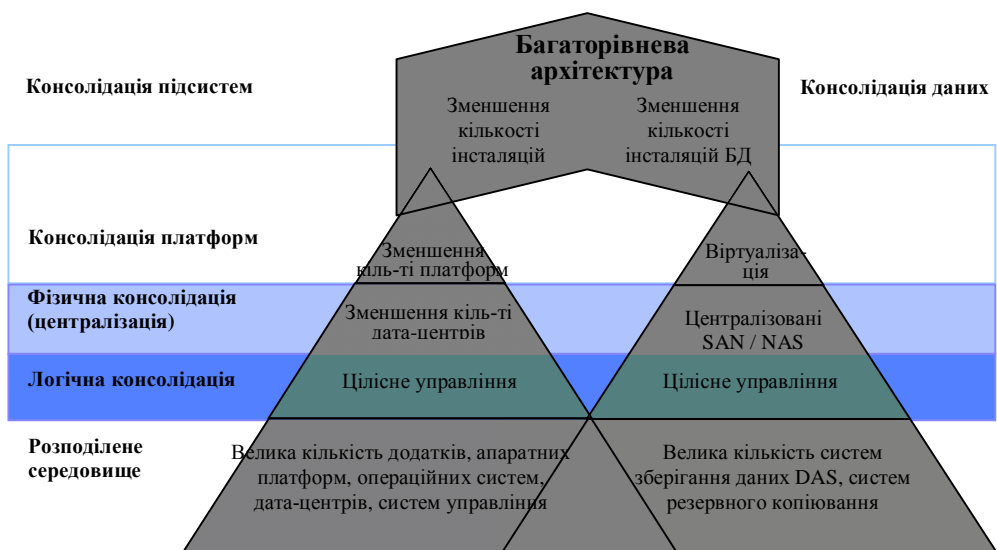


Рисунок 2 – Концепція розвитку ІТ-інфраструктури Корпорації

Такий підхід є основою для детальної розробки інформаційної технології кожного ІТ-сервісу.

2. Вимоги щодо розвитку ІТ-інфраструктури

На даний момент часу, при модернізації підприємства на перший план висуваються вимоги з модернізації ІТ-інфраструктури таким чином, щоб забезпечити максимальну ефективність і гнучкість автоматизації бізнес-процесів. Ці задачі мають такий же пріоритет, як і задачі із забезпечення вимог щодо стабільності, надійності та продуктивності [13–15].

Тому, на перший план висуваються вимоги розробки концепції розвитку ІТ-інфраструктури, яка б дозволила вирішити такі завдання:

1. Впровадження єдиної стратегії розвитку ІТ-інфраструктури для підприємства, з метою підвищення ефективності його управління.
2. Впровадження єдиної стратегії розвитку інформаційних систем.
3. Інтеграції інформаційних систем.
4. Оптимізації інформаційних систем.
5. Забезпечення безперебійності роботи інформаційних систем.
6. Забезпечення інформаційної безпеки.
7. Забезпечення ефективності інформаційних систем.

3. Формулювання завдання

Для підвищення ефективності управління підприємством необхідно оптимізувати ІТ-інфраструктуру, мінімізувати операційні витрати, формалізувати ІТ-сервіси та забезпечити їх доступність, захищеність і керованість.

Потрібно мінімізувати технологічні ризики, пов'язані з інтеграцією компонентів ІТ-інфраструктури, та забезпечити мінімізацію витрат на інтеграцію нових, майбутніх систем в контексті технологій, управління та захисту.

Необхідно визначити вектор розвитку ІТ-інфраструктури і запропонувати декілька нормативних рівнів декомпозиції аж до проектних завдань.

1. Загальні підходи з побудови системної архітектури.
2. ІТ-сервіси – технологічні системи, які вирішують завдання управління підприємством.
3. Логічну модель ІТ-інфраструктури для підприємства.

4. Архітектурні принципи

Запропоновано концепцію розвитку ІТ-інфраструктури підприємства розвивати на основі аналізу концепцій провідних виробників апаратного та програмного забезпечення:

1. Hewlett-Packard – Adaptive Enterprise.
2. SUN – SUN Reference Architectures.
3. Microsoft – Microsoft System Architecture.
4. ORACLE – Grid Computing.
5. Veritas – Utility Computing.

Ці концепції мають багато спільного, хоча є і відмінності, які пов'язані із специфікою діяльності і поглядами фахівців відповідних компаній і з орієнтацією на свої рішення і продукти.

Концепція адаптивної інфраструктури HP Adaptive Enterprise побудована на базі архітектури HP Darwin Reference Architecture, яка допомагає зв'язати бізнес-стратегію підприємства та ІТ і керувати змінами в ІТ залежно від бізнес-діяльності.

Дана архітектура описує основні рівні (рис. 1, права частина):

1. Ресурси.
2. Інфраструктурні Сервіси.
3. Сервіси Програмних продуктів.
4. Інформацію.
5. Бізнес-Процес.
6. Бізнес-Стратегію.

При цьому моделюється цілісна система управління інформаційним сервісом і інформаційними ресурсами з метою реалізації Бізнес-Стратегії підприємства.

Повна реалізація концепції адаптивного підприємства передбачає також реалізацію наступних опцій:

1. Динамічна оптимізація ресурсу – здатність ресурсу гнучко реагувати на зміну пріоритетності завдань і процесів, при оптимальному використанні потужностей для виконання декількох, часто різнорідних функцій.

2. Автоматизоване та інтелектуальне управління – необхідна інфраструктура для автоматичного управління, діагностики та реагування на зміну вимог системи, що базується на встановлених угодах за рівнем обслуговування.

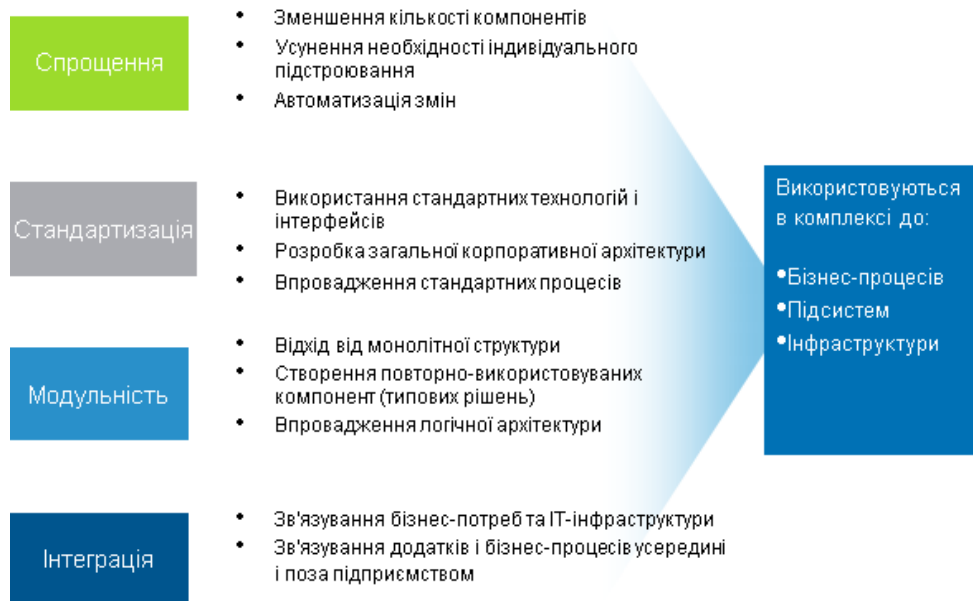


Рисунок 3 – Основні принципи адаптивного дизайну

3. Забезпечення безпеки на всіх рівнях інфраструктури. Ця вимога включає в себе рішення самодіагностики і автоматичного виправлення помилок.

Основними принципами реалізації адаптивного дизайну корпоративної інфраструктури є спрощення, стандартизація, модульність, інтеграція (рис. 3).

Компанія Microsoft спільно з іншими компаніями (Avanade Inc, HP, Cisco, Brocade, EMC, Dell Computer Corporation, Nortel Networks, McDATA, NEC, Unisys, Fujitsu, Emulex, CommVault, Cap Gemini Ernst & Young LLC) створила і підтримує еталонну системну архітектуру – Microsoft Systems Architecture (рис. 4). MSA використовується як база для створення унікальної IT-інфраструктури для підприємства. При цьому виконуються наступні вимоги до інфраструктури [12]:

1. Висока доступність IT-сервісів.
2. Висока безпека.
3. Масштабованість IT-інфраструктури та окремих компонентів.
4. Керованість.
5. Підтримка.
6. Тиражованість.
7. Стандартизація.
8. Інтеграція.
9. Готовність до модернізації.

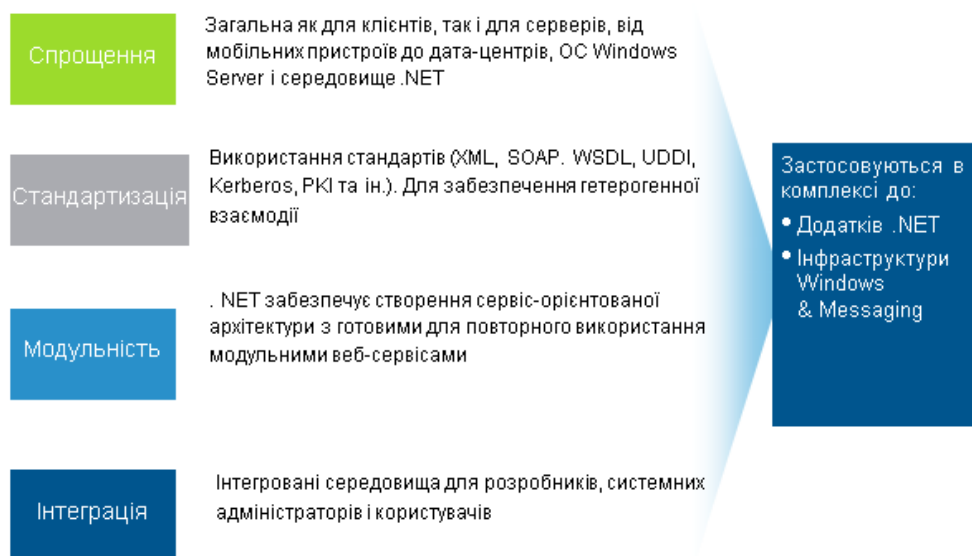


Рисунок 4 – Реалізація принципів адаптивного дизайну в технології Майкрософт

Таким чином, ми маємо стандартизований підхід відносно проектування IT-інфраструктури.

5. Перспективна системна архітектура IT-інфраструктури

У випадку переходу в Центри обробки даних і використання «хмарових технологій», основним елементом успішної побудови сучасної IT-інфраструктури є платформа загальносистемного забезпечення U . Ця платформа призначена для більш раціональної реалізації усіх систем автоматизації діяльності підприємства та виробництва мережових послуг шляхом:

$U = S \cap St \cap M \cap It$, де S – Спрощення; St – Стандартизація; M – Модульність; It – Інтеграція.

Спрощення (S)

Спрощені програмні застосування і системи легше адаптувати, використовувати, об'єднувати, управляти ними та їх модифікувати. Один із способів вирішення цього завдання – консолідація ресурсів. При цьому ми досягаємо простоти управління та зменшення кількості серверів, також скорочується час, необхідний на створення резервних копій і відновлення інформації, і, як наслідок, час простою.

Стандартизація (St)

Стандарти збільшують вигоду від спрощення і можуть застосовуватися для різних процесів, процедур, технологій та програм. Стандартизація IT-інфраструктури досягається наступним чином:

St_1 – використанням промислово стандартизованих інтерфейсів, платформ і методів розробки програмного забезпечення.

St_2 – узгодженням загальних процесів і політик для управління змінами.

St_3 – синхронізацією IT-програм з поточними потребами бізнес-процесів, для яких вони призначені.

St_4 – підтримкою і сумісністю з існуючими підсистемами, технологіями та компонентами.

St_5 – розробкою загальних вимог до системи управління, безпеки, контролю версій, конфігурацій, ємностей і іншим.

Модульність (M)

Побудова системи за принципом модульності дозволяє змінювати один з її компонентів, виключаючи при цьому вплив на інші.

Модульність досягається одним із способів:

M_1 – групування системи за ознакою цільових завдань.

M_2 – побудова систем таким чином, щоб вони могли поєднуватися або роз'єднуватися практично в реальному часі.

M_3 – можливість зміни будь-якої групи, конфігурації або компоненти, виключаючи вплив на інші елементи системи.

M_4 – доступність аутсорсінгу для максимальної кількості процесів.

Інтеграція (It)

Інтеграція завдяки однорідному середовищу полегшує внесення змін, управління і модифікацію.

Вищевказані принципи – спрощення, стандартизація, модульність, інтеграція – закладені і реалізовані в типовій системній архітектурі підприємства.

Самою сучасною технологією для забезпечення потреб великих підприємств IT-послугами є DCaaS (DataCenter as a Service), технологія, яка забезпечує роботу Центру обробки даних як набору IT-сервісів. Сервіси

складаються зі служб, які спрямовані на підтримання в технічно справному стані окремих елементів ІТ-інфраструктури.

Модель Центру обробки даних як сервісу складається з чотирьох компонентів [17–19]: S_s – ІТ-Сервіси; K – Клієнти; S_c – Сценарії; A – Архітектури.

У зв'язку з вищевикладеним, можемо сформулювати наступний сценарій побудови сервісного ЦОД (рис. 5): архітектури ($A_i, I = 1, 2, \dots, 5$) ІТ-інфраструктури визначають набір сервісів ($S_{s_j}, j = 1, 2, \dots, 5$). ІТ-сервіси надаються трьома групами клієнтів ($K_n, n = 1, 2, 3$). ІТ-сервіси та клієнти пов'язані п'ятьма сценаріями реалізації ($S_{c_m}, m = 1, 2, \dots, 5$). Інтеграцію ІТ-сервісів визначає відповідна архітектура A_i .

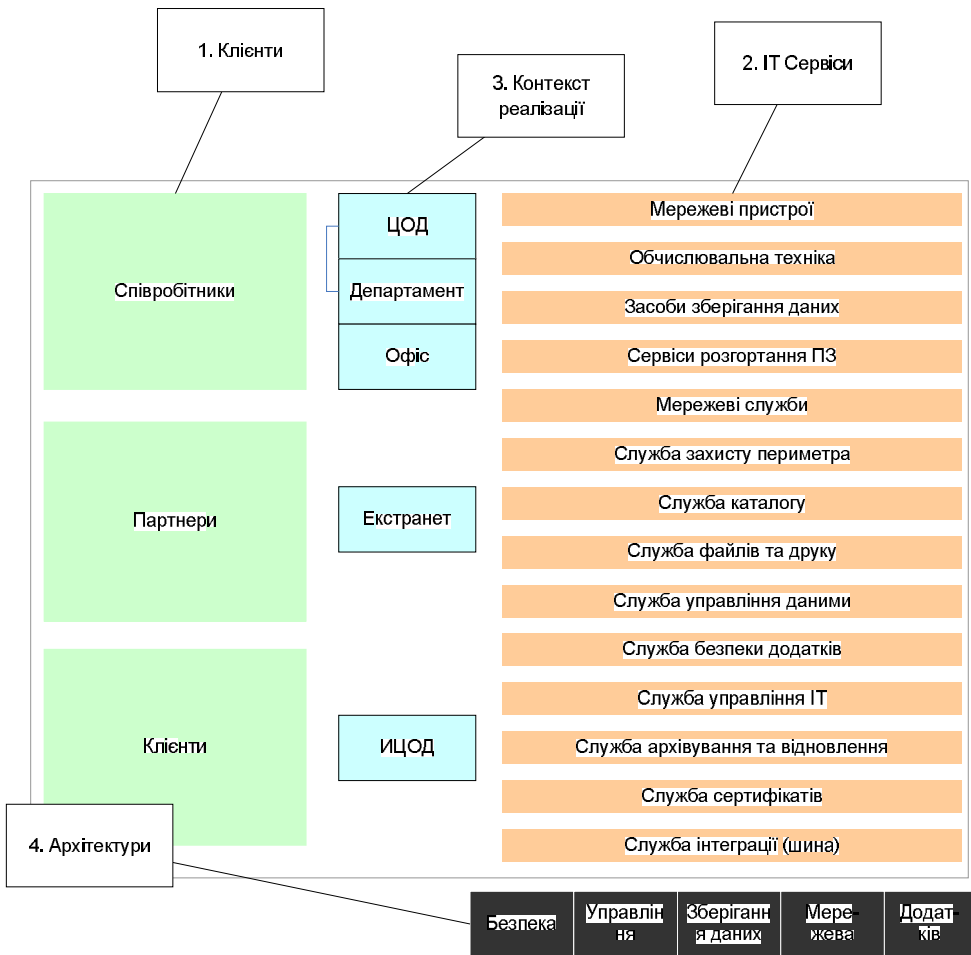


Рисунок 5 – Модель Центру обробки даних DCaaS

В якості ІТ-Сервісів ми розуміємо комплекс робіт, спрямований на підтримання в технічно справному стані таких елементів:

$$S_s = F(S_{s_1}, S_{s_2}, S_{s_3}, S_{s_4}, S_{s_5}), \text{ де}$$

S_{s_1} – мережеві;

S_{s_2} – управління даними;

S_{s_3} – управління ІТ-інфраструктурою;

Ss_4 – інфраструктури додатків;

Ss_5 – безпеки.

Мережеві сервіси Ss_1 складаються з:

$$Ss_1 = F(Sls_{11}, Sls_{12}), de$$

Sls_{11} – інформаційні технології служби мережевих пристроїв;

Sls_{12} – інформаційні технології мережевої служби (DNS, DHCP, WINS).

Сервіси управління даними складаються з:

$$Ss_2 = F(Sls_{21}, Sls_{22}, Sls_{23}), de$$

Sls_{21} – інформаційні технології служби пристроїв зберігання даних (DAS, NAS, SAN);

Sls_{22} – інформаційні технології служби управління даними (SQL Server TM, Oracle);

Sls_{23} – інформаційні технології служби архівування та відновлення (Програмно-апаратні засоби архівування, процеси відновлення).

Сервіси управління IT-інфраструктурою складаються з:

$$Ss_3 = F(Sls_{31}, Sls_{32}, Sls_{33}, Sls_{34}), de$$

Sls_{31} – інформаційні технології служби автоматичного розгортання ПЗ;

Sls_{32} – інформаційні технології служби управління IT;

Sls_{33} – інформаційні технології служби файлів і друку (DFS, на мережевих ресурсах, FRS, EFS, WebDAV);

Sls_{34} – інформаційні технології служби масового друку.

Сервіси інфраструктури додатків складаються з:

$$Ss_4 = F(Sls_{41}, Sls_{42}, Sls_{43}), de$$

Sls_{41} – інформаційні технології служби каталогів (Active Directory);

Sls_{42} – інформаційні технології онлайн-ових служб бізнес-застосувань (ERP, CRM, Exchange, SharePoint, Lync, послуги управління контентом);

Sls_{43} – інформаційні технології служби інтеграції (BizTalk, MSMQ).

Сервіси безпеки складаються з:

$$Ss_5 = F(Sls_{51}, Sls_{52}), de$$

Sls_{51} – інформаційні технології служби захисту периметрів (PE периметра і внутрішні проксі/кеш сервіси);

Sls_{52} – інформаційні технології служби управління сертифікатами (PKI).

Служби бізнес-застосувань Sls_{42} деталізуються і в наступному розбиваються на службу електронної пошти, службу термінального доступу, службу управління комплексом забезпечення УКЗ системи, службу CRM системи і т. д.

Всі клієнти K Корпорації діляться на три основні групи. При необхідності, клієнти діляться всередині кожної категорії окремо:

$$K = F(K_1, K_2, K_3), de$$

K_1 – Співробітники.

K_2 – Партнери та партнерські організації.

K_3 – Зовнішні споживачі.

Сценарії реалізації Sc :

$$Sc = F(Sc_1, Sc_2, Sc_3, Sc_4, Sc_5), de$$

Sc_1 – Центр обробки даних (ЦОД).

Sc_2 – Департамент.

Sc_3 – Віддалений офіс (центр телекомунікацій, цех і т. д.).

Sc_4 – Екстранет.

Sc_5 – Інтернет-Центр Обробки Даних.

Архітектури А:

$A = F(A_1, A_2, A_3, A_4, A_5)$, де

A_1 – Безпеки.

A_2 – Управління.

A_3 – Зберігання даних.

A_4 – Програмних застосувань.

A_5 – Мережева.

Висновки

У даній статті розглядається розвиток Системної Архітектури ІТ-інфраструктури для підвищення ефективності управління підприємством. Системна архітектура розроблена з урахуванням еталонної системної архітектури, що дозволяє розробити стратегію розвитку ІТ-інфраструктури для підприємства на основі застосування передових методологій і концепцій провідних виробників апаратного і програмного забезпечення (HP, SUN, EMC, CISCO, Microsoft, ORACLE, Veritas).

Для вирішення зазначених завдань пропонується Типова Перспективна Системна Архітектура ІТ-інфраструктури (або інформаційна інфраструктура) підприємства. При цьому створюється система компонентів, що описують:

1. Загальні підходи побудови системної архітектури.
2. ІТ-сервіси – технологічні системи, вирішальні завдання Корпорації.
3. Логічну модель ІТ-інфраструктури Корпорації.

Такий підхід є основою для детальної розробки кожного ІТ-сервісу.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Jew, Jonathan. BICSI Data Center Standard: A Resource for Today's Data Center Operators and Designers // BICSI News Magazine, May/June 2010 – page 28.
2. ANSI/BICSI 002-2011 Data Center Design and Implementation Best Practices // Committee Approval – January 2011 First Published: March 2011 – p. 367.
3. Organisation for Co-operation and Development (OECD). – (2002). – Retrieved from <http://www.oecd.org/dataoecd/63/60/1933354.pdf>.
4. Angeleski, M., Mitrevski, P., and Janeska, M. Composite index of e-business strategy readiness of the enterprises in the Republic of Macedonia" in ICT Innovations 2009, Davcev, D., and Marx Gomex, J., (Eds.) // Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Scientific Publishing Services Pvt. Ltd. – 2009. – p. 265–275.
5. Cohen, D., Garibaldi, P., and Scarpetta, S., (Eds.). (2004). The ICT Revolution: Productivity, Differences and the Digital Divide. Oxford University Press, University of Oxford.
6. Zhang, P., Aikman, S., & Sun, H. Two types of attitudes in ICT acceptance and use // International Journal of Human Interaction, – 2008. – 24(7), 628–648. doi:10.1080/10447310802335482.
7. Information Technology Infrastructure Library [ITIL]. (n.d.). ITIL glossaries. Retrieved from http://www.itilofficialsite.com/InternationalActivities/ITILGlossaries_2.aspx.
8. Довгий С. О. Інформаційно-аналітичне супроводження бюджетного процесу / [С. О. Довгий, І. В. Сергієнко, О. В. Копійка та ін.]; під ред. С. О. Довгого, І. В. Сергієнка. – К.:ТОВ «Інформаційні системи», 2013. – 420 с.
9. TechTerms.com. (n.d.). Definition of ICT. Retrieved from <http://www.techterms.com/definition/ict>.

10. Innovation Value Institute at National University of Ireland Maynooth. (n.d.). IVI and CEPIS develop European Framework for ICT Professionalism. Retrieved from <http://ivi.nuim.ie/news-events/ivi-andcepis-develop-european-framework-ict-professionalism>
11. Professional Standards Board, Australian Computer Society. (2012.). The ICT professional body of knowledge. Retrieved from http://www.acs.org.au/___data/assets/pdf_file/0007/7792/The-ICTProfession-Body-of-Knowledge-July-2012.pdf
12. Информационные технологии – практические правила управления информационной безопасностью // ISO/IEC 17799 МЕЖДУНАРОДНЫЙ СТАНДАРТ – Первое издание 2000-12-01-87 с.
13. Еталонні архітектури MSA. – К.: Майкрософт Україна; К.: Видавнича група BHN, 2005. – 352 с.
14. Niles, Susan. Standardization and Modularity in Data Center Physical Infrastructure // 2011, Schneider Electric – page 4.
15. Telecommunications Infrastructure Standard for Data Centers // TIA STANDARD TIA-942. TELECOMMUNICATIONS INDUSTRY ASSOCIATION – April 2005. – p. 135.
16. Choi M.-J., Hong J.W.-K. Towards Management of Next Generation Networks // IEICE Transaction Communications E Series B. – 2007. – Vol. 90. – No. 11. – P. 3004–3014.
17. Копейка О.В. Архитектура инфраструктуры приложений в дата-центрах / О.В. Копейка // Научно-виробничий журнал «Зв'язок». – 2013. – № 6(106). – С. 19–26.
18. Копейка О.В. Архитектура системы безопасности ИТ-инфраструктуры в дата-центрах / Копейка О.В. // Сучасний захист інформації. – 2014. – № 1. – С. 48–57.
19. Копейка О.В. Проектирование сервисов инфраструктуры приложений в дата-центрах / О.В. Копейка // Телекомунікаційні та інформаційні технології. – 2014. – № 1 – С. 19–27.

Стаття надійшла до редакції 20.02.17.

УДК 004.056:004.052

А.Б. КАЧИНСЬКИЙ, В.М. ТКАЧ, А.А. ПОДЕНКО

ІЄРАРХІЯ ФАКТОРІВ ТИПОВИХ СЦЕНАРІЇВ РЕАЛІЗАЦІЇ DDoS-АТАК (частина I)

***Анотація.** Запропоновано методологію ієрархічної структуризації когнітивних карт, що дозволяє визначити пріоритетність усунення причинних факторів для запобігання реалізації DDoS-атак.*

***Ключові слова:** DDoS-атака, особа, суспільство, держава, когнітивні карти, ієрархія факторів, метод аналізу ієрархій.*

Вступ

Стрімкий розвиток новітніх технологій та інформатизації суспільства зумовлює появу не лише можливостей, але й загроз різних рівнів: від персональних – до загроз суспільству або державі. Зокрема, гостро постає проблема захисту від DDoS-атак. Особливої уваги потребує питання організації механізмів запобігання їм, оскільки своєчасне виявлення загрозливих факторів дозволяє не лише зберегти стабільність інформаційних систем різних рівнів, але й уникнути значних матеріальних витрат на відновлення їх нормального функціонування.

1. Сучасний стан речей

DDoS-атака – «розподілена відмова в обслуговуванні» (англ. – Distributed Denial-of-service attack) – спрямована на обчислювальну систему, з метою створення таких умов, за яких користувачі системи не можуть отримати доступ до деяких ресурсів або сервісів [1]. Враховуючи загрозу, що становлять DDoS-атаки, гостро постає потреба в розробці типових сценаріїв реалізації DDoS-атак, для побудови когнітивних карт, що є основою для прогнозування DDoS-атак різної природи, а також визначення рекомендацій щодо організації процесу запобігання їм.

На разі DDoS-атаки за характером використовуваних програмно-апаратних механізмів можна класифікувати наступним чином [2]:

1. Насичення смуги пропускання.
2. Атака на вичерпання системних ресурсів.
3. Недостатня перевірка даних користувача.
4. Атаки другого роду.
5. HTTP-flood.
6. ICMP-flood (Smurf-атака).
7. UDP-flood (атака Fraggle).
8. SYN-flood.
9. Надсилання «важких пакетів».
10. Переповнення серверу log-файлами.
11. Помилки програмного коду.
12. Недоліки в програмному кодї.

Лабораторія Касперського у своєму квартальному звіті про загрози від 27 січня 2016 року надає таку інформацію щодо статистики розподілу DDoS-атак за типом механізмів, що використовуються (рис. 1) [3].

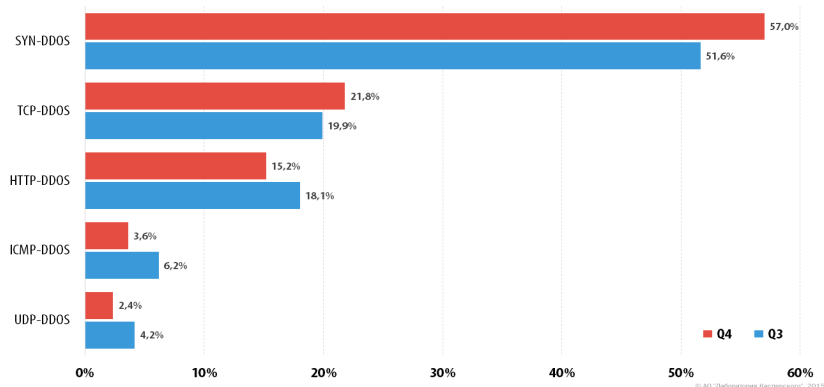


Рисунок 1 – Розподілення DDoS-атак за типами, 3-й та 4-й квартали 2015 року

Використавши дані, подані на рис. 1, отримали такі функції розподілу величин DDoS-атак за типами для 3-го та 4-го кварталів 2015 року (рис. 2):

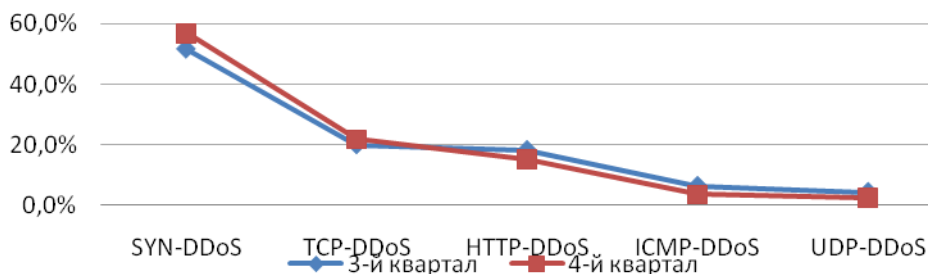


Рисунок 2 – Функції розподілу DDoS-атак за типами для 3-го та 4-го кварталів 2015 року

Дані статистики свідчать про те, що серед зловмисників найбільш популярними методами проведення DDoS-атак є SYN-, TCP- та HTTP-DDoS.

2. Сценарій реалізації DDoS-атаки як загрози безпеці особи

Оскільки персональні ресурси користувачів мережі зазвичай не мають належного захисту та потужності, щоб протидіяти DDoS-атаці, тому у більшості ситуацій, в яких DDoS-атака здійснюється на особистість, веб-сайт людини або ж власне персональний комп'ютер, причинами можуть бути особиста неприязнь зловмисника, розвага або ж використання особистості в якості тривувальної мішені.

Окремо можна говорити про використання комп'ютерів користувачів як засобу реалізації DDoS-атаки, перетворення ресурсів користувачів в так звані «зомбі-комп'ютери». Зазвичай, «зомбування» здійснюється за допомогою троянської програми, що встановлює необхідне зловмиснику фонове

завдання. В середньому, інтенсивність DDoS-атаки, що відповідає даному сценарію, складає 100 Мбіт/с. Це еквівалентно, наприклад, тому, що на сайт зайшли 1000 користувачів і вони кожну секунду оновлюють сторінку.

Побудуємо когнітивну модель, яка дозволить проаналізувати проведення DDoS-атак під час зміни різних факторів, що впливають на неї. Для виділення факторів даного сценарію застосуємо PEST-аналіз [4, 5] та отримаємо такі результати:

Політичні:

- недосконалість законодавчої бази (правовий фактор);
- відсутність налагоджених процедур виявлення кіберзлочинців (організаційний фактор).

Економічні:

- попит на DDoS-атаки (провокація зловмисника на здійснення DDoS-атаки);
- отримання легкого прибутку (грошовий інтерес зловмисників).

Соціальні:

- безкарність за проведення атак;
- низький рівень виявлення атак;
- доступність інформації про можливість реалізації DDoS-атаки;
- недостатня обізнаність звичайних користувачів.

Технічні:

- невідповідна захищеність користувацьких ресурсів;
- нарощування ресурсів зловмисників.

Підсумовуючи, отримуємо такий перелік факторів, які характеризують DDoS-атаки на особу, та їх умовні позначення (табл. 1).

Кожен із зазначених факторів певним чином пов'язаний з іншими (одним або декількома). Для відображення зв'язків між ними будується когнітивна карта даної проблемної ситуації.

Таблиця 1 – Перелік факторів DDoS-атаки

Позначення фактору	Зміст фактору
x_1	недосконалість законодавчої бази (правовий аспект)
x_2	відсутність налагоджених процедур виявлення кіберзлочинців (організаційний аспект)
x_3	провокація зловмисника до реалізації DDoS-атаки
x_4	грошовий інтерес зловмисників
x_5	безкарність за проведення атак
x_6	низький рівень виявлення атак
x_7	доступність інформації про можливість реалізації DDoS-атаки
x_8	недостатня обізнаність звичайних користувачів
x_9	невідповідна захищеність користувацьких ресурсів
x_{10}	нарощування ресурсів зловмисниками

За факторами, поданими в табл. 1, будемо направлений граф причинно-наслідкових відношень, який відображає сценарій проходження DDoS-атаки на особу (рис. 3).

Опис множини факторів сценарію можна реалізувати у двох взаємопов'язаних формах: у вигляді бінарної матриці та у вигляді направленного графа [6]. Для побудови бінарної матриці, що може бути представлена у вигляді матриці досяжності, спочатку порахуємо матрицю залежності.

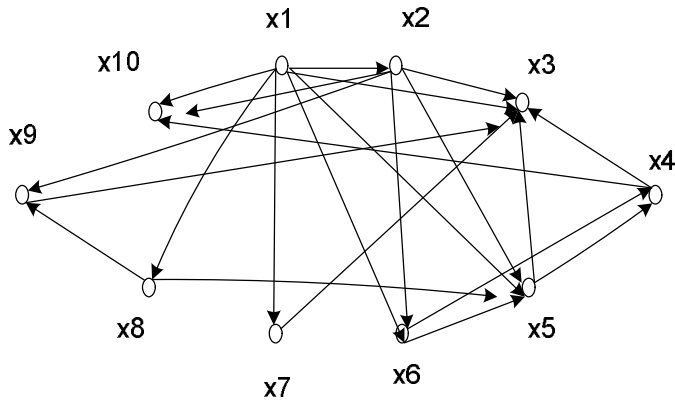


Рисунок 3 – Когнітивна карта для сценарію реалізації DDoS-атаки як загрози безпеці особи

Матриця залежності B заповнюється наступним чином. Якщо множина вершин N визначена, тоді за допомогою бінарного відношення «залежить від» можна заповнити матрицю так, що відповідь «так» фіксують одиницею, а відповідь «ні» фіксують нулем, тобто елемент b_{ij} матриці визначається таким чином [6]:

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } i \text{ залежить від } j \\ 0, & \text{якщо } i \text{ не залежить від } j. \end{cases}$$

Отримані результати заносимо в табл. 2.

Таблиця 2 – Матриця залежності для сценарію реалізації DDoS-атаки як загрози безпеці особи

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1
2	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1
3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
5	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
6	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
7	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
8	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0
9	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Матрицю досяжності D можна побудувати простішим шляхом, безпосередньо за вихідним направленням графу. Заповнення матриці бінарними елементами здійснюється за рядком (зліва направо) за правилом:

$$d_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ якщо з } i \text{ можна потрапити в } j \\ 0, \text{ в іншому випадку.} \end{cases}$$

Дані заносимо в табл. 3. Використовуючи матрицю досяжності, будемо таблицю, яка є першою ітерацією аналізу (табл. 4).

Таблиця 3 – Матриця досяжності для сценарію реалізації DDoS-атаки як загрози безпеці особи

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1
3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
5	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
6	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1
7	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0
9	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Дана матриця досяжності дозволяє розділити всю множину вершин H на підмножину рівнів. Для цього всі вершини поділяють на досяжні та передуючі.

Вершину h_i називають досяжною з вершини h_j , якщо в орієнтованому графі існує шлях з h_j в h_i . Позначимо підмножину вершин цього шляху через $R(h_i)$. Вершину h_j називають передуючою вершиною до h_i , якщо можливе досягнення h_i з h_j . Позначимо підмножину вершин цього шляху через $A(h_i)$. $A(h_i) = R(h_i) \cap A(h_i)$ (\cap – знак перетину або суміщення) недосяжні з будь-якої з вершин множини H , що залишилися, і, відповідно, може позначатись як рівень ієрархії [6].

Таблиця 4 – Перша ітерація аналізу ієрархії факторів

h_i	$R(h_i)$	$A(h_i)$	$R(h_i) \cap A(h_i)$
1	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10	1	1
2	2,3,4,5,6,9,10	1, 2	2
3	3	1,2,3,4,5,6,7,8,9	3
4	3,4,10	1,2,4,5,6,8	4
5	3,4,5,10	1,2,5,6,8	5
6	3,4,5,6,10	1,2,6	6
7	3,7	1,7	7

8	3,4,5,8,9	1,8	8
9	3,9	1,2,8,9	9
10	10	1,2,4,5,6,10	10

З табл. 4 видно, що рівність критеріїв $A(h_i) = R(h_i) \cap A(h_i)$ виконується для елемента 1. Як наслідок, він і є елементом першого рівня ієрархії.

Викреслюючи з таблиці 4 рядок з номером 1 та прибираючи з усіх послідовностей цифру 1, отримуємо другу ітерацію (табл. 5).

Таблиця 5 – Друга ітерація побудови ієрархії факторів

h_i	$R(h_i)$	$A(h_i)$	$R(h_i) \cap A(h_i)$
2	2,3,4,5,6,9,10	2	2
3	3	2,3,4,5,6,7,8,9	3
4	3,4,10	2,4,5,6,8	4
5	3,4,5,10	2,5,6,8	5
6	3,4,5,6,10	2,6	6
7	3,7	7	7
8	3,4,5,8,9	8	8
9	3,9	2,8,9	9
10	10	2,4,5,6,10	10

Повторюючи ітерації, отримуємо остаточно шість рівнів розподілу елементів, які представлені на рис. 4.

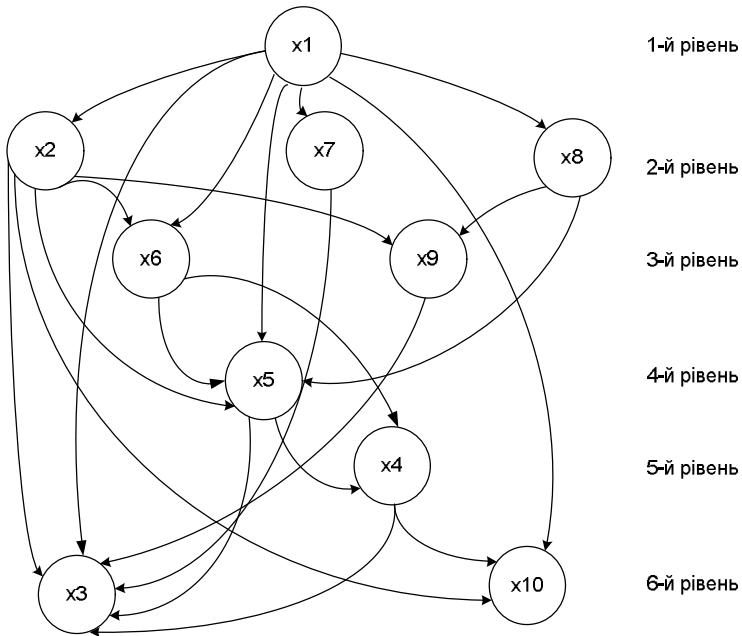


Рисунок 4 – Ієрархічно структурований граф для сценарію реалізації DDoS-атаки як загрози безпеці особи

За допомогою рис. 4 складаємо табл. 6 розподілу факторів за рівнями ієрархії.

Таблиця 6 – Ієрархічно структурований перелік факторів DDoS-атаки

Рівень ієрархії №	Позначення фактору	Зміст фактору
1	x_1	недосконалість законодавчої бази (правовий аспект)
2	x_2	відсутність налагоджених процедур виявлення кіберзлочинців (організаційний аспект)
	x_7	доступність інформації про можливість реалізації DDoS-атаки
	x_8	недостатня обізнаність звичайних користувачів
3	x_6	низький рівень виявлення атак
	x_9	невідповідна захищеність користувацьких ресурсів
4	x_5	безкарність за проведення атак
5	x_4	грошовий інтерес зловмисників
6	x_3	провокація зловмисника до реалізації DDoS-атаки
	x_{10}	нарощування ресурсів зловмисниками

Отже, під час організації процесу реалізації механізмів запобігання загрози DDoS-атаки для даного сценарію, в першу чергу необхідно продумати повне або часткове усунення факторів, що знаходяться на 1-му та 2-му ієрархічних рівнях. Тобто мінімізувати дію таких факторів, як: правовий аспект, організаційний аспект, доступність інформації про можливість реалізації DDoS-атаки та недостатня обізнаність звичайних користувачів.

3. Сценарій реалізації DDoS-атаки як загрози безпеці суспільства

За свідченнями правоохоронних органів України, масові DDoS-атаки на сайти українських банків, причинами виникнення яких є недобросовісна конкурентна боротьба між компаніями, шахрайство тощо, відбуваються кожного дня, причому зловмисники діють як з території нашої держави, так і з-за кордону, особливо із східних кордонів. Нині DDoS-атаки, які несуть загрозу суспільству, є найбільш популярними. Статистичні дослідження, наведені вище, свідчать про те, що найчастіше цілями атак стають ресурси інтернет-торгівлі, фінансового сектору та ІТ-компаній.

Побудуємо когнітивну модель, яка дозволить проаналізувати проведення DDoS-атак під час зміни різних факторів, що впливають на неї. Для даного сценарію застосуємо PEST-аналіз та отримаємо:

Політичні:

- правовий аспект – недосконалість законодавчої бази (відсутність норм регулювання конкурентної боротьби);

- організаційний аспект – відсутність налагоджених процедур виявлення кіберзлочинців.

Економічні:

- сприятливе для реалізації DDoS-у конкурентне середовище;
- провокація зловмисників до реалізації DDoS-атак (попит на послуги зловмисників);

- грошовий інтерес зловмисника.

Соціальні:

- безкарність за проведення атак;
- низький рівень виявлення атак;
- самоорганізація зловмисників у злочинні угруповання;
- доступність інформації про можливість реалізації DDoS-атаки;
- недостатня обізнаність працівників компаній (як звичайних, так і технічних, економія на безпеці).

Технічні:

- нарощування ресурсів зловмисників (спричинене безконтрольною діяльністю в мережі Інтернет, зростанням заражених ресурсів користувачів і об'єднанням зловмисників у групи);
- застарілість використовуваного програмного та апаратного забезпечення.

Підсумовуючи, отримуємо такий перелік факторів, що характеризують DDoS-атаки на суспільство, та їх умовні позначення (табл. 7).

Таблиця 7 – Перелік факторів DDoS-атаки

Позначення фактору	Зміст фактору
У ₁	правовий аспект (недосконалість законодавчої бази)
У ₂	організаційний аспект (відсутність налагоджених процедур виявлення кіберзлочинців)
У ₃	сприятливе для реалізації DDoS-у конкурентне середовище
У ₄	провокація зловмисників до реалізації DDoS-атак
У ₅	грошовий інтерес зловмисника
У ₆	безкарність за проведення атак
У ₇	низький рівень виявлення атак
У ₈	самоорганізація зловмисників у злочинні угруповання
У ₉	доступність інформації про можливість реалізації DDoS-атаки
У ₁₀	недостатня обізнаність працівників компаній
У ₁₁	нарощування ресурсів зловмисників
У ₁₂	застарілість використовуваного програмного та апаратного забезпечення

Для відображення зв'язку між зазначеними факторами будується когнітивна карта даної проблемної ситуації. За факторами, поданими в табл. 7, будуємо направлений граф причинно-наслідкових відношень, який відображає сценарій проходження DDoS-атаки на суспільство (рис. 5).

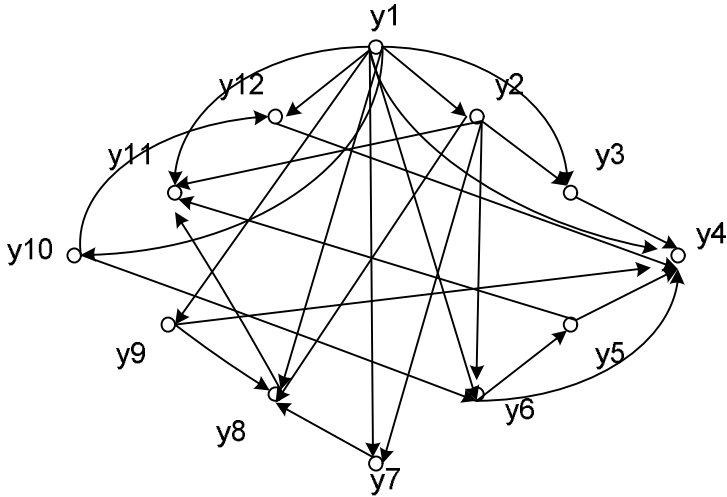


Рисунок 5 – Когнітивна карта для сценарію реалізації DDoS-атаки як загрози безпеці суспільства

Здійснюючи аналогічні для попереднього рівня операції, будемо таблицею, що є першою ітерацією аналізу (табл. 8).

Таблиця 8 – Перша ітерація аналізу ієрархії факторів

h_i	$R(h_i)$	$A(h_i)$	$R(h_i) \cap A(h_i)$
1	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12	1	1
2	2,3,4,5,6,7,8,11	1,2	2
3	3,4	1,2,3	3
4	4	1,2,3,4,5,6,9,10,12	4
5	4,5,11	1,2,5,6,10	5
6	4,5,6,11	1,2,6,10	6
7	7,8	1,2,7	7
8	8,11	1,2,7,8,9	8
9	4,8,9	1,9	9
10	4,5,6,10,12	1,10	10
11	11	1,2,5,6,8,11	11
12	4,12	1,10,12	12

Повторюючи ітерації, отримуємо остаточно шість рівнів розподілу елементів, які представлені на рис. 6.

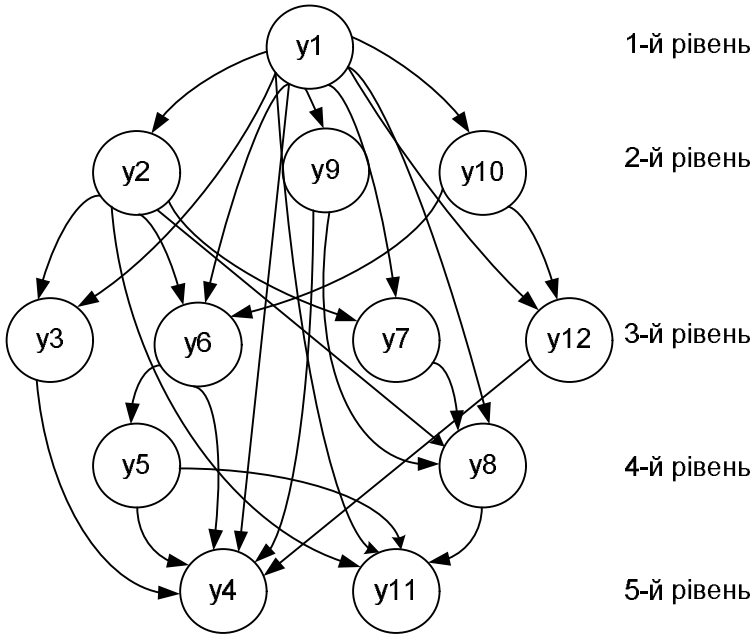


Рисунок 6 – Ієрархічно структурований граф для сценарію реалізації DDoS-атаки як загрози безпеці суспільства

За допомогою рис. 6 складаємо таблицю розподілу факторів за рівнями ієрархії (табл. 9).

Таблиця 9 – Ієрархічно структурований перелік факторів DDoS-атаки

Рівень ієрархії №	Позначення фактору	Зміст фактору
1	y_1	правовий аспект (недосконалість законодавчої бази)
2	y_2	організаційний аспект (відсутність налагоджених процедур виявлення кіберзлочинців)
	y_9	доступність інформації про можливість реалізації DDoS-атаки
	y_{10}	недостатня обізнаність працівників компаній
3	y_3	сприятливе для реалізації DDoS-атаки конкурентне середовище
	y_6	безкарність за проведення атак
	y_7	низький рівень виявлення атак
	y_{12}	застарілість використовуваного програмного та апаратного забезпечення
4	y_5	грошовий інтерес зловмисника
	y_8	самоорганізація зловмисників у злочинні угруповання
5	y_4	провокація зловмисників до реалізації DDoS-атак
	y_{11}	нарощування ресурсів зловмисників

Під час розв'язання проблеми реалізації DDoS-атаки для даного сценарію, в першу чергу необхідно продумати повне або часткове усунення факторів, що знаходяться на 1-му та 2-му ієрархічних рівнях. Тобто мінімізувати дію таких факторів, як: правовий аспект, організаційний аспект, доступність інформації про можливість реалізації DDoS-атаки та недостатня обізнаність працівників компаній.

4. Сценарій реалізації DDoS-атаки як загрози безпеці держави

Для України, зважаючи на досить складну політичну ситуацію, можна говорити про те, що проблема DDoS-атак, причиною яких є політична діяльність, досить актуальна та гостро відчутна. Варто також відзначити, що значна частка усіх DDoS-атак на державні структури припадає на веб-сайти місцевих органів влади або державних підприємств, яким майже не виділяються кошти на їх підтримку, на достойні зарплати адміністраторам та спеціалістам з безпеки. Загалом, підвищення уваги зловмисників до веб-ресурсів державних установ є світовим трендом [7].

Побудуємо когнітивну модель, яка дозволить проаналізувати проведення DDoS-атак під час зміни різних факторів, що впливають на неї. Для виділення факторів даного сценарію застосуємо PEST-аналіз та отримаємо:

Політичні:

- правовий аспект – недосконалість законодавчої бази;
- організаційний аспект – відсутність налагоджених процедур виявлення кіберзлочинців;
- внутрішня політична боротьба (сучасна геополітична ситуація);
- агресія держав (терористична діяльність, робота іноземних резидентів, яка направлена на підривання авторитету держави на міжнародній арені);
- незадовільна робота влади.

Економічні:

- відсутність достатнього фінансування державних структур та підрозділів, що займаються проблемами інформаційної безпеки;
- сприятливі умови для реалізації DDoS-атак (доступність та відносно низька вартість замовлення виконання атак).

Соціальні:

- безкарність за проведення атак;
- легковажне ставлення до інформаційної безпеки;
- самоорганізація зловмисників у злочинні угруповання;
- доступність інформації про можливість реалізації DDoS-атаки;
- низький рівень кваліфікації співробітників (як звичайних, так і технічних, економія на безпеці, дефіцит кваліфікованих кадрів).

Технічні:

- нарощування ресурсів зловмисників (спричинене безконтрольною діяльністю в мережі Інтернет, зростанням заражених ресурсів користувачів і об'єднанням зловмисників у групи);

– застарілість використовуваного програмного та апаратного забезпечення.

Підсумовуючи, отримуємо такий перелік факторів, що характеризують DDoS-атаки на державу, та їх умовні позначення (табл. 10). Для відображення зв'язку між ними будується когнітивна карта даної проблемної ситуації.

Таблиця 10 – Перелік факторів DDoS-атаки

Позначення фактору	Зміст фактору
z_1	недосконалість законодавчої бази
z_2	відсутність налагоджених процедур виявлення кіберзлочинців
z_3	внутрішня політична боротьба
z_4	агресія держав
z_5	незадовільна робота влади
z_6	відсутність достатнього фінансування державних структур, що займаються проблемами інформаційної безпеки
z_7	сприятливі умови для реалізації DDoS-атак
z_8	безкарність за проведення атак
z_9	низький рівень виявлення атак
z_{10}	легковажне ставлення до інформаційної безпеки
z_{11}	самоорганізація зловмисників у злочинні угруповання
z_{12}	доступність інформації про можливість реалізації DDoS-атаки
z_{13}	низький рівень кваліфікації співробітників
z_{14}	нарощування ресурсів зловмисників
z_{15}	застарілість використовуваного програмного та апаратного забезпечення

За факторами, поданими в табл. 10, будемо направлений граф причинно-наслідкових відношень, який відображає сценарій проходження DDoS-атаки на державу (рис. 7).

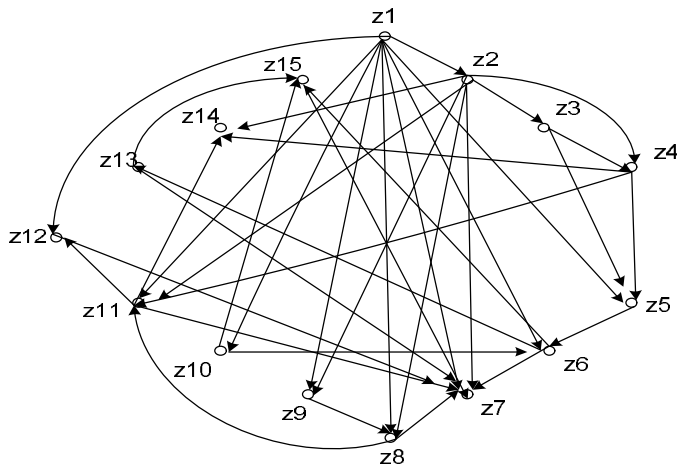


Рисунок 7 – Когнітивна карта для сценарію реалізації DDoS-атаки як загрози безпеці держави

Повторивши аналогічні до попередніх рівнів операції, отримуємо дев'ять рівнів розподілу елементів, що представлені на рис. 8.

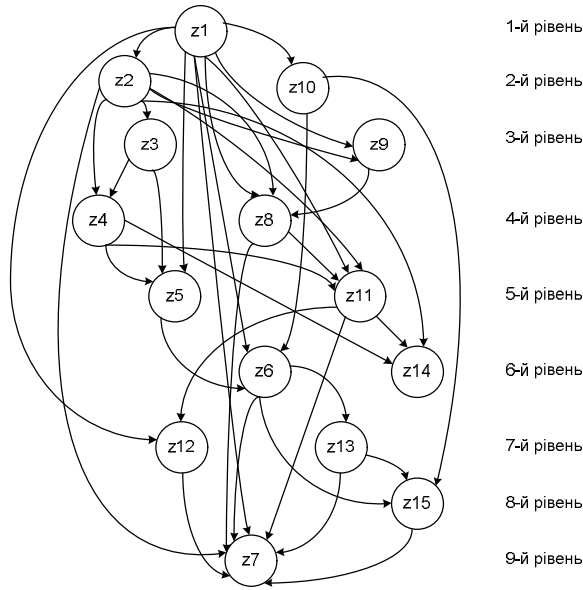


Рисунок 8 – Ієрархічно структурований граф для сценарію реалізації DDoS-атаки як загрози безпеці держави

За допомогою рис. 8 складаємо таблицю 11 розподілу факторів за рівнями ієрархії.

Таблиця 11 – Ієрархічно структурований перелік факторів DDoS-атаки

Рівень ієрархії	Позначення фактору	Зміст фактору
1	z_1	недосконалість законодавчої бази
2	z_2	відсутність налагоджених процедур виявлення кіберзлочинців
	z_{10}	легковажне ставлення до інформаційної безпеки
3	z_3	внутрішня політична боротьба
	z_9	низький рівень виявлення атак
4	z_4	агресія держав
	z_8	безкарність за проведення атак
5	z_5	незадовільна робота влади
	z_{11}	самоорганізація зловмисників у злочинні угруповання
6	z_6	відсутність достатнього фінансування державних структур, що займаються проблемами інформаційної безпеки
	z_{14}	нарощування ресурсів зловмисників
7	z_{12}	доступність інформації про можливість реалізації DDoS-атаки
	z_{13}	низький рівень кваліфікації співробітників
8	z_{15}	застарілість використовуваного програмного та апаратного забезпечення
9	z_7	сприятливі умови для реалізації DDoS-атак

В межах реалізації механізмів запобігання DDoS-атаці для даного сценарію, в першу чергу необхідно продумати повне або часткове усунення факторів, що знаходяться на 1-му та 2-му ієрархічних рівнях. Тобто мінімізувати дію правового аспекту, організаційного аспекту та легковажного ставлення до інформаційної безпеки. За допомогою отриманих ієрархій проведено оцінку впливу характеристик рівнів один на одного із застосуванням методу аналізу ієрархій.

Висновки

Дослідження можливих сценаріїв реалізації DDoS-атак показало, що здійснення зловмисниками атак на ті чи інші об'єкти зумовлене низкою особливостей. Тому, основною методологією при моделюванні ситуацій має бути когнітивний аналіз, оскільки він дозволяє спрогнозувати розвиток подій, залежних від великої кількості взаємопов'язаних факторів.

Як результат виконання сценарного прогнозування реалізації DDoS-атак запропоновано класифікувати всі відомі на сьогоднішній день причини DDoS-атак з точки зору критеріїв головних об'єктів захисту національної безпеки – на рівнях особи, суспільства, держави. Розглянуті сценарії реалізації DDoS-атак на кожному з рівнів дають змогу спростити вибір методів запобігання DDoS-атакам залежно від специфічних особливостей об'єкта захисту.

Застосування алгоритму ієрархічної структуризації когнітивних карт дозволяє визначити пріоритетність усунення причинних факторів під час реалізації механізмів запобігання DDoS-атакам і є необхідною умовою для застосування методів аналізу впливів в отриманих графічних структурах.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Грайворонський М. В., Новіков О. М. Безпека інформаційно-комунікаційних систем. – К.: Видавнична група BHV, 2009. – 608 с.: ил.
2. DDoS-атаки. Причины возникновения, классификация и защита от DDoS-атак [Електронний ресурс] / efsol.ru – 2015. – Режим доступу до ресурсу: <http://efsol.ru/articles/ddos-attacks.html>
3. Kaspersky Lab. Kaspersky Security Bulletin [Електронний ресурс] / Kaspersky Lab. – 2015. – Режим доступу до ресурсу: https://securelist.com/files/2015/12/Kaspersky-Security-Bulletin-2015_FINAL_EN.pdf.
4. Лапыгин Ю.Н. Теория организации. Учебник. – М.: ИНФРА-М, 2007. – 222 с.
5. Волкова В.Н., Денисов А.А. Теория систем. Учебное пособие. – М.: Высшая школа, 2006. – 511 с.: ил.
6. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. – М.: Радио и связь, 1993. – 320 с.
7. Weckler A. Multiple government websites down as servers under DDoS attack [Електронний ресурс] / independent.ie – 2016. – Режим доступу до ресурсу: <http://www.independent.ie/irish-news/news/multiple-government-websites-down-as-servers-under-ddos-attack-34387566.html>

Стаття надійшла до редакції 08.12.16.

УДК 519.1, 514.128

О.С. ПУСТОВІТ, В.О. УСТИМЕНКО

ПРО ЗАСТОСУВАННЯ АЛГЕБРАЇЧНОЇ КОМБІНАТОРИКИ ДО ПРОБЛЕМ КОДУВАННЯ ТА КРИПТОГРАФІЇ

***Анотація.** У статті подано короткий огляд вітчизняних досліджень із застосувань алгебраїчної комбінаторики до захисту інформації. Розроблена теорія дала змогу побудувати нові нелінійні алгоритми захисту інформації, які можуть бути використані в задачах електронного бізнесу, управління та комерції. Параметри одного з поточкових алгоритмів представлено у таблицях. Описано його специфічні властивості. Головною метою статті є огляд застосувань з прикладної алгебраїчної комбінаторики до постквантової криптографії – напрямку, який виник у зв'язку з надіями на появу квантового комп'ютера.*

***Ключові слова:** постквантова криптографія, безпека електронного управління, криптографія від багатьох змінних, алгебраїчні графи, комбінаторика.*

Вступ

Метою статті є огляд досліджень з прикладної алгебраїчної комбінаторики – напрямку, який виник як математичне підґрунтя теорії кодування та застосування теорії динамічних систем до криптографії із представленням практичного застосування прикладної алгебраїчної комбінаторики у криптографії. Основними задачами є постановка проблеми дискретного логарифму та симетричні алгоритми з приватним ключем, які використовуються у кодуванні та криптографії.

Роботу присвячено деяким питанням інформаційної безпеки для електронного управління (e-governing) та електронного бізнесу (e-business). В останні десятиліття із зростанням інформаційних технологій завдання інформаційної безпеки в даній області істотно розширилися. Тому сфера інформаційної безпеки стала важливим напрямком активної міжнародної співпраці. При вирішенні завдань електронного управління необхідно захищати банківські електронні платежі, інформаційні мережі, інформаційні системи та багато іншого.

Конфіденційна інформація схильна до погроз недружнього ознайомлення, накопичення, підміни, фальсифікації і тому подібне. Час від часу з'являється сенсаційна інформація про успішні електронні атаки на захищені бази даних як державних, так і корпоративних організацій (wikileaks скандал, просочування інформації Sonny corporation). Розробка ефективних засобів захисту з керованим рівнем безпеки – одна з умов створення успішної моделі системи захисту інформаційних систем та комунікаційних мереж.

Стратегія розвитку глобальних мереж потребує подальшого розвитку теоретичних та технологічних методів захисту інформації. Зокрема, розвиток громадянського суспільства (електронне управління, електронний бізнес та зв'язок тощо) потребує нових криптографічних симетричних та асиметричних алгоритмів, протоколів обміну ключами. Особливу увагу слід приділяти

розвитку методів захисту, які потенційно можуть використовуватися і після появи квантового комп'ютера або ж інших реалізацій ідеї ймовірнісної обчислювальної машини.

У цьому напрямку перспективними є нові методи, що реалізуються на основі символічних перетворень. Протягом 2012 року, оголошеного Міжнародним роком Алана Тюрінга, відбулося декілька міжнародних конференцій, присвячених поліноміальній криптографії від багатьох змінних (Multivariate cryptography). Слід зауважити, що до наукової спадщини Алана Тюрінга належить не тільки концепція сучасного комп'ютера, засади штучного інтелекту, але й видатні приклади практичних криптографічних розробок.

1. Про застосування алгебраїчної комбінаторики до проблем постквантової криптографії

Перші спроби створити безпечну криптосистему від багатьох змінних були пов'язані з різними модифікаціями методу японських дослідників Імаї і Мацумото. Цей напрямок поки не приніс очікуваних результатів – криптоаналітики знайшли методи ефективної протидії. Зараз перспективними вважають спроби використання складних об'єктів, визначених через неалгебраїчні структури (динамічні системи і відповідний хаос, псевдовипадкові графи та мережі, інші складні об'єкти.).

У суспільстві виникають потреби захисту інформації, її обробки та зберігання, що вимагає керованості балансу між рівнем безпеки інформації та швидкодією. Потрібні нові програмні продукти, де необхідний баланс може встановлювати користувач. Таких методів безперечно потребує, зокрема, новий напрямок “Обчислення в хмарах” (Cloud Computing). При використанні техніки обчислень в хмарах користувач отримує віртуальну обчислювальну інфраструктуру для зберігання даних та їх перетворення. Переваги такої ідеології зрозумілі, але виникають нові проблеми теорії безпеки, пов'язані з тим, що оператори та користувачі діють в умовах відсутності повної довіри. Це потребує розвитку нових криптографічних алгоритмів з керованою безпекою та методами знаходження відповідного балансу між безпекою та ефективністю обчислень. З іншого боку, потрібно знайти безпечні методи віртуального зберігання вразливої приватної інформації (медичні дані, фінансові документи, важлива бізнес-інформація).

Одним з важливих напрямків є дослідження з гомоморфного (або ж голоморфного) кодування. Його методи дозволяють оперування зі вже закодованою інформацією. Це може бути достатньо повне оперування (fully-homomorphic encryption) або ж тільки можливість виконання спеціальних операцій, таких як пошук та статистичний (структурний) аналіз.

Ще більш важливим напрямком є розробка залежних від розміру ключа алгоритмів криптографії від багатьох змінних, які дозволяють гнучко керувати рівнем безпеки та швидкодії. Це стосується не тільки обчислень в хмарах, але й вирішення різних задач електронного управління (роботи електронних віртуальних організацій, е-бізнесу, інше).

Для створення ефективних методів захисту системи електронного управління треба зважати на те, що сучасним засобом захисту від загроз для

систем управління та корпоративних мереж є створення Інфраструктури публічних ключів (РКІ).

Зазначена інфраструктура дозволяє захищати систему електронного парламенту через розв'язання таких задач, як:

- аутентифікація (визначення відправника електронного документу);
- цілісність (підтвердження того, що документ не був підроблений);
- незаперечувальність (неможливість відправника заперечувати факт відправки документа);
- безпечне оновлення ключів для алгоритмів захисту;
- конфіденційність (підтвердження того, що документ не було прочитано особою, яка не має права на доступ до тексту).

Для працюючих систем електронного управління та корпоративних мереж треба визначити декілька рівнів доступу до документів (щонайменше три).

Інфраструктура публічних ключів повинна об'єднати електронні підписи, публічні та приватні ключі і агенцію, що виконує сертифікацію (законодавче визнання електронних підписів, публічних ключів, рівнів доступу).

Для вибору ефективних методів захисту системи електронної віртуальної організації треба зважати на те, що сучасним засобом захисту від загроз для систем управління та корпоративних мереж є створення доступу до тексту.

Слід розвивати і новітні методи захисту віртуальних організацій та систем космічного зв'язку від шумів. Новим напрямком має стати створення вітчизняних LDPC-кодів та турбокодів (подібних до кодів, що використовує NASA). Зазначимо, що деструктурну атаку на систему електронного уряду можна здійснити не тільки хакерськими методами, але й за допомогою генератора шумів, що може повністю унеможливити урядування та деформувати важливі дані.

Таким чином, поряд з традиційними методами захисту (для військової безпеки, боротьби з протиправними діями, державного зв'язку) слід створювати нові інфраструктури захисту інформаційних систем та мереж. При цьому важливо розвивати такі новітні напрямки, як постквантова криптографія та теорія кодування, інфраструктури публічних ключів з керованою безпекою, поліноміальні криптографічні системи від багатьох змінних, теорія LDPC-кодів та турбокодів. Потрібно створювати власні інженерні та технологічні розробки, що використовують ідеї згаданих вище сучасних напрямків розвитку теорії.

Слід підкреслити, що диверсифікація електронних засобів дуже корисна для електронного управління та експлуатації сучасних інформаційних систем, наприклад, бездротовий зв'язок, онлайн-наради, відеоконференції та відеотелефони. З точки зору процесів, високий рівень безпеки, стандартизація та управління знаннями є обов'язковими для електронного управління та бізнесу, а лише потім іде надання конкретних послуг з акцентом на їх якості. Крім того, створення мережі аутентифікаційних центрів є найважливішою вимогою, тому що користувачі можуть використовувати послуги з їх особистою ідентичністю і всі операції відображаються в національному центрі управління файлами для захисту електронних документів від будь-яких ушкоджень. З юридичної точки зору, необхідно в законодавчому порядку гарантувати легітимність електронного підпису та електронного документообігу. Нарешті, з точки зору апаратно-програмного забезпечення

популяризація IT-інфраструктурного будівництва має важливе значення для електронного управління, бізнесу й експлуатації електронних мереж.

Все викладене логічно підводить до деталізації питання щодо застосування алгебраїчної комбінаторики до проблем постквантової криптографії. Зокрема, постквантова криптографія призначена для відшукування криптографічних алгоритмів (частіше за все з публічним ключем або алгоритмів протоколів обміну ключами), що можуть потенційно бути безпечними для атак, що використовують квантовий комп'ютер.

Популярні в наш час алгоритми ґрунтуються на трьох відомих проблемах:

- проблема факторизації цілих чисел;
- проблема логарифму дискретного;
- дискретний логарифм для еліптичних кривих.

Всі ці проблеми легко розв'язуються на достатньо великому квантовому комп'ютері за допомогою алгоритму Шора.

Сучасна постквантова криптографія підрозділяється на 5 напрямків:

– криптографія від багатьох змінних, яка базується на складності розв'язків систем нелінійних рівнянь від багатьох змінних (Multivariate Cryptography);

- решіток (Lattice base Cryptography);
- хаш функцій (Hash based Cryptography);
- корекційних кодів (Code based Cryptography);
- ізогеній супереліптичних кривих (Superelliptic cryptography).

Найстаршим напрямком є поліноміальна криптографія від багатьох змінних (Multivariate Cryptography (див. [1]), що використовує поліноміальні відображення вільного модуля K^n , визначеного над скінченним комутативним кільцем у себе як засіб кодування. Цей напрямок базується на використанні складності знаходження розв'язку нелінійної системи поліноміальних рівнянь від багатьох змінних. Він використовує нелінійні поліноміальні перетворення вигляду:

$$\begin{aligned}x_1 &\rightarrow f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\x_2 &\rightarrow f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\&\dots\dots\dots \\x_n &\rightarrow f_n(x_1, x_2, \dots, x_n)\end{aligned}$$

що діють на вільному K^n , де $f_i \in K[x_1, x_2, \dots, x_n]$, $i = 1, 2, \dots, n$ є многочленами, записаними у стандартній формі, тобто через список одночленів у заданому порядку. Важливі ідеї і методи в цьому напрямку оглянуті в [2]. Густина відображення F є найбільшим числом $\text{den}(F)$ одночленів для многочленів f_i , $i = 1, 2, \dots, n$.

Будемо говорити, що вираз $\text{den}(F)$ і є поліноміальним, якщо цей параметр має розмір $O(n^d)$ для деякої додатної сталої d .

Степінь $\text{den}(F)$ відображення F є максимальним значенням степенів f_i , $i = 1, 2, \dots, n$.

Нехай F буде відображенням K^n у себе, яке має поліноміальну густину розміру $C_1 n^{d_1}$ та поліноміальну степінь $C_2 n^{d_2}$.

Тоді значення F на наборі (b_1, b_2, \dots, b_n) може бути обчислене за $O(n^{d_1+d_2+1})$ елементарних операцій кільця.

Актуальною задачею є пошук алгоритмів, які є стійкими до криптоаналітичних атак за допомогою звичайної машини Тюрінга. Поліноміальна криптографія від багатьох змінних повинна довести існування практичних криптоалгоритмів, які спроможні створити конкуренцію RSA, протоколам Діффі Хелмана та популярним засобам криптографії еліптичних кривих (див. [1], [2]). Це досить молода дослідницька галузь, якій ще бракує прикладів криптосистем з теоретично оціненою опорністю до атак, реалізованих на звичайній машині Тюрінга.

Дослідження атак за допомогою машини Тюрінга та квантового комп'ютера повинні робитися різними методами, зважаючи на різну природу цих двох машин, детерміністичну та випадкову, відповідно.

Нехай K є комутативним кільцем, $S(K^n)$ означає афінну напівгрупу Кремони всіх поліноміальних перетворень вільного модуля K^n . Криптографія від багатьох змінних розпочиналася від вивчення можливостей спеціальних квадратичних бієктивних перетворень K^n , де K є розширенням скінченного поля F_q характеристики 2. Одна з перших таких криптосистем була запропонована Імаї та Мацумото. Огляд різних модифікацій цих алгоритмів та відповідний криптоаналіз можна знайти в монографії [1]. Багато спроб побудувати працюючий публічний ключ криптографії від багатьох змінних не привели до мети, але дослідження та побудова нових алгоритмів-кандидатів продовжується (див., наприклад, [3] та подальші посилання).

Деякі застосування алгебраїчної теорії графів до поліноміальної криптографії від багатьох змінних було розглянуто в [4]. Цей огляд присвячено алгоритмам, що базуються на взаємно-однозначних відображеннях вільних модулів у себе. Застосування алгебраїчних графів у криптографії почалися із симетричних алгоритмів, що базуються на конструктивних побудовах екстремальної теорії графів та подібної теорії для орієнтованих графів (див. огляди [4], [5]).

Головна ідея – конвертувати алгебраїчний граф у скінченний автомат та використовувати псевдовипадкові прогулянки по графу як знаряддя для кодування. Такий підхід можна також використати для створення протоколів обміну ключів. Нещодавно запропонована ідея «символічних блукань» на алгебраїчних графах, коли блукання на графі залежить від параметрів, що є спеціальними многочленами, залежними від невідомих координат вектора відкритого тексту, дозволила створити кілька нових криптосистем з публічним ключем.

Поряд з екстремальними графами для створення криптографічних алгоритмів можна використати графи інцидентії скінченних геометрій та їх систем прапорів. Бієктивні розріджені поліноміальні відображення достатньо великої степені було запропоновано в [5].

Одним з перших застосувань небієктивних відображень у криптографії від багатьох змінних була криптосистема «олії та оцету», запропонована в [6] та піддана аналізу в [7]. В сучасних дослідженнях ця загальна ідея значною мірою підтримана в публікації [8], яка присвячена аналізу прямих атак на модифіковану незбалансовану систему олії та оцету. Цей алгоритм було запатентовано. Виглядає так, що ці системи разом із системами веселковоподібних (rainbow like) схем електронного підпису можуть

привести до багатообіцяючих систем публічного ключа криптографії від багатьох змінних для випадку скінченних полів.

Небієктивні розрізнені кодуючі відображення від багатьох змінних степені 3 та ≥ 3 побудовані через блукання на алгебраїчних графах $D(n, K)$, що визначалися над загальним комутативним кільцем [16], та їх гомоморфні образи було запропоновано в [9].

Нові криптосистеми, визначені за небієктивними поліноміальними кодуючими відображеннями вільного модуля Z_m^n у себе, було презентовано на міжнародній конференції з алгебри, дискретної математики та їх застосувань DIMA 2015 (див. [10]). Система використовує відкритий текст $(Z_m^*)^n$, де $n = k(k-1)/2$, $k \geq 2$ може бути довільним натуральним числом.

Відкритий ключ сформовано як послідовність загальних многочленів з $Z_m[x_1, x_2, \dots, x_{k-1}]$ та послідовність параметрів l_i , $i = 1, 2, \dots, k-1$, які є взаємно простими з $\varphi(m)$. Властивості кодуючого відображення в значній мірі залежать від розкладу числа m на прості множники.

Це небієктивне кодуєче відображення є деформацією спеціального обчислення, продукованого автоматом Шуберта для " $k-1$ вимірної проективної геометрії" над Z_m . Цей метод не використовує розбиття змінних на групи, небієктивна природа відображення споводована існуванням дільників нуля для складеного цілого числа m . В дійсності ідея "схованого RSA" знайшла реалізацію (див. [10]). Інший алгоритм, що використовує цю ідею, описано в [11].

В останні 15 років алгебраїчна комбінаторика також з успіхом застосовується в криптографії та теорії безпеки мереж – новій галузі теоретичної інформатики, що досліджує рівень комунікаційної безпеки колективу користувачів в розгалужених комунікаційних мережах. Цей міждисциплінарний напрямок розглядає разом з криптографічними проблемами і задачі знаходження та виправлення помилок, захист від шумів та інші аспекти класичної теорії кодування.

У 2001 році в Києві було відкрито Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного простору (ІТГІП Національної академії наук України). Цей інститут займається створенням та розвитком глобальних інформаційних мереж, сучасних телекомунікаційних технологій, знаходженням технічних рішень, гарантуючих безпеку телекомунікаційного зв'язку, створенням і впровадженню автоматизованих інформаційних систем, зокрема, в галузях природоохоронного захисту та збереження природних ресурсів, розвитком сучасних інформаційних технологій у телемедицині. Вже кілька років зусилля інституту сконцентровані на створенні та впровадженні інформаційно-аналітичних засобів підтримки центрального та місцевого урядів. Дуже важливим напрямком Інституту стало впровадження нових методів та інформаційних технологій в середній та вищій освіті, зокрема, співпраця з Малою академією наук України.

ІТГІП продовжує вітчизняні дослідження з прикладної алгебраїчної комбінаторики, що починалися Л. А. Калужніним та А. О. Стогнієм в рамках спільного проекту Інституту кібернетики НАН України та Київського державного університету ім. Т. Г. Шевченка (див. [17], [18], [19], [20] та [21]).

Зокрема, продовжується праця над створенням бібліотеки криптографічного програмного забезпечення на основі властивостей простих і скерованих алгебраїчних графів без малих циклів або комутативних діаграм. Останні теоретичні результати і результати комп'ютерного моделювання представлені на кількох доповідях на міжнародних конференціях з криптології, конференціях АКА (застосування комп'ютерної алгебри) та інших. Ці алгоритми та результати досліджень їх властивостей відображені в публікаціях [22]–[26]. Значна кількість публікацій підготовлена у співпраці з дослідниками університету Марії Кюрі-Склодовської, з яким ІТГІП має міжнародну угоду про співпрацю. Огляд попередніх результатів по криптографічних алгоритмах (1998–2011) читач може знайти в книзі [23], працях Advanced Study NATO Institute, в якому брав участь і Інститут телекомунікацій [24]. Окреслимо теоретичне підгрунття класу алгоритмів, яким займається відділ. Проблема дискретного логарифма (ДЛ) є відомою NP-складною задачею теорії чисел та теорії груп. Ситуація багато в чому подібна до проблеми розкладу цілих чисел на множники. Безпека кількох відомих криптографічних алгоритмів з відкритим ключем ґрунтується на складності цих двох проблем. Наприклад, система ElGamal та DSS базуються на ДЛ. Хоча проблема дискретного логарифма формулюється для будь-якої скінченної групи, але в застосуваннях до криптографії група, як правило, є мультиплікативною групою Z_n^* кільця лишків.

Нагадаємо, що теоретико-групова проблема дискретного логарифмування є наступною: знайти натуральне число x , таке що $g^x = h$, де h і g є обрані елементи скінченної групи G . У випадках груп $C = Z_p^*$ та $C = Z_{pq}^*$, де p та q – достатньо великі прості числа, складність проблеми дискретного алгоритму є обґрунтуванням безпеки класичного алгоритму обміну ключів, запропонованого Діффі та Хелманом, та криптосистеми RSA. В більшості випадків інших груп складність проблеми дискретного алгоритму є недостатньо дослідженою. Досить часто проблема залежить від вибору бази g та способу представлення інформації про групу. Група може бути визначена за допомогою генераторів і відношень, як група автоморфізмів алгебраїчного різноманіття, як група матриць над скінченним кільцем, група перестановок. Вона може визначатися багатьма іншими способами. Наступний приклад демонструє важливість способу представлення абстрактної групи.

Мультиплікативна група Z_p^* , де p – просте, є ізоморфною адитивній групі кільця Z_{p-1} . Якщо p – "досить велике", то проблема ДЛ є NP-важкою, але ж для адитивної групи кільця лишків Z_{p-1} проблема ДЛ еквівалентна задачі розв'язання лінійного рівняння.

Давайте розглянемо випадок симетричної групи S_p^n порядку $p^n!$, представленій як група Кремони всіх біективних поліноміальних автоморфізмів векторного простору $V = (F_p)^n$ над простим скінченним полем F_p . Оберемо стандартну базу простору V . Добре відомо, що кожна перестановку π із симетричної групи S_p^n можна записати у вигляді "публічного правила" $g: x_1$ переходить до $g_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$, x_2 – відповідно до $g_2(x_1, x_2, \dots, x_n)$, нарешті x_n змінюється на $g_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$, де g_i – многочлени від багатьох змінних з $F_p[x_1, x_2, \dots, x_n]$.

Зазначимо, що доброї оцінки порядку відображення g не існує. В загальному випадку ступінь нелінійного поліноміального відображення g^k , що відповідає підстановці π^k , росте зі збільшенням k .

Обґрунтуємо складність проблеми обчислення порядку "псевдовипадкового" нелінійного відображення g . Почнемо з дуже відомої проблеми знаходження розв'язку нелінійної системи рівнянь $g(x) = b$, з максимальним ступенем d многочленів $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Сучасна математика не знайшла принципово швидших за метод Гауса способів розв'язання системи. В загальному випадку складність найшвидшого алгоритму становить d^s , $s = O(n^2)$. При умові існування та єдиності розв'язку та деяких додаткових умовах задача розв'язується за d^s , $s = O(n)$ кроків. Тепер перейдемо до більш складної задачі знаходження оберненого перетворення h до відображення g . Зрозуміло, що, обчисливши, ми знайдемо розв'язок нелінійної системи як $h(b)$. Тому вираз d^s , $s = O(n)$ можна використати як нижню оцінку складності задачі.

Перейдемо до проблеми знаходження порядку t для відображення g . Очевидно, що знаючи t , обернене перетворення g обчислимо як g^k , $k = t-1$, тому за нижню оцінку і цієї задачі можна прийняти $d^{O(n)}$, де число d є ступенем для відображення g . Ефективний алгоритм для знаходження g^k , $k = -1$ відомо тільки у випадку, коли ступінь g – одиниця, тобто g є афінним відображенням, перетворюючим x у вектор $Ax + b$, де x та b – вектори стовпчики з простору V , A – невироджена квадратна матриця. Таким чином, існує справжня прірва по складності між лінійністю та нелінійністю.

Проблема дискретного логарифму для циклічної групи, породженої "псевдовипадковим" нелінійним поліноміальним відображенням g із симетричної групи S_p^n , тобто задача знаходження розв'язку рівняння $g^x = b$ виглядає складною. Коли x відомо разом з порядком відображення g , то рівняння можна переписати у вигляді $g^{t-x} = b^{-1}$, але як ми вже бачили обчислення b^k , $k = -1$ потребує щонайменше d^s , $s = O(n^2)$ операцій. Це означає, що у випадку "псевдовипадкової" нелінійної бази g ми можемо уживати термін схованої символічної проблеми дискретного логарифму; слово "схована" ужите тому, що порядок t циклічної групи невідомий при достатньо великій кількості змінних, термін "символічна" використаний тому, що відображення g та b можна генерувати з використанням методів символічних перетворень, таких як популярні "Maple" чи "Matematika", що працюють із символічними перетвореннями або спеціалізованими гнучкими програмами комп'ютерної алгебри.

Наведені вище аргументи про складність проблеми ДЛ в симетричній групі S_p^n справедливі і для більш загального випадку групи Кремони $S(K^n)$ поліноміальних автоморфізмів вільного модуля K^n над загальним комутативним кільцем K . Група $S(K^n)$ є одним з найскладніших об'єктів Алгебраїчної Геометрії.

2. Про вибір бази і стабільні підгрупи

Зрозуміло, що для вибору нелінійної "псевдовипадкової" бази g у відповідній проблемі ДЛ потрібно використовувати ефективні евристичні алгоритми. Вони повинні генерувати g дуже великого порядку. Якщо поліноміальний ступінь степені g^x в групі Кремони зростає лінійно зі зростанням x , тобто $\deg(g(x)) = ax + b$, то x можна обчислити з лінійної рівності $ax + d = \deg b(x)$. Це мотивує наступну концепцію.

Послідовність підгруп G_i у групі $S(K^i)$, де i прямує до нескінченності, є родиною стабільних підгруп, якщо поліноміальний ступінь кожного g з G_i

обмежений незалежною сталою c . Побудова родин великих стабільних груп G_i є цікавою математичною проблемою, що має важливі застосування в криптографії.

Очевидно, що підгрупи $AGL_n(F_p)$ всіх афінних бієктивних відображень з x до $Ax + b$, де x та b – вектори-стовпчики з V , A – невідроджена квадратна матриця, утворюють родину підгруп стабільного ступеня з $c = 1$. Існує легкий спосіб побудови стабільних підгруп через спряження $AGL_n(K)$ (підгрупи всіх автоморфізмів модуля $C(K^t)$ поліноміального ступеня 1) з нелінійним відображенням f з $C(K^t)$. Такі родини природно називати псевдолінійними. Очевидно, що ступені многочлена f_i , оберненого до нього, перевищують 2. Тому при використанні "псевдовипадкових" "pseudorandom" многочленів f сталого ступеня буде отримано родину стабільного ступеня з $c > 4$.

Саме тому дослідження родин сталого ступеня з $c = 2$ або $c = 3$ є найцікавішим випадком. Вдалося конструктивно довести наступне твердження: для кожного скінченного комутативного кільця, що містить більше двох регулярних елементів (не дільників нуля), існують родини підгруп стабільного ступеня з $c = 2$ та $c = 3$, такі що порядок їх представників не обмежений.

На основі цього твердження побудована бібліотека криптографічних алгоритмів і програм, безпека яких ґрунтується на складності проблеми дискретного логарифму у відповідній групі Кремони. Для практичного використання уживано скінченні поля та кільця лишків за модулем n . Розроблено алгоритми обміну ключів, алгоритми кодування з відкритим ключем (public key), методи цифрового підпису та швидкі симетричні потокові алгоритми кодування (stream ciphers).

3. Про властивості одного з поточкових симетричних алгоритмів кодування

Завдяки дослідницькій діяльності Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору було розроблено нові методи шифрування даних. Дані можуть мати будь-який формат, такий як: текст, зображення або звуковий файл. Побудовані симетричні алгоритми не є блочними шифрами. На відміну від блочних шифрів, нові інструменти змінюють всі дані: зміна навіть одного байту інформації або одного символу ключа призводить до корінної зміни даних всього шифру (змінюється 99 відсотків символів, а не конкретний блок), алгоритми швидкі та їх швидкість лінійно залежить від розміру даних. Якщо супротивник має доступ тільки до зашифрованих даних, то для розшифрування даних йому треба буде використати метод «грубої сили», тобто здійснити перебір всіх можливих варіантів ключа. Математично доведено, що різні ключі виробляють різні шифри, які завжди відрізняються від початкових текстів. Клієнт може вільно обирати довжину ключа, тому опір до атак регулюється розміром простору ключів. Функція шифрування є нелінійною, тому алгоритм стійкий до активної атаки на ключ, у випадку коли супротивник має багато пар оригінальних і зашифрованих даних. Алгоритми можуть бути використані для поточкового шифрування, але вони можуть бути перетворені в систему поліноміальних відкритих ключів через алгебраїчний характер базових графів.

Для оцінки якості "удаваного хаосу" теоретично можна використовувати певні динамічні та стохастичні моделі з теорії складних систем на графах, які було зазначено вище. Наші методи засновані безпосередньо на теорії скінченних автоматів (грубо кажучи, графів), використовуюваної для шифрування. Виявляється, що алгебраїчні графи великого обхвату є гарним прикладом шифрувальних автоматів.

Проблема захисту інформації з'явилася ще задовго до появи комп'ютерів. Із самого початку свого розвитку системи інформаційної безпеки розроблялися для військових відомств. Розголошення такої інформації могло призвести до величезних людських жертв, тому конфіденційності в системах безпеки приділялася особлива увага. Очевидно, що надійно захистити повідомлення й дані від розголошення і перехоплення може тільки повне їхнє шифрування.

Стрімке вдосконалювання комп'ютерних технологій позначилося й на принципах побудови захисту інформації. Обчислювальна потужність сучасного домашнього комп'ютера суттєво перевищує потужність деяких суперкомп'ютерів минулого. Тому й деякі інструменти захисту даних зараз можна вважати застарілими, адже задачі, що лежать в їх основі, більше не є складними обчислювальними задачами.

Принцип побудови сучасного інструменту захисту інформації – це пошук оптимального співвідношення між швидкістю шифрування, його стійкістю до активних атак та можливістю збільшувати довжину ключа. Сучасний інструмент захисту даних повинен мати певний запас міцності, який він може протиставити стрімкому зростанню обчислювальної потужності комп'ютерних систем.

Розроблено теоретичні основи захисту інформації за допомогою алгоритмів на базі алгебраїчних графів, які створили базу для побудови симетричного алгоритму на алгебраїчному графі.

Нехай F_q – скінченне поле порядку q , яке є степінню простого числа. Розглянемо дводольний граф $A(n, F_q) = A(n, q)$, визначений на множині точок $P = F_q^n$ і прямих $L = F_q^n$ через відношення інцидентності I : $x \in I$ y для $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ із P та $y = [y_1, y_2, \dots, y_n]$ із L тоді і тільки тоді, коли виконуються співвідношення $y_2 - x_2 = y_1 x_1, y_3 - x_3 = x_1 y_2, y_4 - x_4 = y_1 x_3, y_5 - x_5 = x_1 y_4, \dots, y_n - x_n = x_1 y_{n-1}$ при непарному n і $y_n - x_n = y_1 x_{n-1}$ при парному значенні $n, n > 1$. Круглі та квадратні дужки дозволяють розрізняти точки та прямі.

Граф $A(n, q)$ є дводольним, тому що він не має непарних циклів.

Проективним прикладом послідовності графів $A(n, q)$ є q -регулярне дерево T_q .

4. Автомати, визначені графами сімейства $A(n, q)$

Графи $A(n, q)$ були визначені в [14] як гомоморфні відображення графів $D(n, q)$. В цій же публікації вводиться колір вершини (точки або прямої) як значення першої координати вектора вершини. Таким чином, колір являється елементами скінченного поля F_q . У графі $A(n, q)$ кожна вершина v має єдиного сусіда заданого кольору. Розглянемо бієктивне відображення Dt із множини вершин графа $A(n, q)$, яке переводить точку $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ в її сусіда кольору $x_1 + t$, де t належить полю F_q і переводить пряму $y = [y_1, y_2, \dots, y_n]$ в сусідню з нею точку кольору $y_1 + t$. Простий шлях довжини s в графі з початком у вершині v може бути представлений як послідовність вершин

$x_0 = v, x_1 = Dt_1(x_0), x_2 = Dt_2(x_1), \dots, x_s = Dt_s(x_{s-1})$, де послідовність $t = t_1, t_2, \dots, t_s$ задовольняє умову t_i та $-t_{i-1}$ різні при $i = 1, 2, \dots, s$. Нехай Dt – відображення, яке переводить v в x_s . Помітимо, що зворотним до нього буде бієкція Dt' , де t – послідовність $-t_s, -t_{s-1}, \dots, -t_1$. Виявляється, що незалежно від вибору послідовності перетворення Dt є поліноміальним перетворенням вигляду $(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow (f_1(x_1, x_2, \dots, x_n), f_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, f_n(x_1, x_2, \dots, x_n))$, де всі многочлени $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n), i=1, 2, \dots, n$, є кубічними.

Помітивши ребро між сусідніми вершинами v_1 та v_2 різницею їх кольорів, отримаємо скінченний автомат з алфавітом F_q . Сім'ю автоматів $A(n, q)$ можна використати для кодування “потенційно нескінченного тексту” над F_q . Будемо вважати, що відкритий текст x є елементом вибраної долі, наприклад, P . Послідовність $t = t_1, t_2, \dots, t_s$ кольорів ребер простого шляху в автоматі, відповідного обчислення функції $Dt(x)$, назвемо нескоротним паролем. На векторному просторі F_q^n розглянемо два оборотних афінних перетворення $L_i, i=1, 2$, вигляду $x \rightarrow xA_i + b_i$, де A_i є розрідженою матрицею, а b_i – векторами вигляду (b_1, b_2, \dots, b_n) . Нагадаємо, що розрідженість матриці означає її обчисленість за $O(n)$ кроків. Будемо вважати, що персональний ключ складається із пар $A_i, b_i, i = 1, 2$ і нескоротного пароля $t = t_1, t_2, \dots, t_s$. Кодуюче відображення E – композиція L_1, Dt та L_2 , оберненим до нього буде відображення $L_2' Dt' L_1'$, де L_i' – обернені до L_i афінні відображення, а t' – послідовність $-t_s, -t_{s-1}, \dots, -t_1$. Кубічне перетворення E обчислюємо за допомогою одного із пакетів, реалізуючих символічні перетворення комп'ютерної алгебри. Результатом обчислення буде поліноміальне перетворення $G: (x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow (g_1(x_1, x_2, \dots, x_n), g_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, g_n(x_1, x_2, \dots, x_n))$, де всі многочлени $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n), i=1, 2, \dots, n$, є кубічними виразами, записаними у вигляді списку впорядкованих мономів.

Список G буде служити публічним правилом (ключем), так що публічний користувач може за його допомогою кодувати інформацію за не більше ніж $O(n^4)$ кроків. Власник ключа, який має інформацію про сім'ю графів, та персональний ключ може виконувати як кодування, так і декодування за час $O(n)$. Помітимо, що він може фактично використовувати генератор публічних ключів, замінюючи параметри n (довжина потенційно нескінченного тексту), s (довжина нескоротного пароля), q (вибір алфавіту). Помітимо, що найкращий загальний алгоритм знаходження зворотного до G перетворення потребує $3^{O(n)}$ кроків, незалежно від того, використовує він ідеологію базиса Гребнера або альтернативні методи. Із визначення сімейства графів з великим цикловим показником випливає, що при умові $s < n$ та фіксованих афінних перетвореннях $L_i, i = 1, 2$, різним нескоротним паролем відповідають різні відображення G .

Описаний вище симетричний алгоритм має самостійну цінність як потоковий алгоритм швидкого шифрування. Якщо q – непарне, то з-за зв'язності графа при фіксованих афінних перетвореннях $L_i, i = 1, 2$, та змінних нескоротних паролем довільної довжини кодування володіє властивістю транзитивності, тобто для довільно вибраних відкритих текстів (файлів однакового розміру) існує пароль, такий, що відповідне кодуєче відображення переводить перший текст в другий.

Помітимо, що для блокових алгоритмів властивість транзитивності не можлива, так як відкритий текст з періодичністю на блоках при будь-якому кодуванні переходить в новий періодичний текст. Властивість графів малого

світу гарантує транзитивність навіть при обмеженні простору паролів на множині слів довжини $O(n)$. Кодування при використанні таких обмежень паролів виконується за $O(n^2)$ кроків.

Важливий частковий випадок відповідає вибору зворотного до L_1 афінного перетворення в якості L_2 . Для простоти припустимо, що s парне. В такому випадку порядок відображення G співпадає з порядком Dt . Як впливає із наведених вище результатів, в такому випадку:

- 1) будь-яка степінь відображення G в симетричній групі $S(F_q^n)$ є або кубічним відображенням векторного простору в себе, чи одиницею;
- 2) якщо $t_1 + t_3$ відмінна від нуля, то порядок перетворення G прямує до нескінченності при зростанні параметра n .

Ми продемонструємо вам дослідження цього алгоритму шифрування даних та його гнучкість і здатність адаптуватись до стрімкого зростання обчислювальної потужності комп'ютерних систем.

Для виміру продуктивності алгоритму, ми проведемо шифрування 10 файлів різного розміру за допомогою 8 ключів різної довжини. Нехай k – розмір даних в кілобайтах, L – довжина ключа в бітах. Позначимо через $t(k, L)$ час в мілісекундах, який потрібен для шифрування або розшифрування даних розміру k за допомогою ключа довжини L (алгоритм симетричний). Тоді результати вимірів $t(k, L)$ можна представити як таблиці по одній табличці для кожної тестової конфігурації. Тобто було зроблено 160 вимірів, що представлено в табл. 1 та 2 та візуалізовано на рис. 1 і 2.

Таблиця 1 – Вимір 1: «Quad core Intel Core 2 Quad E6600 2,40GHz 4Gb RAM»

Довжина ключа, біт	Розмір даних, Мегабайт									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
32	140,63	296,88	437,50	578,13	734,38	875,00	1015,63	1156,25	1296,88	1468,75
64	296,88	593,75	875,00	1171,88	1468,75	1750,00	2046,88	2343,75	2625,00	2906,25
96	437,50	875,00	1312,50	1765,63	2187,50	2625,00	3093,75	3515,63	3937,50	4375,00
128	593,75	1171,88	1765,63	2343,75	2921,88	3515,63	4078,13	4671,88	5250,00	5875,00
160	734,38	1468,75	2203,13	2921,88	3656,25	4406,25	5125,00	5859,38	6609,38	7375,00
192	890,63	1765,63	2640,63	3515,63	4375,00	5265,63	6171,88	7000,00	7875,00	8781,25
224	1031,25	2046,88	3078,13	4109,38	5078,13	6140,63	7156,25	8187,50	9203,13	10265,63
256	1171,88	2343,75	3531,25	4687,50	5859,38	7015,63	8203,13	9390,63	10593,75	11718,75

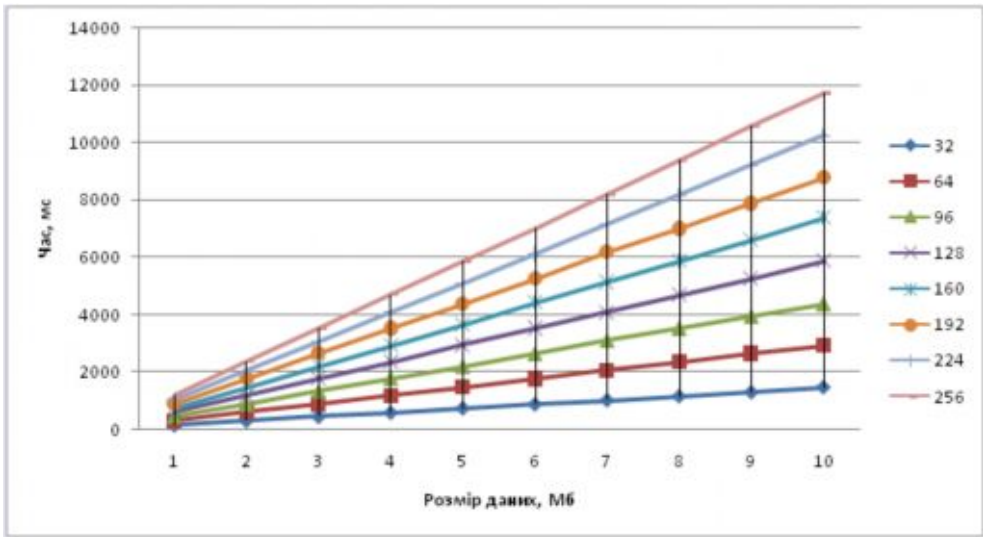


Рисунок 1 – Вимір 1: «Quad core Intel Core 2 Quad E6600 2,40GHz 4Gb RAM»

Таблиця 2 – Вимір 2: «Single core AMD Athlon 3GHz 1Gb RAM»

Розмір ключа, біт	Розмір даних, Мегабайт									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
32	250,00	515,63	765,63	984,38	1218,75	1468,75	1687,50	2046,88	2281,25	2515,63
64	500,00	968,75	1484,38	1968,75	2515,63	2859,38	3484,38	3937,50	4531,25	5500,00
96	781,25	1531,25	2375,00	3421,88	4343,75	4468,75	5593,75	5875,00	6687,50	7421,88
128	953,13	1890,63	2890,63	3812,50	4890,63	5953,13	6828,13	7812,50	8921,88	9671,88
160	1218,75	2390,63	3640,63	4890,63	6234,38	7453,13	8562,50	9796,88	10968,75	12250,00
192	1437,50	2828,13	4437,50	5765,63	7250,00	8734,38	10140,63	11531,25	13203,13	14703,13
224	1640,63	3453,13	4968,75	6812,50	8609,38	10203,13	11906,25	14140,63	15609,38	17937,50
256	2156,25	4937,50	6312,50	7906,25	9765,63	11796,88	13656,25	15750,00	17296,88	19796,88

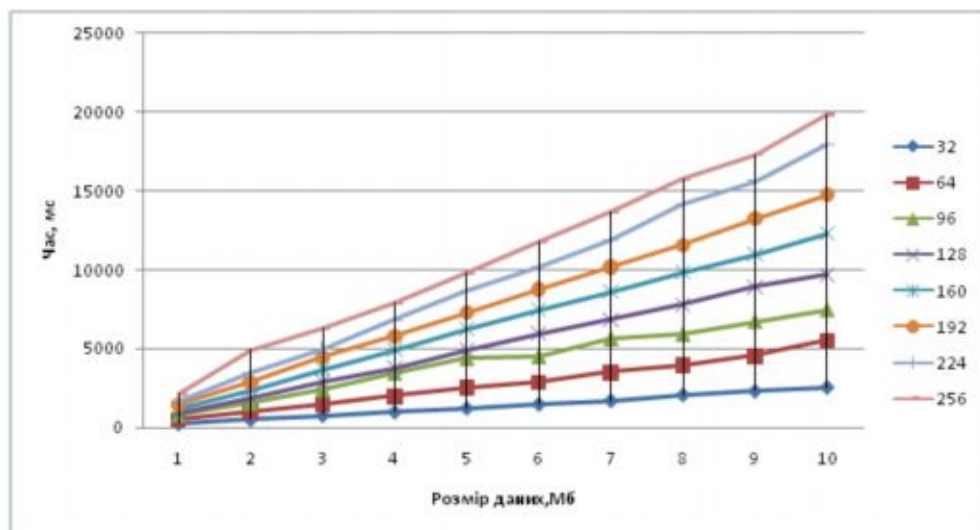


Рисунок 2 – Вимір 2: «Single core AMD Athlon 3GHz 1Gb RAM»

Презентований алгоритм є універсальним і ефективним симетричним алгоритмом шифрування даних. Цей алгоритм забезпечує однорідне шифрування всіх типів даних на основі бінарного алфавіту. Маючи лінійну складність, алгоритм здійснює обробку даних швидко. Застосування нелінійної функції шифрування робить алгоритм стійким до різних типів атак супротивника. Завдяки зазначеним перевагам алгоритм може бути основою для нового надійного інструменту забезпечення безпеки даних.

У відділі інформаційної безпеки Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору здійснюється подальша робота щодо вивчення алгоритмів шифрування на алгебраїчних графах, а також щодо покращення продуктивності наведеного вище алгоритму. Зокрема, у багатоядерних обчислювальних системах із застосуванням паралельних обчислень для шифрування та дешифрування даних алгоритмами, побудованими на алгебраїчних графах.

Висновки

Поява квантового комп'ютера в найближчий час є очікуваною подією. Чи буде існувати електронне управління та електронний бізнес у "постквантовий" час? Відповідь залежить від успіхів постквантової криптографії. З іншого боку, алгоритми одного з перспективних напрямків постквантових досліджень поліноміальної криптографії від багатьох змінних вже застосовуються для створення струменевих симетричних алгоритмів та алгоритмів цифрового підпису. Цьому аспекту була присвячена конференція Workshop on Secure Implementation of Post-Quantum Cryptography (Tel Aviv University Israel, Sep 26–27, 2016 (NATO for Science and Peace Security Program)).

В Інституті телекомунікацій та глобального інформаційного простору дослідження з поліноміальної криптографії від багатьох змінних ведуться від моменту створення цієї установи. Вже розроблені алгоритми постквантової

криптографії, безпека яких базується на складності схованої проблеми логарифму дискретного. Подальші криптологічні дослідження їх властивостей повинні з'ясувати їх придатність в постквантовий час. Симетричні алгоритми з приватним ключем для створених криптосистем можуть вже зараз використовуватися при розв'язанні практичних задач електронного управління та бізнесу. Їх перевагою є керованість рівня безпеки, що визначається степінню та густиною схованого поліноміального відображення.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ding J., Gower J.E., Schmidt D. S., *Multivariate Public Key Cryptosystems*, – Springer, *Advances in Information Security*, V. 25, 2006, – 259 p.
2. Goubin L., Patarin J., Bo-Yin Yang, *Multivariate Cryptography*. *Encyclopedia of Cryptography and Security*, (2nd Ed.) 2011, pp. 824–828.
3. Porras J., Baena J., Ding J., *New Candidates for Multivariate Trapdoor Functions*, *Revista Colombiana de Matematicas*, 2015 (November), vol. 49, No 1, pp. 57–76.
4. Ustimenko V. A., *Explicit constructions of extremal graphs and new multivariate cryptosystems* // *Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica*, Special issue "Proceedings of The Central European Conference, 2014, Budapest", 2015 (June), Vol. 52, issue 2, pp. 185–204.
5. Ustimenko V., *On Multivariate Cryptosystems Based on Computable Maps with Invertible Decompositions* // *Annales of UMCS. Informatica*, 2014, Vol. 14, Special issue "Proceedings of International Conference Cryptography and Security Systems", pp. 7–18.
6. Patarin J., *The Oil and Vinegar digital signatures*, Dagstuhl Workshop on Cryptography, 1997.
7. Kipnis A., Shamir A., *Cryptanalysis of the Oil and Vinegar Signature Scheme* // *Advances in Cryptology – Crypto 96*, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 1462, 1996, pp. 257–266.
8. Bulygin S., Petzoldt A. and Buchmann J., *Towards provable security of the unbalanced oil and vinegar signature scheme under direct attacks*, In Guang Gong and Kishan Chand Gupta, editors, "Progress in Cryptology - INDOCRYPT", Guang Gong and Kishan Chand Gupta, editors, *Lecture notes in Computer Science*, Vol. 6498, 2010. pp. 17–32.
9. Romańczuk-Polubiec U., Ustimenko V., *On two windows multivariate cryptosystem depending on random parameters* // *Algebra and Discrete Mathematics*, 2015, Vol. 19, No. 1., pp. 101–129.
10. Ustimenko V., *On Shubert cells in grassmanians and new algorithm of multivariate cryptography*, *Proceedings of Institute of Mathematics*, Minsk, 2015, Vol. 23, no 2, pp. 137–148.
11. Ustimenko V., *On algebraic graph theory and non-bijective maps in cryptography*, *Algebra and Discrete Mathematics*, 2015, Vol. 20, no 1, pp. 152–170.
12. Ustimenko V., Wroblewska A., *On the key exchange with nonlinear polynomial maps of stable degree* // *Annales UMCS Informatica*, 2011, AI XI, no 2, pp. 81–93.
13. Ustimenko V., Romanczuk U., *On Dynamical Systems of Large Girth or Cycle Indicator and their applications to Multivariate Cryptography* // *Artificial Intelligence, Evolutionary Computing and Metaheuristics*, In the footsteps of Alan Turing Series: *Studies in Computational Intelligence*, Vol. 427, Springer, January, 2013, pp. 257–285.
14. Wroblewska A., *On some properties of graph based public keys*, *Albanian Journal of Mathematics*, 2008, Vol. 2, no 3, pp. 229–234 (proceedings of NATO Advanced Studies Institute: "New challenges in digital communications").
15. Ustimenko V. A., *Maximality of affine group, and hidden graph cryptosystems*, *J. Algebra and Discrete Math.*, 2005, no 1, pp. 133–150.
16. V. Ustimenko, *Coordinatisation of Trees and their Quotients*, in the *Voronoj's Impact on Modern Science*, Kiev, Institute of Mathematics, 1998, vol. 2, 125–152.

17. V. I. Sushchansky, V. A. Ustimenko, On the characterization of types of Boolean functions, in Calculations in Algebra and Combinatorics, Kiev, Inst.Cyb., NAN U, 1979, pp. 44–51.
18. L. A. Kaluznin, V.I. Sushchansky, V. A. Ustimenko, Exponentiation in permutation group theory and its applications, Proceedings of the Sixth Soviet Union Conference on the group theory, Kiev, IM Ukr. Acad. Sci., 1979, pp. 135–145.
19. L. A. Kaluznin, V. I. Sushchansky, On the system of computer programs for studies of permutation groups, Proceedings of the Conference on Interactive Systems, Borjomi, March 1981, Tbilisi, Georgia, USSR, pp. 32–37.
20. L. A. Kaluznin, V.I. Sushchansky, V. Ustimenko, Computer science and its applications to the theory of permutation groups, Kibernetika, 1982, no. 6, pp. 63–84.
21. Калужнин Л. А., Суцанский В. И. Преобразования и подстановки, Москва, Просвещение, 1978.
22. V. Ustimenko, CRYPTIM: Graphs as Tools for Symmetric Encryption, Lecture Notes in Computer Science, Springer, LNCS 2227, Proceedings of AAECC-14 Symposium on Applied Algebra, Algebraic Algorithms and Error Correction Codes, November 2001, pp. 278–286.
23. T. Shaska, W.C. Huffman, D. Joener and V. Ustimenko (editors), Advances in Coding Theory and Cryptography, Advances in Coding Theory and Cryptography, Series on Coding and Cryptology, vol. 3, (2007).
24. Algebraic Aspects of Digital Communications, IOS Press (Lectures of Advanced NATO Institute 2008), NATO Science for Peace and Security Series – D: Information and Communication Security, v. 24, July 2009, 296 p.
25. V. Ustimenko, On K-theory of dynamical systems corresponding to graphs and its applications, Dopovidi NAS of Ukraine, N 8, 2013. pp. 15–21.
26. V. Ustimenko, M. Klisowski, Graph based cubical multivariate maps and their cryptographical applications, in Advances on Superelliptic curves and their Applications, IOS Press, NATO Science for Peace and Security series D: Information and Communication Security, vol. 41, 2014, pp. 305–327.

Стаття надійшла до редакції 06.01.2017.

УДК 004.5:004.6:004.89:007.51:528.933

В.В. ПРИХОДНЮК, О.Є. СТРИЖАК

МНОЖИННІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОНТОЛОГІЧНИХ СИСТЕМ

***Анотація.** Розглядається множинність бінарних відношень між концептами онтологічних систем. Визначаються особливості утворень таксономічних структур на основі використання гіпервідношення множинної впорядкованості. Введені та визначені властивості множинної впорядкованості. Визначено їх вплив на процеси формування різноманітних таксономічних структур і категорій. Формулюються умови щодо визначення істинності множинного гіпервідношення, яке виражає властивість індуктивності впорядкованих множин концептів таксономій. Описуються функціональні властивості множинних характеристик онтологічних систем.*

***Ключові слова:** онтологія, таксономія, множинність, бінарне відношення, впорядкованість, гіпервідношення, властивість.*

Вступ

В мережевому інформаційному просторі (Information networks space) (далі – МІП) [1, 2] постійно утворюються, накопичуються і архівуються великі об'єми неструктурованої і слабо структурованої інформації. Актуальність цих інформаційних ресурсів дуже велика, так як в них надаються знання і технологічні рішення, які відображають розвиток сучасної науки і техніки. Також вони зберігають в собі результати спостережень, моніторингу і аналізу різних процесів, які реалізуються в суспільстві. Багатоаспектність тематик такої інформації призводить до проблеми її некоректної інтерпретації, особливо, коли необхідно забезпечити в середовищі МІП взаємодію між колективами спеціалістів з різних Про. Зазвичай, необхідність в такій взаємодії виникає при вирішенні складних проблем, які розбиваються на не менш складні предметні прикладні задачі.

Характер використання мережевих інформаційних ресурсів, в процесі вирішення різноманітних прикладних задач, визначається інструментами (програмними засобами) отримання, обробки та зберігання, дослідженням та реалізацією яких займається така наукова дисципліна, як інформатика [3]. Один з напрямків таких досліджень пов'язаний з процесами формалізації концептуального відображення описів предметних областей, визначається на основі принципів методології онтологічного моделювання пасивних і активних інформаційних процесів накопичення, обробки, відображення та взаємодії [4, 5, 6].

Використання онтологічних систем для відображення семантики інформаційних ресурсів МІП [7, 8, 9] у вигляді ієрархічних структурних специфікацій [10, 11, 12, 13], над якими задається певна розширювана аксіоматика і між якими визначаються множини відношень, дозволяє частково вирішити проблему коректної інтерпретації їх використання при вирішенні складних прикладних задач.

1. Структурування на основі множинної впорядкованості

Основу будь-якої онтологічної системи O складає певна структурна специфікація [4, 5, 7, 11], однією з властивостей якої є відображення відношень, що існують між термінами-концептами, які складають та визначають її предметну тематику. Зазвичай основу структурування складають класи об'єктів [14], на які умовно розбивається множина всіх термінів $X = \{x_i / i = \overline{1, n}\}$, властивості яких визначають їх тематичні семантики. Безпосередньо властивості концептів дозволяють визначити вказану вище множину відношень між ними – R . Над цією множиною може бути задане гіпервідношення бінарної впорядкованості Gr , яка має властивості ациклічності – γ , часткової впорядкованості – \tilde{p} та лінійної впорядкованості – p [10, 15–18].

Вказані властивості зв'язані між собою наступними правилами перетворень [17, 18]:

$$x_i^j \gamma x_l^k \xrightarrow{\alpha} x_i^j p x_l^k \quad (1)$$

$$x_i^j \tilde{p} x_l^k \xrightarrow{\alpha} x_i^j p x_l^k \quad (2)$$

Бінарні відношення ациклічності і часткового порядку дозволяють формувати із загальних концептів предметної області множину таксономій \tilde{T} [11, 15], яка й визначає поверхневу структурну специфікацію онтологічної системи. Більш того, згідно з правилами (1) і (2), на основі множини усіх бінарних пар концептів таксономічної структури, можуть бути утворені певні тавтології [16], які визначають істинні твердження щодо тематичних властивостей концептів.

Розгляд множинних відношень виду (1) і (2), утворених між концептами, включаючи множини всіх множин концептів виду $\{x_i\}$ онтологічної системи O , і самими множинами, дозволяє їх типізувати як множинні бінарні відношення часткової впорядкованості – $\tilde{P} \subset Gr$. Згідно з правилом (2), \tilde{P} може бути перетворено до множинного бінарного відношення строгої часткової впорядкованості P , яка дозволяє визначити між концептами онтологічної системи бінарне відношення лінійного порядку p . Тобто можна завжди для бінарного відношення часткового порядку, яке визначається правилом виду (1), знайти монотонно зростаючу послідовність з множин натуральних чисел N , що визначають n -й порядок бінарної взаємодії концептів онтологічної системи. Така бінарна гіпервпорядкованість може бути визначена у вигляді множини бінарних лінійних впорядкованостей P і представлена у вигляді наступного виразу – $P = \{p_n\} n \in N$:

$$x \gamma y \Leftrightarrow \forall n \in N : x p_n y \quad (3)$$

Розглядаючи множини гіпервідношень Gr , можна виділити наступні властивості, що характеризують їх як бінарні [16, 17, 18, 19, 20]:

– агіперциклічність – якщо для Gr не існує гіперциклічної множини $X \subseteq U$ такої, коли:

$$\forall x \in X \exists Y \subseteq X : YGrx ; \quad (4)$$

– іррефлексивність:

$$YGrx \Rightarrow (Y / \{x\})Grx ; \quad (5)$$

– гіпертранзитивність:

$$YGrx, x \in X, XGrz \Rightarrow ((Y \cup X) / \{x\})Grz ; \quad (6)$$

– регулярність:

$$YGrx, Y' \supseteq Y \Rightarrow Y'Grx . \quad (7)$$

Властивість множинної упорядкованості таксономічних категорій дозволяє формувати та/або виділяти з множин концептів онтологічної системи підмножину концептів, пов'язаних між собою конкретним бінарним відношенням впорядкованості. Таким чином, якщо множина гіпервідношень володіє набором властивостей (3)–(7), забезпечує відображення різних активних станів онтологічної системи O на основі виділення бінарних відношень часткової впорядкованості \tilde{p} для множин концептів $\{x_i\}$, то завжди можна визначити таксономію та/або таксономічну категорію $T \in \tilde{T}$, для концептів якої можуть бути сформульовані предикативні вирази, що приймають значення істинності. Тобто ми завжди можемо з множини концептів X виділити непорожню підмножину концептів $\{x\}$, що має властивість бінарного відношення часткової впорядкованості \tilde{p} , яке і пов'язує їх між собою:

$$YGrx \Rightarrow \exists y \in Y : y\tilde{p}x . \quad (8)$$

При цьому часткова впорядкованість є елементом множини бінарних впорядкованостей – P , яка може бути розширена до гіпервідношення Gr й тим самим визначати множинну впорядкованість над підмножинами концептів $\{x\}$ у вигляді множинного відношення – «група об'єктів – об'єкт», що має властивості (4)–(8):

$$YGrx \Leftrightarrow n \in N \exists y \in Y : y p_n x : p_n \in P \subseteq Gr . \quad (9)$$

Предикативні вирази, що можуть бути сформульовані на основі концептів таксономічної категорії із заданим множинним відношенням впорядкованості виду (1)–(9), приймають лише значення істинності. Це дозволяє формувати на основі термінів-концептів онтологічної системи лінгвістичні вирази, що осмислено відображають стан онтологічної системи.

Тоді довільні концепти з множини $X = \{x_i / i = \overline{1, n}\}$ можуть бути впорядковані у вигляді:

$$r^m (x_i^j, x_l^k \mid x_i^j \in X_i; x_l^k \in X_l; r^m \in R \neq \emptyset), \quad (10)$$

де r – певне бінарне відношення між концептами множини $X = \{x_i / i = \overline{1, n}\}$, з множини відношень R , $r \in R$.

Тобто завжди є певна непорожня множина істинних висловлювань, яка утворюється концептами множини таксономії \tilde{T} онтологічної системи, за умови, що ці концепти впорядковані між собою бінарними відношеннями виду (10).

Так, для множини таксономічних категорій $\tilde{T} = \{\text{тип (phylum); підтип (subphylum); клас (classis); підклас (subclassis); ряд (у рослин – порядок) (ordo); підряд (subordo); родина (familia); підродина (subfamilia); рід (genus); підрід (subgenus); вид (species); підвид (subspecies); різновидність (varietas); форма (forma)}\}$, множина бінарного відношення часткової впорядкованості P забезпечує збереження всіх типів взаємодії між ними. Це також дозволяє формувати всі множини таксономії \tilde{T} з концептів сформованої онтологічної системи. Однак задавши над зазначеними категоріями відношення лінійної впорядкованості, ми звужуємо їх перелік, тому що ряд категорій, таких як: клас (classis); форма (forma); вид (species) можуть займати у виразі (2), що представляє бінарне відношення – «бути елементом категорії», як ліву, так і праву частину. Тим самим стають нездійсненними властивості відношення (5) і (7) – іррефлексивності та регулярності.

Тут однак слід відзначити наступну властивість гіпервідношення бінарної впорядкованості Gr : правила (1)–(9) повністю забезпечують формування з класів концептів $\{x\}$ різних таксономічних структур множини \tilde{T} .

Слід зазначити, що таксономічна категорія формується на основі виділення певної підмножини концептів, що мають загальну властивість, яка їх усіх характеризує. Така властивість може бути унарною для кожного концепту, проте при визначенні зазначеного класу як складного концепту, така властивість дозволяє визначити над усіма концептами класу множинне бінарне відношення «бути елементом класу». При цьому слід зазначити, що унарна властивість, що є загальним для множини концептів предметної області, може інтерпретуватися як ознака цих концептів або як критерій для вибору концептів даного класу.

Так, під час вибору концептів-кандидатів для формування певної категорії – клас (classis), спочатку визначається властивість-ознака, на підставі якої дана категорія може бути представлена як складний концепт. При цьому включення до категорії-класу конкретного простого концепту або поняття

з менш складною структурою ґрунтується на унарній *властивості-критерії*, що характеризує його та є загальною для всіх концептів цієї *категорії-класу*. Однак вказана загальна властивість дозволяє визначити для даної категорії бінарне відношення «*частина-ціле*», яке також задає часткову впорядкованість виду (2) над усіма концептами сформованої таксономічної категорії.

Таким чином, множина бінарного відношення часткової упорядкованості може бути задана на основі бінарного відношення «*частина-ціле*», яке можна переписати у вигляді множинного відношення – «*група об'єктів – об'єкт*». Тут фраза «*група об'єктів*» визначає ім'я складного *концепту-класу*, який є таксономічною категорією для розглянутої предметної області. Вибір концептів для їх включення в таксономічну категорію за загальними семантичними властивостями ми можемо розглядати як об'єднання одноелементних множин, де кожна така множина визначена конкретним концептом предметної області з обраною загальною для них *властивістю-критерієм*.

Конструктивність застосування процедури вибору тут проявляється можливістю точного визначення необхідного елемента для формування таксономії. Перевага критеріального вибору в даному випадку не залежить від методу ранжування. Таксономія задається концептами із загальною властивістю, над якими визначається множинне бінарне відношення часткової впорядкованості виду (2).

Таксономія може бути визначена для будь-якого складного концепту, тобто за замовчуванням вона може бути утворена бінарним відношенням лінійної впорядкованості «*частина-ціле*». Відношення «*частина-ціле*» може бути розширено до множинного відношення «*група об'єктів – об'єкт*» і далі до «*бути елементом класу*» та/або «*бути елементом категорії*». Відмінність між поняттями «*клас*» і «*категорія*» полягає в повноті відображення тематики предметної області. Поняття «*категорія*» досить повно відображає семантичні властивості предметної області, водночас поняття «*клас*» визначається просто відібраною множиною концептів із загальними семантичними властивостями. Тому поняття «*таксономія*» T не може бути повним еквівалентом поняття «*таксономічна категорія*» \tilde{T} .

Гіпервідношення Gr , задане над множинними бінарними відношеннями впорядкованості виду (1) і (2), що визначають таксономію, дозволяє уявити предикативні вирази, що формулюються на основі її концептів із заданим множинним відношенням упорядкованості виду (1)–(9) у вигляді рекурсивного предиката наступного виду [13, 16, 17]:

$$Pr(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, \neg Pr(YGrx_i) \wedge Pr(x_1, \dots, x_n) \\ 0, Pr(YGrx_i) \end{cases} \quad (11)$$

де $x_i \in X; 1 \leq i \leq n$.

Фактично предикат виду (11) дозволяє визначити, які концепти онтологічної системи володіють даною властивістю. Сформувавши множину класів концептів онтологічної системи за допомогою предикативного виразу

виду (11), ми отримуємо таксономію, над концептами якої задано множинне бінарне відношення «*частина-ціле*». Така таксономія може мати складну структуру низхідних ієрархій. Кожний складник являє собою клас концептів, що мають як мінімум одну загальну семантичну властивість.

$$Pr(x_1, \dots, x_n) = 0 \Rightarrow \exists T \subseteq \tilde{T} : \forall x \in X \exists Y \subseteq X \neg T \ YGrx. \quad (12)$$

Гіпервідношення *Gr* виду (1)–(9) визначають взаємодії між концептами кожної таксономії, виділеної з різних класів концептів предметної області. Відповідно рекурсивний предикат виду (11) дозволяє визначити нові види таксономії онтологічної системи. Особливу роль у формуванні нових таксономій відіграє, крім рекурсивних предикатів, функція вибору. У термінах таксономічних категорій вона має наступний вигляд:

$$\forall T \left[\emptyset \notin T \Rightarrow \exists F : T \rightarrow \cup T, \forall T \in \tilde{T} (F(T) \in \tilde{T}) \right]. \quad (13)$$

Тоді характеристична функція рекурсивного предиката (11) може визначати умови застосовності функції вибору при формуванні множини таксономій \tilde{T} онтологічної системи *O*. Якщо значення характеристичної функції дорівнює нулю, то ми виділили множину концептів, з яких неможливо сформувати істинні висловлювання, тому вони не володіють жодним з бінарних гіпервідношень впорядкованості *Gr*. В протилежному випадку характеристична функція приймає значення 1, а з множини обраних концептів формулюються істинні висловлювання.

Відповідно, над ними можуть бути визначені гіпервідношення *Gr*. Тобто завжди можна знайти непорожню множину концептів онтологічної системи, де існує хоча б один з типів відношень впорядкованості виду (1)–(7), і концепти, пов'язані таким відношенням, можуть утворювати істинні висловлювання. Таким чином, ця умова задає індуктивність процесу формування множин концептів, між якими встановлюються гіпервідношення *Gr*, і фактично визначає правила конструювання таксономій та/або таксономічних категорій. На підставі тверджень, наданих у вигляді (11)–(13), ця умова може бути представлена в наступному вигляді:

$$\exists P \subseteq Gr, \exists p \in P, \forall x \in X \exists Y \subseteq X : YGrx \Rightarrow \exists T = YGrx. \quad (14)$$

Індуктивність виразу (13) задається послідовністю застосування предикативних виразів виду (11) і (12) до множини концептів $X = \{x_i / i = \overline{1, n}\}$ онтологічної системи *O*.

2. Властивості впорядкованості таксономій

Формування таксономічних структур на основі процедури вибору і множини бінарних гіпервідношень впорядкованості дозволяє визначити низку властивостей, що забезпечують конструктивність застосування таксономій \tilde{T}

для реалізації різних станів онтологічної системи O . Особливістю нашого підходу є алгебраїчне представлення вибору відповідної переваги при формуванні множин класів з концептів предметної області.

Індуктивність предикативної форми представлення процесу формування таксономічних структур (11) і (12) розширена умовою існування таксономії (14), що дозволяє визначити ряд конструктивних властивостей таксономій як гіпервпорядкованих бінарних структур. Зазначена індуктивність накладає низку умов на вхідні і вихідні дані [4, 15] онтологічної системи при виборі концептів, на основі яких формується таксономія. Якщо вхідні і вихідні дані онтологічної системи O визначають стійкість формування таксономічних структур, то регулювати їх взаємодію на підсистемному рівні можливе при дотриманні ряду умов.

Ці умови визначаються типом відношень бінарної впорядкованості (1)–(7) і забезпечують незалежність значень характеристичної функції рекурсивного предиката (11) від послідовності контекстів індуктивного вибору. У складних системах, якими є онтології, виділяють наступні умови стійкості [10, 19, 20]:

Умова спадкування:

$$\exists T' \subseteq T \Rightarrow \exists F(T') \supseteq F(T) \cap T' . \quad (15)$$

Умова незалежності від концептів, які не входять до:

$$\exists F(T') \subseteq T' \subseteq T \Rightarrow F(T') = F(T)' . \quad (16)$$

Умова згоди:

$$\bigcap_n F(T_n) \subseteq F(\bigcup_n T_n) . \quad (17)$$

Властивості таксономічних структур, представлені виразами (15)–(17), дозволяють певною мірою проінтерпретувати інтуїтивні міркування при виборі конкретних властивостей концептів, на підставі яких реалізується вибір переваг щодо їх включення до таксономії T . Так, умова успадкування забезпечує включення концептів, що мають еквівалентні *властивості-критерії*. Умова незалежності дозволяє задати набір аксіом для онтології, що виключають виникнення протиріч при виборі. Умову згоди дозволяє забезпечити коректність розбиття множини концептів предметної області онтологічної системи на класи. При цьому згідно з дослідженнями [10, 13, 19, 20] забезпечується формування класу функцій, що визначають достатньою мірою множинність бінарних відношень упорядкованості. Більше того, можна стверджувати, що умови (15)–(17) досить точно визначають саму систему вибору за умови, що *властивості-критерії*, на основі аналізу яких реалізується формування таксономії, задані.

Представлення властивостей концептів таксономії може бути реалізоване у вигляді предикативного вираження (12). Тоді застосування умов (15)–(17) до концептів предметної області онтології дозволяє формувати таксономічні структури – класи та/або категорії у вигляді дерев ознак [20]. Це забезпечує можливість представлення таксономій, концепти яких взаємодіють один

з одним на основі множини гіпервідношень $\{Gr\}$, у вигляді графа без циклів [4, 15].

На основі множинної гіпервпорядкованості таксономій завжди виконується наступне твердження: якщо певна онтологічна система O_n формується на основі таксономії T , то завжди є певна непорожня множина істинних висловлювань $\{Pr(x_1, \dots, x_n)\}$, яка утворюється концептами x цієї онтології, за умови, що ці концепти пов'язані між собою бінарними відношеннями виду (15)–(17).

Істинність цього твердження виводимо з виразу (12), що можна проінтерпретувати наступним чином: будь-яка ієрархічна структура, для якої є справедливими умови успадкування, незалежності та згоди (15)–(17), може бути представлена у вигляді бінарного дерева і, таким чином, у вигляді певної таксономії. Це твердження носить конструктивний характер, тому що забезпечує індуктивне формування правил обробки концептів з різних таксономій на основі виявлення між ними бінарних відношень множинної впорядкованості.

Додатково слід зазначити: умова згоди (17) визначає властивість пластичності множини таксономій \tilde{T} онтологічної системи O . Властивість пластичності дозволяє стверджувати, що для довільної онтологічної системи завжди існує непорожня множина тавтологій, яка може бути розширена новою тавтологією. Таким чином, при використанні певних концептів онтології можливо виконувати підстановку множин висловлювань, які задаються на множині концептів онтології на підставі їх тематичних властивостей і бінарних відношень впорядкованості виду (1)–(7). При цьому всі зазначені концепти мають бути представлені у вигляді предикативного виразу (12). Це твердження може бути перефразовано таким чином: якщо певна онтологія O формується на основі множини таксономій \tilde{T} , множини концептів X , то завжди є певна непорожня множина висловлювань $\{Pr(x_1, \dots, x_n)\}$, яка утворюється концептами x цієї онтології, за умови, що ці концепти пов'язані між собою бінарними відношеннями виду (1)–(9). Таким чином можна визначити відношення множинної гіпервпорядкованості у вигляді наступного виразу:

$$\exists X, \exists T \Rightarrow X Gr T. \quad (18)$$

Вираз (18) можливо проінтерпретувати наступним чином. В довільній онтології O завжди існують концепти x_i , які мають множинні бінарні гіпервідношення Gr між собою.

3. Безтипове представлення функціональності множинної впорядкованості

Згідно з визначенням онтологічної системи O [4–9, 21–23, 28, 29], одним з її утворюючих системних компонентів є множина інтерпретуючих функцій – F . Фактично ці функції визначають правила щодо використання та обробки концептів онтології $X = \{x_i / i = \overline{1, n}\}$ при вирішенні певних задач та проблем. Застосування до множини концептів X онтологічної системи O , над якими задані бінарні відношення типу (1), (2), (10), будь-якого погодженого правила з множини інтерпретуючих функцій F , які можуть бути представлені у вигляді функції типу $f^i(x_1, \dots, x_n, x_{n+1}) \in F_k$, дозволяє для довільної онтологічної системи O завжди визначити непорожню множину тавтологій, що може бути розширена новою тавтологією.

Таким чином, при використанні онтологій в процесі формування лінійно-впорядкованих таксономій, можна виконувати підстановку множин висловлювань, які задаються на множині концептів $X = \{x_i / i = \overline{1, n}\}$ у вигляді тавтологій. Вказані множини висловлювань та тверджень складають певні текстові масиви, утворюючи множини термінів-концептів яких – X , пов'язані між собою різними множинами семантичних відношень $R_{sem} \subseteq R$. Як вже було відзначено, над відношеннями з кожної такої множини R_{sem} може бути задане відношення часткової впорядкованості \tilde{p} . Це відношення дозволяє формулювати множини правил Rul , на підставі застосування яких ми можемо формулювати істинні твердження з концептів ПрО. При цьому будемо вважати, що концепт є вільним, якщо не пов'язаний з іншими концептами з ПрО ніякими типами відношень. Якщо ж між концептами встановлені які-небудь відношення з множини R_{sem} , то тоді ми такі концепти будемо визначати як пов'язані. Тоді усі висловлювання та твердження утворюються пов'язаними концептами. А коректність визначення над ними множинного відношення часткової упорядкованості \tilde{p} дозволяє вважати їх виконуваними або істинними [16, 24].

Побудова тверджень з концептів реалізується на підставі кінцевих наборів правил з множини Rul , які визначають порядок застосування множинного відношення часткової упорядкованості \tilde{p} як над концептами з множини X , так і над семантичними відношеннями з множини R_{sem} . Також відношення \tilde{p} дозволяє нам формувати з концептів множини $X = \{x_i / i = \overline{1, n}\}$ відповідні термінополя [6, 13, 25, 26] у таксономій з множини \tilde{T} , де між концептами задається множинне бінарне відношення часткової упорядкованості – \tilde{p} .

Такі правила побудови тверджень носять аплікативну форму і можуть бути представлені у вигляді безтипового виразу виду [15, 27]:

$$f_a = (\lambda x.t(x))a = t(a), \quad (19)$$

де: λ -теорія – лямбда числення; запис λx говорить, що це λ -терм;

x – змінна, що приймає значення на множині лексем L або концептів X , де $L = \langle x_i | i = \overline{1, n} \rangle$, $x \in X = \{x_i | i = \overline{1, n}\}$;

t – вираз, який може містити змінну $x \in X = \{x_i | i = \overline{1, n}\}$;

a – аргумент функції (контекст), що визначає можливі значення змінної x , такої що, $x \in X = \{x_i | i = \overline{1, n}\}$;

f_a – функція, що може бути застосована до аргументу a .

Як можемо бачити з виразу (19), змінні x дозволяють визначити властивість екстенціональності множини концептів, що також є фінітним [6, 10, 27], так як фактично екстенціональність концепту як певного терма λ -теорії визначається його приналежністю до певного класу. Тоді ми завжди можемо обмежити істинність твердження, ввівши аксіому, що виключає істинність твердження для концептів, які входять в один клас.

Перевагою даного аплікативного виразу є те, що в якості змінної і аргументу, окрім концептів множини X , можуть бути відношення множини R . Тобто, ми можемо будувати правила, які пов'язують між собою і концепти, і відношення. Тоді правила виду (19), що включають в себе в якості змінних і аргументів відношення з множини R_{sem} і множинне відношення \tilde{P} , мають властивість до інтенціональності. Тобто твердження, які мають властивість істинності, володіють ще набором інших властивостей, що визначають придатність даного твердження.

Функціональність множинної впорядкованості концептів та їх класів з утворюючої множини $X = \{x_i | i = \overline{1, n}\}$ представима застосуванням правил з множини F до множини таксономій \tilde{T} , що досягається на основі виконання наступних етапів їх обробки.

Ідентифікація множини термінів-концептів X , що належать заданому термінополю множини X .

Ідентифікація множини семантичних відношень R_{sem} між концептами.

Ідентифікація множини атрибутів A (контекстів) концептів множини X .

Вказані етапи ідентифікації можливі за умови виконання послідовного перетворення вхідної множини лексем (висловлювань та тверджень) – L за допомогою послідовного застосування правил з множини $Rul \subseteq F$.

На множині лексем $L \in L$ за допомогою оператора " $<$ " (*передус*) визначено лінійний порядок, і, таким чином, L є лінійно впорядкованою множиною: $l_1 < l_2 < \dots < l_n$. Також лексеми розбиті по реченнях S_i , на множині яких аналогічним чином задано лінійний порядок: $S = \{S_1 < S_2 < \dots < S_m\}$.

Кожне висловлювання також являє собою лінійно впорядковану множину: $S_i = \{l_1^i < l_2^i < \dots < l_{n_i}^i\}$ й має аплікативний характер та може бути представлено у вигляді виразів виду (19). Правила застосовуються окремо до кожного з висловлювань – S_i і діють виключно в рамках його контексту $a \in A$.

Кожне таке правило задає перетворення одного з видів (2)–(4):

$$L \xrightarrow{Rul} X \quad (20)$$

$$X \xrightarrow{Rul} \langle X, R_{sem} \rangle \quad (21)$$

$$L \xrightarrow{Rul} A. \quad (22)$$

Крім того, можливі допоміжні перетворення:

$$L \xrightarrow{Rul} L \quad (23)$$

$$L \xrightarrow{Rul} L^* . \quad (24)$$

Де множина L^* – множина конструктів. Конструкт об'єднує в собі кілька лексем, які в подальшому обробляються як одна. Конструкти можуть мати такі ж самі характеристики, як і лексеми, і аналогічно до лексем можуть бути зв'язані з іншими лексемами чи конструктами синтаксичними зв'язками R_{syn} .

Будь-яке правило виду (20)–(4), а в деяких випадках – і виду (23) може бути застосоване не тільки до множини L , а і до множин L^* або $L \cup L^*$.

Першим і найбільш очевидним джерелом структури довільного висловлювання є його контекст (зміст). Контекст являє собою набір речень $S_{toc} \subset S$, які визначають відповідні концепти з множини $X = \{x_i | i = \overline{1, n}\}$ й певним чином виділені з основного тексту висловлювання. Найчастіше під контекст відводиться кілька рядків. Тоді його достатньо легко ідентифікувати, задавши його межі і скориставшись гіпервідношенням впорядкованості Gr на кортежі $L = \langle x_i | i = \overline{1, n} \rangle$, елементи якого належать множині концептів $X = \{x_i | i = \overline{1, n}\}$.

Все, що необхідно в подальшому, це ідентифікувати місця у висловлюванні, на які посилаються елементи контекстів концептів термінополя. Це правило представимо у вигляді наступного виразу:

$$T = \lambda l_1, l_2 .. l_n, t, \quad (25)$$

$$t \equiv \exists i, \forall j \in [1, n_i], S_i \in S_{toc} \cup l_j^i \in S_i. \quad (26)$$

При відсутності контексту, необхідно сформулювати предикат q для аналізу розмітки і замінити умову (26) на (27):

$$t \equiv \exists i, \forall j \in [1, n_i], q(l_j^i). \quad (27)$$

Після застосування предикату ідентифікації виділені ним послідовності лексем формують множину категорій $\{X_{cat}\}$. Завдяки лінійному порядку лексем і контекстів можна розбити оригінальний текст висловлювання на частини:

$$L_i^{cat} \equiv \{l | \forall l^{i-1} \in S_{i-1}^{toc}, \forall l^{i+1} \in S_{i+1}^{toc}, l^{i-1} < l < l^{i+1}, \quad (28)$$

Кожну з множин L_i^{cat} можна обробляти як окреме висловлювання.

Категорії $\{X_{cat}\}$ формують головні (верхні) категорії таксономії: всі виділені з фрагменту тексту висловлювання L_i^{cat} категорії являються підкатегоріями відповідної категорії X_i^{cat} .

Функціональне виділення концептів і зв'язків є досить складним процесом через велику варіативність лексичних конструкцій, що можливі на основі обробки контекстів кожного концепту з тексту висловлювання.

Для цього треба визначити спеціальну функцію Аналізатор – $f_{an} \in \text{Rul} \subseteq F$, для якої необхідно визначити правила формування формального опису таких конструкцій, і якість аналізу напряму залежить від повноти цього опису.

Опис представлений у вигляді правил виду (19). Конкретний вигляд правил залежить від типу правила і вхідної підмножини лексем, для обробки якої призначене це правило. Складовими правилами є предикати ідентифікації виду (29) і (30), які призначені для обробки кожної окремої лексеми

$$c_{a,b} = (\lambda x, y. t(x, y)) a, b \equiv \langle a, b \rangle \in LP, \quad (29)$$

$$r_{a,b,c} = (\lambda x, y, z. t(x, y, z)) a, b, c \equiv \langle a, b, c \rangle \in LS. \quad (30)$$

Для кожного предикату певним чином формується множина LP або LS . LP являє собою множину лексем і може бути визначена двома способами: простим переліком допустимих лексем або визначенням певної ознаки, що формує категорію таких лексем. LS являє собою множину пар лексем, що зв'язані певним видом синтаксичного зв'язку. Таким чином, кожен предикат визначається відповідною йому множиною допустимих лексем.

На основі таких предикатів формується правило виду (31):

$$rul = c_{x_1 p_1} \wedge c_{x_2 p_2} \wedge \dots \wedge c_{x_n p_n} \wedge r_{x_1 x_2 k_{12}} \wedge r_{x_2 x_3 k_{23}} \wedge \dots \wedge r_{x_{n-1} x_n k_{n-1n}}. \quad (31)$$

Застосування правила полягає у знаходженні впорядкованої множини лексем (14), для якої виконується умова (15).

$$L_{rul} \subset L, l_1^{rul} < l_2^{rul} < \dots < l_n^{rul}, \quad (32)$$

$$(\lambda x_1, x_2 \dots x_n. rul) l_1^{rul}, l_2^{rul} \dots l_n^{rul}. \quad (33)$$

Правила виду (20), (22)–(24) в подальшому виконують перетворення (34)–(38) відповідно:

$$\{l_1 \dots l_k, l_1^{rul} \dots l_n^{rul}, l_{k+n} \dots l_m\} \xrightarrow{rul} \{l_1 \dots l_k, x, l_{k+n} \dots l_m\} \quad (35)$$

$$\{l_1 \dots l_k, l_1^{rul} \dots l_n^{rul}, l_{k+n} \dots l_m\} \xrightarrow{rul} \{l_1 \dots l_k, a, l_{k+n} \dots l_m\} \quad (36)$$

$$\{l_1 \dots l_k, l_1^{rul} \dots l_n^{rul}, l_{k+n} \dots l_m\} \xrightarrow{rul} \{l_1 \dots l_k, l, l_{k+n} \dots l_m\} \quad (37)$$

$$\{l_1 \dots l_k, l_1^{rul} \dots l_n^{rul}, l_{k+n} \dots l_m\} \xrightarrow{rul} \{l_1 \dots l_k, l^*, l_{k+n} \dots l_m\}. \quad (38)$$

Правила формату (21) мають іншу структуру і виконують перетворення (39):

$$\{l_1^{rul}, l_2, \dots, l_{n-1}, l_2^{rul}\}^{rul} \rightarrow \langle \{l_1^{rul}, l_2, \dots, l_{n-1}, l_2^{rul}\}, \{ \langle l_1^{rul}, l_n^{rul}, R_{sem} \rangle \} \rangle. \quad (39)$$

Виділення кандидатів в атрибути відбувається під час виділення концептів правилами виду (22). В результаті їх застосування у вигляді перетворень виду (36), формується множина контекстів A^* . Для формування множини власне атрибутів (контекстів) A необхідно здійснити процедуру валідації елементів $a \in A^*$ і відкинути ті з них, які не пройдуть валідацію.

Для кожного з можливих типів атрибутів створюється окремий предикат валідації q , що і визначає, чи повинна лексема входити до результуючої множини атрибутів. Предикати валідації можуть бути представлені у вигляді виразу виду (11), що визначає їх залежність від багатьох чинників, зокрема, типу контексту, підмножини мови опису контексту, що обробляється, предметної області. Наприклад, для географічних координат умовою валідності може бути належність координат певній робочій області, утворююче предикат-правило матиме вигляд (40), а сам предикат виду (11) представимо у вигляді виразу (41):

$$f_q = x_{min} < a_x < x_{max} \wedge y_{min} < a_y < y_{max} \quad (40)$$

$$q(a_x, a_y) = \begin{cases} 1, f_q(a_x, a_y) \\ 0, \neg f_q(a_x, a_y) \end{cases} \quad (41)$$

На основі таких предикатів формуються множини атрибутів (контекстів) по типах (42) і результуюча множина контекстів (43):

$$A^i = \{a^i | q_i(a^i)\} \quad (42)$$

$$A = \cup_i A^i. \quad (43)$$

Сформована множина контекстів-атрибутів A вигляду (42) і (43), характеризується тим, що над усіма його елементами задається гіпервідношення множинної впорядкованості Gr . Тоді на підставі застосування предикативного вираження виду (41), в ньому завжди можна виділити непорожню множину концептів, що утворюють бінарні пари виду:

$$\lambda((x_i)_{rul}) Gr \lambda((y_j)_{rul}), \quad (44)$$

кожен терм якого представляє певну лексему оброблюваних контекстів певного висловлювання з концептів множини $X = \{x_i | i = \overline{1, n}\}$. Конструктивною особливістю виразу (44) є можливість представлення кожної бінарної пари у вигляді тематичної тавтології [15].

Процес побудови множини таксономій \tilde{T} з концептів термінополя тексту висловлювань на основі застосування правил (1)–(43) може бути представлений у вигляді такої продукції:

$$\lambda((x_i)rul) Gr \lambda(y_j)rul \Rightarrow \tilde{T} = \lambda(x.t(x), Gr, <). \quad (45)$$

Правило (45) задає індуктивність процесу формування впорядкованих множин концептів виду (42), між елементами яких встановлюються гіпервідношення множинної впорядкованості, і фактично конструюється таксономія. Необхідною умовою індуктивності є визначення над концептами текстів предикативного вираження (40). Предикативні висловлювання формулюються на основі концептів таксономічної категорії із заданим гіпервідношенням множинної впорядкованості і приймають тільки значення істинності. Це дозволяє формувати на основі термінів концептів таксономічної системи лінгвістичні вирази, які змістовно відображають смислові стани висловлювань як текстових масивів, у вигляді пасивної системи тематичних знань.

Висновки

Множинні характеристики, які визначаються на основі використання гіпервідношення множинної впорядкованості концептів тематичних предметних областей, забезпечують досить конструктивне визначення та використання властивості функціональності множинної впорядкованості таксономій, що дозволяє надалі реалізовувати процедури, які забезпечують формування мережевих тематичних онтологічних систем [4, 15, 23, 28, 29].

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Москаленко А., Губерський Л., Іванов В. Основи масово-інформаційної діяльності. – К., 1999. – С. 271.
2. World Economic Forum. Insight Report [Електронний ресурс] / The Global Information Technology Report 2012. Living in a Hyperconnected World.– Режим доступу : http://www3.weforum.org/docs/Global_IT_Report_2012.pdf
3. Глушков В. М. Основы безбумажной информатики / В. М. Глушков. – М. : Наука, 1982. – 552 с.
4. Гладун В. П. Процессы формирования новых знаний [Текст] / В. П. Гладун. – София : СД «Педагог 6», 1994. – 192 с.
5. Палагин А. В. Онтологические методы и средства обработки предметных знаний / А. В. Палагин, С. Л. Кривый, Н. Г. Петренко. – [монографія] – Луганск : изд-во ВНУ им. В. Даля, 2012. – 323 с.
6. Стрижак А. Е. Операциональные характеристики онтологий / А. Е. Стрижак // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии, 2014. – № 66. – С. 200–208.
7. Стрижак А. Е. Онтологические аспекты трансдисциплинарной интеграции информационных ресурсов / А. Е. Стрижак // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии, 2014. № 65. – С. 211–223.
8. Стрижак О. Є. Трансдисциплінарність екологічних досліджень / О. Є. Стрижак // Екологічні науки: науково-практичний журнал. – К.: ДЕА, 2014. – № 7.– С. 25–37.

9. Технологии анализа данных. Data Mining, Visual Mining, Text Mining, OLAP (2-е издание) / А. А. Барсегян, М. С. Куприянов, В. В. Степаненко, И. И. Холод. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб. : БХВ-Петербург, 2007. – 384 с.
10. Малишевский А. В. Качественные модели в теории сложных систем. – М.: Наука. Физматлит. 1998. – 528 с.
11. Шаталкин А. И. Таксономия. Основания, принципы и правила [Текст] / А. И. Шаталкин. – М. : Товарищество научных изданий КМК, 2012. – 600 с.
12. Саати Т., Керис К. «Аналитическое планирование. Организация систем». – М.: «Радио и Связь», 1991.
13. Стрижак А. Е. Таксономические характеристики онтологических систем / А. Е. Стрижак // Бионика интеллекта, 2014. – № 2(83). – С. 24– 29.
14. Буч Г. Объектно-ориентированное проектирование с примерами применения: Пер. с англ. – М.: Конкорд, 1992. – 519 с.
15. Стрижак О. Є. Трансдисциплінарна інтеграція інформаційних ресурсів [Текст] : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.13.06 / Стрижак Олександр Євгенійович ; Нац. акад. наук України, Ін-т телекомунікацій і глобал. інформ. простору. Київ, 2014. – 47 с.
16. Клини С. К. Введение в метаматематику [Текст] / С. К. Клини. – М. : Иностранная литература, 1957. – 526 с.
17. Колмогоров А. Н., Драгалин А. Г. Математическая логика. – М.: УРСС, 2005. – 240 с.
18. Фукс Л. Частично упорядоченные алгебраические системы [Текст] / Л. Фукс. – М. : Мир, 1965. – 342 с.
19. Миркин Б. Г. Проблема группового выбора. – М.: Наука, 1974. – 256 с.
20. Саати Т. Принятие решений. Метод анализ иерархий: Пер. с англ. / Т. Саати.– М.: Радио и связь, 1989.– 316 с.
21. Gruber T. R. A translation approach to portable ontology specifications / T.R. Gruber // Knowledge Acquisition. – 1993. – Vol. 5. – P. 199–220.
22. Guarino N. Understanding, Building, and Using Ontologies // URL: <http://ksi.cpsc.ucalgary.ca/KAW/KAW96/guarino/guarino.html>
23. Guarino N., The Ontological Level. In: Casati R., Smith N. and White G. (eds.), Philosophy and the Cognitive Sciences, Vienna: Holder-Pichler-Tempsky, 1994.
24. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. – М. : Наука, 1971. – 320 с.
25. Коршунова С. О. Роль тезаурусного моделирования в организации терминополья «ТЕХТ-ТЕКСТ» [Электронный ресурс] / С. О. Коршунова // Вестник Иркутского государственного лингвистического университета, 2009. – № 1. – Режим доступа: <http://cyberleninka.ru/article/n/rol-tezaurusnogo-modelirovaniya-v-organizatsii-terminopolya-text-tekst>.
26. Чапайкина Н. Е. Семантический анализ текстов. Основные положения [Текст] / Н. Е. Чапайкина // Молодой ученый. – 2012. – № 5. – С. 112–115.
27. Барендрегт Х. Лямбда-исчисление. Его синтаксис и семантика: Пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 606 с.
28. Гаврилова Т. А. Базы знаний интеллектуальных систем [Текст] / Т. А. Гаврилова, В. Ф. Хорошевский. – СПб.: Питер, 2001. – 384 с.
29. Валькман Ю. Р. Модельно-параметрическое пространство: теория и применение : [монография] / Ю. Р. Валькман, В. И. Гриценко, А. Ю. Рыхальский. – К. : Наукова думка, 2012. – 192 с.– (Проект «Наукова книга»).– Дар видавництва «Наукова думка». НАН України.

Стаття надійшла до редакції 22.01.17.

МАТЕМАТИЧНІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ МОДЕЛІ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 519.8

С.К. ПОЛУМІЄНКО, С.Є. ГОРДА

КООПЕРАТИВНА РЕСУРСНА МОДЕЛЬ ЗБАЛАНСОВАНОГО РОЗВИТКУ

***Анотація.** Розглядається ресурсний підхід до побудови моделі збалансованого розвитку на основі кооперативної гри. Визначена базисна система індикаторів стану ресурсів, їх агрегати, що включають кількісні та якісні оцінки. Визначені елементи кооперативної гри, що відображає розвиток всієї системи, також учасники та їх стратегії, що полягають у зміні ресурсів. Вирішення гри базується на векторі Шеплі; поділ, що він дає, й відповідає сукупній стратегії збалансованого розвитку.*

***Ключові слова:** агрегат, індикатор, стратегії збалансованого розвитку.*

Вступ

Робота продовжує дослідження методів формування, знаходження та аналізу стратегій збалансованого розвитку суспільства [1, 2]. В роботі пропонується об'єднання ресурсного та теоретико-ігрового підходів в спільну модель у вигляді кооперативної гри, яка представляє взаємодію учасників системи та дозволяє визначити критерії оптимальності всієї вихідної системи та знайти оптимальну стратегію розвитку за умови узгодження різнобічних інтересів та стратегій її учасників.

1. Агрегати та індикатори стану ресурсів

Підхід базується на визначенні сукупності статичних показників – індикаторів, що відображають стан системи та її окремих складових. Ці складові розглядаються як ресурси системи, що використовуються нею для забезпечення своєї життєдіяльності. Саме виходячи з наявних ресурсів, учасники системи виконують свої стратегії, які й представляють динаміку системи. Будемо визначати ресурси системи на основі таких передумов.

© С.К. Полумієнко, С.С. Горда, 2016

1. Вихідною системою є певний регіон країни, до переліку ресурсів якого входять всі наявні в регіоні складові забезпечення життєдіяльності та розвитку суспільства – природні, соціальні, економічні, урядові та інші ресурси. На основі оцінок рівня регіонального розвитку формується загальна оцінка рівня розвитку всієї країни.

2. Ресурси розглядаються як відносні величини, виходячи з відношення обсягу певного ресурсу в регіоні до його обсягу по всій країні, наприклад, кількість населення певної області розглядається як його відсоток у всьому населенні країни.

3. Індикатори (показники) стану ресурсів є статичними оцінками життєдіяльності суспільства. Для аналізу їх змін, впливів на них використовуються засоби, які не відносяться до переліку ресурсів. Тобто, кожен з ресурсів описується незалежною від інших ресурсів величиною, яка не є певним відношенням, функцією або іншим показником, наприклад не є традиційною оцінкою величини ВВП на душу населення, яка є результатом розрахунків.

4. Оцінка ресурсу складається з його кількісних та якісних характеристик.

Крім цього, перелік ресурсів та їх оцінок має базуватися на ефективно досяжній, регулярній та достовірній інформації, бути інформативним при мінімумі показників. Виходячи з наведених умов, було сформовано такий перелік категорій та видів ресурсів (табл. 1).

Таблиця 1 – Агрегати та вагові коефіцієнти по категоріях та видах ресурсів

Категорії та види ресурсів (кількість індикаторів)	Агрегати	Вагові коефіцієнти видів та категорій ресурсів	
		3	4
1	2	3	4
Природні ресурси (76)			
Земельні ресурси	$Aq_{1,1}$	$u_{1,1}$	w_1
Корисні копалини	$Aq_{1,2}$	$u_{1,2}$	
Водні ресурси	$Aq_{1,3}$	$u_{1,3}$	
Атмосфера	$Aq_{1,4}$	$u_{1,4}$	
Лісові ресурси	$Aq_{1,5}$	$u_{1,5}$	
Тваринний та рослинний світ	$Aq_{1,6}$	$u_{1,6}$	
Відходи та небезпечні хімічні речовини	$Aq_{1,7}$	$u_{1,7}$	
Фінансування заходів з реновації	$Aq_{1,8}$	$u_{1,8}$	
Соціальні ресурси (95)			
Населення (чисельність):	$Aq_{2,1}$	$u_{2,1}$	w_2
Здоров'я	$Aq_{2,2}$	$u_{2,2}$	
Матеріальне забезпечення	$Aq_{2,3}$	$u_{2,3}$	
Житлове забезпечення	$Aq_{2,4}$	$u_{2,4}$	
Освіта	$Aq_{2,5}$	$u_{2,5}$	
Безпека	$Aq_{2,6}$	$u_{2,6}$	
Соціальна інфраструктура	$Aq_{2,7}$	$u_{2,7}$	

Громадянська активність	$Aq_{2,8}$	$u_{2,8}$	
Економічні ресурси (100)			
А. Сільське, лісове та рибне господарство	$Aq_{3,1}$	$u_{3,1}$	w_3

Продовження таблиці 1

1	2	3	4
В. Добувна промисловість та розроблення кар'єрів	$Aq_{3,2}$	$u_{3,2}$	
С. Переробна промисловість	$Aq_{3,3}$	$u_{3,3}$	
Д. Постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря	$Aq_{3,4}$	$u_{3,4}$	
Е. Водопостачання, каналізація, поводження з відходами	$Aq_{3,5}$	$u_{3,5}$	
Ф. Будівництво	$Aq_{3,6}$	$u_{3,6}$	
Г. Оптова та роздрібна торгівля, ремонт автотранспортних засобів і мотоциклів	$Aq_{3,7}$	$u_{3,7}$	
Н. Транспорт, складське господарство, поштова та кур'єрська діяльність	$Aq_{3,8}$	$u_{3,8}$	
І. Тимчасове розміщення й організація харчування	$Aq_{3,9}$	$u_{3,9}$	
Ж. Інформація та телекомунікації	$Aq_{3,10}$	$u_{3,10}$	
К. Фінансова та страхова діяльність	$Aq_{3,11}$	$u_{3,11}$	
Л. Операції з нерухомим майном	$Aq_{3,12}$	$u_{3,12}$	
М. Професійна, наукова та технічна діяльність	$Aq_{3,13}$	$u_{3,13}$	
Н. Діяльність у сфері адміністративного та допоміжного обслуговування	$Aq_{3,14}$	$u_{3,14}$	
О. Державне управління й оборона, обов'язкове соціальне страхування	$Aq_{3,15}$	$u_{3,15}$	
Р. Освіта	$Aq_{3,16}$	$u_{3,16}$	
Q. Охорона здоров'я та надання соціальної допомоги	$Aq_{3,17}$	$u_{3,17}$	
Р. Мистецтво, спорт, розваги та відпочинок	$Aq_{3,18}$	$u_{3,18}$	
С. Надання інших видів послуг	$Aq_{3,19}$	$u_{3,19}$	
Т. Діяльність домашніх господарств	$Aq_{3,20}$	$u_{3,20}$	
У. Діяльність екстериторіальних організацій і органів	$Aq_{3,21}$	$u_{3,21}$	
Урядові ресурси (31)			
Органи регіональної влади			w_4
Діяльність	$Aq_{4,1}$	$u_{4,1}$	
Регіональні науково-технологічні ресурси	$Aq_{4,2}$	$u_{4,2}$	
Органи державної влади			-
Звернення фізичних та юридичних осіб	$Aq_{4,3}$	$u_{4,3}$	
Бюджетні кошти	$Aq_{4,4}$	$u_{4,4}$	
Державні науково-технологічні ресурси	$Aq_{4,5}$	$u_{4,5}$	
Обіг зброї	$Aq_{4,6}$	$u_{4,6}$	
Конфлікти	$Aq_{4,7}$	$u_{4,7}$	
Міжнародні ресурси	$Aq_{4,8}$	$u_{4,8}$	

Для опису та оцінки ресурсів регіону використовується наступна схема.

Нехай n – певний регіон країни, на момент підготовки цієї роботи $n = 1, \dots, 25$, будемо позначати через l , $l = 1, \dots, 4$, категорії, а через k , $k = 1, \dots, K$, – види ресурсів. Покладемо, що $r_{n,l,k}$ – відносний обсяг ресурсу виду k та категорії l в регіоні n (n, l, k -ресурсу),

$$r_{n,l,k} = res_{n,l,k} / \sum_{n=1}^{25} res_{n,l,k},$$

де $res_{n,l,k}$ – величина натурального обсягу n,l,k -ресурсу.

На основі фізичних та інших властивостей видів ресурсів утворюються їх агреговані кількісні оцінки $A_{n,l,k}$. Зокрема, у випадку земельних ресурсів (вид 1 категорії 1 ресурсів) такі оцінки утворюються наступним чином.

Спочатку розраховуються проміжні оцінки:

$a_{1,1,1} = (r_{1,1,2} + r_{1,1,3} + r_{1,1,4}) / r_{1,1,1}$ – відношення земель в природному стані, яку виражає сума в дужках (ліси, заповідні та непридатні для використання землі), до їх загальної площі $r_{1,1,1}$;

$a_{1,1,2} = (r_{1,1,6} + \dots + r_{1,1,24}) / ((r_{1,1,1} - r_{1,1,5}) * (1 - r_{1,1,25}) * (1 - r_{1,1,26}))$, – відношення всіх інших земель – сума $r_{1,1,6} + \dots + r_{1,1,24}$ з поправками на потенційні зсуви $r_{1,1,25}$ та підтоплення $r_{1,1,26}$ до загальної площі без врахування площі поверхневих вод $r_{1,1,5}$.

Кількісну оцінку стану земельних ресурсів виражає проміжний агрегат (для спрощення не вказано індекс регіону), що визначається як:

$$A_{1,1} = a_{1,1,1} * (1 - a_{1,1,2}).$$

$A_{1,1}$ є співвідношенням земель в природному стані з урахуванням виснаженості всієї території до їх загальної площі. За побудовою $A_{1,1}$ приймає більше значення в разі кращого стану, $0 \leq A_{1,1} \leq 1$.

Крім кількісних характеристик, враховуються якісні оцінки видів ресурсів, зокрема, їх доступність, важливість, тиск на ресурс, якість, можливість самостійного відновлення тощо. У випадку земельних ресурсів використовується 21 якісна оцінка $q_{1,1,p}(A_{1,1})$, $p = 1, \dots, 21$, що визначається за 5-бальною шкалою: $q_{1,1,p}(A_{1,1})$ приймає значення від 0 до 4 в залежності від стану та властивостей виду ресурсів (0 відповідає знищенню, 1 – частковому знищенню, 2 – нейтральному становищу, 3 – частковому відновленню, 4 – повному відновленню, або навпаки – в разі негативності загальної характеристики ресурсів – наприклад, відходів).

З урахуванням всіх оцінок властивостей та максимального значення шкали для агрегату $A_{1,1}$ маємо оцінку

$$q(A_{1,1}) = \frac{1}{84} \sum_{p=1}^{21} q_{1,1,p}(A_{1,1}), \quad (1)$$

де $q_{1,1,p}(A_{1,1})$ – оцінка p -тої властивості $A_{1,1}$.

На основі (1) маємо сукупну оцінку відносного обсягу та якості виду ресурсів –

$$Aq_{1,1} = A_{1,1} * q(A_{1,1}), \quad (2)$$

при цьому також більше значення $Aq_{1,1}$ відповідає кращому стану ресурсів, $0 \leq Aq_{1,1} \leq 1$.

Введена 5-бальна шкала за аналогією з $q_{l,i,p}(A_{l,i})$ використовується й у загальному випадку для визначення наборів елементарних якісних оцінок $q_{l,k,p}(A_{l,k})$ властивостей p n,l,k -ресурсів. Після цього, як і в (1)–(2), з урахуванням властивостей ресурсів формуються проміжні агрегати ресурсів.

Ці агрегати, що відображають базисні кількісні та якісні оцінки, будемо позначати через $Aq_{n,l,k}$ та зіставляти всім n,l,k -ресурсам.

Побудовані оцінки регіональних ресурсів дозволяють описати їх детальну характеристику, проте не враховують порівняльну важливість, необхідність видів та категорій ресурсів для регіону тощо. В окремих міжнародних індексах, зокрема в індексі національної могутності [3], для врахування цього вводяться вагові коефіцієнти.

Покладемо, що $u_{n,i,k}$ та $w_{n,l}$ – числові значення, які зіставлятимемо видам ресурсів k , відповідним категорії l , та окремо категоріям l (див. табл.), при цьому

$$\sum_k u_{n,l,k} = 1, 0 \leq u_{n,l,k} \leq 1, \sum_{l=1}^4 w_{n,l} = 1, 0 \leq w_{n,l} \leq 1.$$

Сформуємо величини:

$$B_n = \sum_{l=1}^4 Au_{n,l} * w_{n,l}, \tag{3}$$

$$Au_{n,l} = \sum_{k \leftrightarrow l} Au_{n,l,k} = \sum_{k \leftrightarrow l} Aq_{n,l,k} * u_{n,l,k},$$

де сума береться по всіх видах ресурсів k категорії l та по категоріях ресурсів l за виключенням категорій 4.3–4.8 урядових державних ресурсів. Таким чином, величина B_n відображає оцінку стану всіх ресурсів, тобто й самого регіону n .

Будемо визначати B_n (3) як індекс рівня регіонального розвитку.

За побудовою, завданням органів влади регіонів є максимізація індексу B_n . При цьому, на практиці деякі з агрегатів, що входять до B_n , можуть зменшуватися, хоча завданням сталого розвитку відповідає ситуація, коли агрегати, що характеризують природні та соціальні ресурси, мають знаходитися на тому ж рівні або зростати.

Також можуть вводитися інші умови, наприклад, одночасна максимізація кожного з агрегатів у B_n або їх суми при фіксованих значеннях для окремих категорій ресурсів.

Величину

$$B = \min_{n=1,\dots,25} B_n \tag{4}$$

будемо визначати як індекс рівня національного розвитку.

Мінімум в (4) визначається з метою поліпшення стану всіх регіонів країни, хоча можуть використовуватися й інші оцінки, наприклад, середня.

На державному рівні додатковим завданням є досягнення збалансованого

розвитку регіонів, тобто досягнення збалансованих значень при зростанні B_n , наприклад, однакове відсоткове значення, хоча такий шлях виглядає спірним через те, що окремі регіони країни знаходяться в стані деградації і такий підхід збереже існуюче положення. Знаходження напрямків збалансованого розвитку потребує більш широких засобів.

2. Кооперативна ресурсна модель збалансованого розвитку

Нехай $n, n = 1, \dots, N$, – певний регіон країни, будемо зіставляти його виду ресурсів $k = k(l)$ категорії l гравців $i_{n,l,k}$ – учасників системи, що контролюють та змінюють ресурси. Будемо вважати, що (на сьогодні) при $n \leq 25$ гравці $i_{n,l,k}$ відповідають регіонам України, при $n > 25$ – країнам, аналіз впливу яких на Україну або її регіони включено до розгляду. Множина гравців $I, i_{n,k} \in I_n \subseteq I$, що є об'єднанням всіх $i_{n,l,k}$ по n, l, k при $n \leq 25$, таким чином, задає всі види та категорії ресурсів.

Стан гравця (його ресурсів) будемо визначати за допомогою зважених агрегатів $A_{w_{n,l,k}}, A_{w_{n,l,k}} = A_{u_{n,l,k}} * w_{n,l} = A_{q_{n,l,k}} * u_{n,l,k} * w_{n,l}$, які відображають порівняльну оцінку важливості видів та категорій ресурсів (див. (1)).

Будемо вважати, що гравці зацікавлені в збільшенні свого ресурсу, саме на задоволення цього інтересу й спрямовуються їх дії. Це припущення відображено й у визначенні агрегатів.

Дії гравців будемо називати стратегіями та визначати як зміну ресурсів, заданих агрегатами $A_{w_{n,l,k}}$ в дискретні моменти часу t певного розбиття відрізка часу $[t_0, T]$, та позначати через $s(i_{n,l,k}, t), s(i_{n,l,k}, t) \in S(i_{n,l,k}, t)$, де $S(i_{n,l,k}, t)$ – множина всіх можливих стратегій гравця $i_{n,l,k}$ в момент часу t . Стратегії гравця i можуть змінювати ресурс $A_{w_{n,l,k}}$ як самого гравця i , що відповідатиме його самостійному відновленню, так і ресурси гравців $\Lambda \setminus \{i\}$.

При виконанні стратегій гравцем витрачається та створюється певна сукупність ресурсів, наприклад, вода та повітря витрачаються практично при всіх видах діяльності, які самі не створюють водні та атмосферні ресурси. При цьому «економічна» підмножина гравців спрямовує витрачені ресурси на створення інших, в тому числі фінансових ресурсів. У відповідності з видами ресурсів гравців також можна розподілити на активних та пасивних гравців, стратегії яких є реакцією на стратегії активних гравців, які, наприклад, змінюють природні ресурси, стан яких й є реакцією на стратегії активних гравців.

Будемо визначати, що стратегія $s(i_{n,l,k}, t)$ гравця $i_{n,l,k}$ є вектором

$$s(i_{n,l,k}, t) = (sc(i_{n,l,k}, t), sd(i_{n,l,m(k)}, t)), n=1, \dots, N, k, m=1, \dots, K, m \neq k, \quad (5)$$

що складається з конструктивної (утворюючої) $sc(i_{n,l,k}, t)$ та деструктивної (витратної) $sd(i_{n,l,m(k)}, t)$ компонент.

Вважається, що компонента $sc(i_{n,l,k}, t)$ включає тільки один з видів ресурсів, що відповідає одному виду діяльності гравця, а компонента $sd(i_{n,l,m(k)}, t)$ відображає набір ресурсів, необхідних для створення ресурсу $sc(i_{n,l,k}, t)$. Індекс $m = m(k)$ відповідає індексу k та визначає набір ресурсів, що контролюються іншими гравцями, $k, m = 1, \dots, K$. При цьому довжина вектора ресурсів K однакова для всіх гравців і задається переліком всіх їх видів. Випадок, коли гравець створює більш ніж один вид ресурсів, можна задати за

допомогою сумування по його стратегіях, що, наприклад, робиться в [4].

Створений ресурс $sc(i_{n,l,k}, t)$ загалом якісно відрізняється від витрачених ресурсів $sd(i_{n,l,k}, t)$ та є певною функцією від них, вигляд якої залежить від кожного з видів ресурсів. Наприклад, у випадку економічної діяльності ця функція може відображати величину прибутку, яка закладається у вартість продукції, крім витрачених ресурсів.

Будемо задавати конструктивну та деструктивну складові стратегій гравців як частку відповідного агрегату ресурсів $Aw_{n,l,k}(t)$, наприклад як його відсоток, що спрямовується гравцем на виконання стратегії та одержується ним після її реалізації. Тобто, покладемо, що стратегія гравця $i_{n,l,k}$ визначається такими складовими змін ресурсів –

$$\begin{aligned} sc(i_{n,l,k}, t) &= Aw(i_{n,l,k}, t) * cw(i_{n,l,k}, t) \\ sd(i_{n,l,k}, t) &= \sum_l \sum_{m=1, m \leftrightarrow k}^K Aw(i_{n,l,m(k)}, t) * dw(i_{n,l,m(k)}, t), \end{aligned} \tag{6}$$

де $cw(i_{n,l,k}, t)$ та $dw(i_{n,l,k}, t)$ – частки одержаних та витрачених гравцем ресурсів.

При цьому гравець зацікавлений в збільшенні різниці між одержаним ресурсом та витратами на його створення, тобто в максимізації результатів виконання стратегії

$$scd(i_{n,l,k}, t) = sc(i_{n,l,k}, t) - sd(i_{n,l,k}, t). \tag{7}$$

Кожен з гравців $i_{n,l,k}$ не знаходиться в ізольованому середовищі, на стратегії $s(i_{n,l,k}, t)$ впливають стратегії інших гравців, спрямовані на той же необхідний ним ресурс. Для підвищення свого впливу, іноді взагалі не маючи можливості індивідуально реалізувати власні, наприклад соціальні, інтереси, гравець має кооперувати з іншими гравцями, входячи в коаліції.

Будемо називати коаліцією c будь-яке об'єднання гравців $i \in I$, які мають погоджену шляхом домовленостей (однакову) стратегію s_c , що робиться гравцями при створенні коаліції, $c \in C$, C – множина всіх коаліцій [4]. Множина гравців I є тотальною коаліцією. Наприклад, введені категорії та види ресурсів визначають відповідні коаліції гравців, що їх контролюють.

Коаліційні стратегії спрямовуються на реалізацію спільних інтересів зі створення та/або використання певного виду ресурсів, наприклад зі створення будівельних конструкцій (один з видів економічних ресурсів) та з використання потрібних для цього водних ресурсів.

Будемо визначати, що гравець $i_{n,l,k}$ входить до коаліції $c_{n,l,k}$ з часткою $cw(i_{n,l,k}, t)$ свого n,l,k -ресурсу, яка входить до спільного коаліційного ресурсу $cw(c_{n,l,k}, t)$. Цей ресурс коаліція використовує для виконання стратегії $sc(c_{n,l,k}, t)$ зі спільного створення коаліційного n,l,k -ресурсу (конструктивна складова стратегії). Наприклад, гравцем $i_{n,l,k}$ є приватний забудовник, який входить до коаліції будівельних компаній $c_{n,l,k}$.

При цьому коаліція $c_{n,l,k}$ разом з гравцями, що входять до неї, створюючи n,l,k -ресурс, витрачає сукупність інших необхідних для цього n,l,m -ресурсів, залежних від стратегії (виду діяльності) коаліції $sc(c_{n,l,k}, t)$, тобто $m = m(k)$. За аналогією з (6), покладемо, що

$$\begin{aligned}
 sc(c_{n,l,k}, t) &= \sum_{i \in c} sc(i_{n,l,k}, t), \\
 sd(c_{n,l,k}, t) &= \sum_{i \in c} sd(i_{n,l,k}, t) = \\
 &= \sum_{i \in c} \sum_l \sum_{m=1, m \leftrightarrow k}^K Aw(i_{n,l,m(k)}, t) * dw(i_{n,l,m(k)}, t).
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

З (7)–(8) маємо –

$$scd(c_{n,l,k}, t) = sc(c_{n,l,k}, t) - sd(c_{n,l,k}, t),
 \tag{9}$$

результат виконання стратегії коаліцією $c_{n,l,k}$. Як і у випадку індивідуальних гравців, коаліції зацікавлені в збільшенні величини $scd(c_{n,l,k}, t)$.

Зауважимо, що (9) відображає поточні тенденції розвитку суспільства, зорієнтованого здебільшого на максимальну ефективність певного виду діяльності певної його коаліції або групи, що описується введеними співвідношеннями, які характеризують створення певного виду ресурсів та використання необхідних для цього інших ресурсів. При цьому узгодження стратегій коаліцій здійснюється, наприклад, при виборі стратегій поведінки на певному сегменті ринку, який і відображається в (9) як зміна певного виду ресурсів, що створюється чи використовується.

Водночас, на результат виконання стратегії коаліції впливають стратегії інших коаліцій, які контролюють як визначений ресурс, так і суміжні з ним ресурси, необхідні для його створення, що в нашому прикладі вимагає узгоджувати поведінку коаліції й з іншими сегментами ринку. Знаходження ж сукупного балансу інтересів ВСЬОГО суспільства, тобто реалізація його сталого розвитку, вимагає узгодження стратегій всіх коаліцій $c_n \in C$ з використання та створення не певного, а всіх видів ресурсів, причому в поточний момент часу та в майбутньому. Цей баланс безумовно суперечить стратегії максимальної ефективності, що відображається (9), та не може бути реалізованим за поточних тенденцій розвитку суспільства.

Іншими словами, не існує стратегії сталого розвитку суспільства в його поточному визначенні [5, 6]. Підхід, що розглядається, дозволяє знайти певні шляхи збалансованого розвитку.

Будемо називати ситуацією вектор стратегій всіх коаліцій c_n регіону n та позначати її через $sit_n(t)$,

$$sit_n(t) = (scd(c_{n,l,l}, t), \dots, scd(c_{n,L,K}, t)),
 \tag{10}$$

а через $Sit_n(t)$ – множину всіх ситуацій $sit_n(t)$, що складаються в регіоні n , $n = 1, \dots, N$, $l = 1, \dots, L$, $k = 1, \dots, K$.

Тобто, для визначення стану ресурсів необхідно проаналізувати потенційну поведінку кожної з коаліцій $c_{n,l,k} \in C_n$ з урахуванням стратегій інших учасників системи, що навряд чи можливо, насамперед, через значний обсяг неоднозначної інформації. Наприклад, коаліція гравців, стратегії яких спрямовані на сільське господарство, використовує землю, воду, атмосферу,

хімічні речовини, транспортні засоби та інше обладнання, також вона потребує людських ресурсів, які, у свою чергу, теж потребують природних ресурсів.

Але для оцінки стану системи, що є головною метою дослідження, більш важливим є результат певної ситуації. Саме для його знаходження введені кількісні та якісні оцінки ресурсів та їх агрегати, які можуть бути знайдені за допомогою статистичних даних.

Після реалізації ситуації коаліція $c_{n,l,k}$, претендує на одержання доходу, що є часткою створеного всіма коаліціями сукупного ресурсу, величина якої залежить від початкового внеску та стратегії коаліції $sc(c_{n,l,k}, t)$. Гравець $i_{n,l,k}$, за аналогією, очікує на відповідну $sc(i_{n,l,k}, t)$ частку в одержаному коаліцією доході. При цьому дохід коаліції $c_{n,l,k}$ залежить від всієї ситуації – стратегій всіх коаліцій, що впливають на всі ресурси, а не тільки на n,l,k -ресурс. Також він залежить від узгодження інтересів всіх коаліцій, що змінюють тільки n,l,k -ресурс, тобто ресурс гравця $i_{n,l,k}$.

Тому баланс або узгодження коаліційних інтересів має подвійний характер – залежить, по-перше, від впливу учасників системи тільки на n,l,k -ресурс, по-друге, від результатів взаємодії всіх коаліцій по всіх ресурсах.

Виникає питання пріоритетності цього балансу, тобто, що є важливішим для коаліції – одержання доходу по окремому ресурсу, що контролюється нею, без узгодження своїх стратегій з іншими коаліціями, результатом чого й буде певний внесок цієї коаліції в сукупний дохід, або, навпаки, – дохід коаліції є результатом реалізації та узгодження всіх коаліційних стратегій по всіх ресурсах та утворюється як частка в сукупному доході, відповідна окремому належному коаліції ресурсу.

Поточні тенденції розвитку, особливо економічних відносин, якраз спрямовані на перший з цих варіантів – узгодження інтересів певної компанії з усім суспільством (його коаліціями) виконується лише за рахунок виконання законодавчих та інших обмежень її поведінки. Тобто, окрема коаліція не шукає сукупного балансу інтересів, а використовує стратегії, припустимі нормами суспільства.

Завдання знаходження стратегії збалансованого розвитку вказує на пріоритетність другого варіанта розвитку – найвищим є баланс сукупних інтересів, в межах якого й має шукатися баланс інтересів окремої групи суспільства, тобто коаліції, що створює певний вид ресурсів. Саме цей варіант є ключовим в подальшому розгляді.

Нехай t_j – момент розбиття відрізка часу $[t_0, T]$. Введемо величину всіх створених та витрачених коаліціями ресурсів в ситуації $sit(t_j)$:

$$\begin{aligned}
 Aw_n(t_j) &= Aw_n(sit_n(t_j)) = \\
 &= \sum_{c \in C} \sum_l \sum_{k=1}^K scd(c_{n,l,k}, t_j) + Aw_n(t_{j-1}), \quad Aw_n(t_0) = const,
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

де сума береться по всіх елементах $sit_n(t_j)$, заданих в (10).

Будемо використовувати наступне визначення.

Функція v , що ставить у відповідність кожній коаліції C найбільший виграш $v(C)$ (поділ $x = (x_1, \dots, x_n)$), який вона впевнено одержує, називається характеристичною функцією гри [5, 7]. Сукупність $\langle I, v(C) \rangle$ називається кооперативною грою у формі характеристичної функції, якщо виконуються

наступні дві умови індивідуальної та колективної раціональності:

$$x_i \geq v_i(i) \text{ для } i \in I \text{ та } \sum_{i \in I} x_i = v(I).$$

Дохід коаліції $c_{n,l,k}$ будемо визначати наступною функцією виграшу –

$$v(c_{n,l,k}, t_j) = \max_{S_{c_{n,l,k}}(t_j)} \min_{S_{C_n \setminus c_{n,l,k}}(t_j)} Aw_n(t_j) = \max_{Sit_n(t_j)} \min Aw_n(t_j). \quad (12)$$

Тобто виграш коаліції $c_{n,l,k}$ є максимальним значенням величини агрегату, яку може одержати $c_{n,l,k}$, виходячи з множини ситуацій $Sit_n(t_j)$, що утворюється стратегіями всіх $c_{n,l,k} \in C_n$, та множини своїх стратегій $S_{c_{n,l,k}}(t_j)$, в тому числі з впливу на $Sit_n(t_j)$. Функцію (12) можна розглядати як результат сукупності ігор двох гравців [5], де одним з них виступає коаліція $c_{n,l,k}$, а іншим – всі можливі коаліції $C_n \setminus c_{n,l,k}$, що діють проти неї в кожній із ситуацій з множини $Sit_n(t_j)$.

Тотальна коаліція C_n (множина гравців I_n) при цьому одержує величину

$$v(C_n, t_j) = \sum_{c_{n,l,k} \in C_n} v(c_{n,l,k}, t_j), \quad (13)$$

яку можна розглядати як сукупну ціну гри.

При цьому, за побудовою, можемо визначити (12) як характеристичну функцію кооперативної гри –

$$\Gamma_n(t_j) = \langle C, Sit(t_j), v(c_{n,l,k}, t_j), \quad (14) \\ n=1, \dots, N, l=1, \dots, L, k=1, \dots, K, t_j \in [t_0, T] \rangle,$$

що задає взаємодію коаліцій та гравців зі створення та використання ресурсів в регіоні n .

Гру (14), включаючи співвідношення (5)–(13), будемо називати кооперативною ресурсною моделлю розвитку регіону.

Цю гру контролює гравець вищого рівня, що представляє владу регіону, при цьому його метою є збільшення значення (13), що відповідає завданням розвитку регіону, та, водночас, пріоритетного забезпечення виграшів (балансу інтересів) коаліцій, поділ яких задається функцією (12).

Цей поділ може не відповідати бажаному стану регіону та його ресурсів. Зокрема, якщо стан природних та соціальних ресурсів не відповідає існуючим міжнародним або національним стандартам, тобто природні ресурси знаходяться в стані занепаду, а населення живе нижче певного рівня добробуту, то подальший розвиток у відповідності з грою (14) буде підтримувати цю ситуацію. Для запобігання цьому необхідні додаткові обмеження на поділ, що задається (12), та на співвідношення між категоріями та видами ресурсів.

Частково ці співвідношення між категоріями та видами ресурсів задаються

за допомогою їх вагових коефіцієнтів, застосованих в агрегатах $Aw_{n,l,k}(t)$.

Побудована модель дозволяє врахувати: по-перше, вказані вище умови подвійної збалансованості, які враховують поділ вигравів коаліцій за функціями (12) та, через них, – за співвідношеннями (9), по-друге, поділ доходів гравців в межах коаліцій $c_{n,l,k}$, що враховує (7).

В найпростішому випадку, для цього додатково до (7) можна покласти, що для всіх гравців $i_{n,l,k} \in c_{n,l,k}$ має виконуватися нерівність $sr(c_{n,l,k}, t) \geq 0$, де

$$\begin{aligned} sr(c_{n,l,k}, t) &= scr(c_{n,l,k}, t) - sdr(c_{n,l,k}, t) \geq 0, \\ scr(c_{n,l,k}, t) &= \sum_{i_{n,l,k} \in c_{n,l,k}} \sum_{k=1}^K Aw(i_{n,l,k}, t) * cw(i_{n,l,k}, t), \\ sdr(c_{n,l,k}, t) &= \sum_{i_{n,l,k} \in c_{n,l,k}} \sum_{\substack{m=1, \\ m \neq k}}^K Aw(i_{n,l,m}, t) * dw(i_{n,l,m}, t), \end{aligned} \tag{15}$$

тобто витрати ресурсу, зроблені всіма гравцями системи, не перевищують величину його створення (відтворення) гравцями, що збільшують цей ресурс. Зауважимо, що зростання $Aw_{n,l,k}(t)$ відповідає поліпшенню ситуації. Але (15) суперечить ситуації з корисними копалинами, обсяг яких тільки зменшується, причому зростаючими темпами. Це відноситься й до стану більшості інших природних ресурсів, що ще раз підкреслює неможливість реалізації будь-якої стратегії сталого розвитку в її поточному визначенні [1]. Адже вона якраз й ґрунтується на нерівності (15).

Таким чином, для знаходження сукупної стратегії збалансованого розвитку спочатку мають бути визначені припустимі стратегії, що можуть виконуватися гравцями та коаліціями. Саме на множинах цих стратегій й треба далі знаходити оптимальний поділ, що визначається (12) – (13).

Покладемо, що

$$fr(c_{n,l,k}, t) = f(scr(c_{n,l,k}, t), sdr(c_{n,l,k}, t)), \tag{16}$$

є функцією, що визначає обмеження на створення/використання кожного з n,l,k -ресурсів внаслідок виконання стратегій коаліцій $c_{n,l,k} \in C_n$, тобто (16) відображає умови визначення множин припустимих стратегій цих коаліцій.

Тоді, знайдений на основі (12) поділ вказуватиме оптимальний стан ресурсів внаслідок діяльності всієї системи, також він відобразатиме й компенсацію, яку має одержати система внаслідок знешкодження ресурсів, що не відновлюються, зокрема корисних копалин. Компенсація використання таких ресурсів враховується й в багатьох міжнародних індексах та системах індикаторів.

Сукупність

$$\begin{aligned} BD_n(t_j) &= \langle \Gamma_n(t_j), fr(c_{n,l,k}, t_j) \rangle = \langle C, Sit(t_j), v(c_{n,l,k}, t_j), fr(c_{n,l,k}, t_j), \\ & n=1, \dots, N, l=1, \dots, L, k=1, \dots, K, t_j \in [t_0, T] \rangle, \end{aligned} \tag{17}$$

будемо називати кооперативною ресурсною моделлю збалансованого розвитку регіону.

Оптимальність поділу в (14) та (15) будемо визначати на основі вектора Шеплі [5, 7]. Поділ, що відповідає вектору Шеплі, й розглядається як необхідний баланс ресурсів внаслідок вже збалансованої взаємодії учасників системи. Баланс відповідає зазначеним вище умовам, по-перше, його збереження – найбільш ефективними будуть збалансовані стратегії учасників; по-друге, ці стратегії дають максимальний за цієї умови обсяг сукупних створених ресурсів.

Висновки

Таким чином, визначено засоби формалізації та знаходження стратегії збалансованого розвитку регіонального та національного рівнів, який полягає в максимізації створених системою різнобічних ресурсів за умови забезпечення балансу інтересів всіх коаліцій та гравців системи.

На жаль, поточні тенденції розвитку суспільства суперечать запропонованій моделі, взагалі принципам збалансованості, що вказує на неможливість реалізації цієї концепції в повному обсязі, як і концепції сталого розвитку ООН в її поточному визначенні. В той же час рішення, що пропонується в моделі, дозволяє знайти оптимальну стратегію збалансованого розвитку на множині припустимих стратегій, що враховує інтереси всіх учасників системи, в тому числі за рахунок компенсації ресурсів, які виснажуються в процесі розвитку.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Полумієнко С.К., Рибаків Л.О. Теоретико-ігрова ресурсна модель збалансованого технологічного розвитку // Математичне моделювання в економіці. – 2015. – № 1. – С. 53–61.
2. Полумієнко С.К., Горда С.Є. Індикативний аналіз процесів національного розвитку // Математичне моделювання в економіці. – 2016. – № 2 (6). – С. 65–97.
3. Bajwa J. S. Defining Elements of Comprehensive National Power [Електронний ресурс]. – Режим доступу: www.claws.in/...doc/1302263399_JSJBajwa.pdf.
4. Данилов В.И. Лекции по теории игр. – М.: Российская экономическая школа, 2002. – 141 с.
5. Global Sustainable Development Report – Executive Summary: Building the Common Future We Want. New York: United Nations Department of Economic and Social Affairs, Division for Sustainable Development. 2013, [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://sustainabledevelopment.un.org/globalreport>.
6. Боссель Х. Показатели устойчивого развития: Теория, метод, практическое использование / Международный институт устойчивого развития. – Тюмень: Издательство Института проблем освоения Севера СО РАН, 2001. – 121 с. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.ipdn.ru/izdaniya-instituta/bossel/soderzhanie/>.
7. Ауман Р., Шепли Л. Значения для неатомических игр. – М.: Мир, 1977. – 357 с.

Стаття надійшла до редакції 25.01.17.

УДК 519.854.2

В.А. ВАСЯНИН

**ЗАДАЧИ ПОСТРОЕНИЯ КОМБИНИРОВАННЫХ И РАЗДЕЛЬНЫХ
МАРШРУТОВ ПЕРЕВОЗКИ МЕЛКОПАРТИОННЫХ ГРУЗОВ
ВО ВНУТРЕННИХ ЗОНАХ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ
АВТОТРАНСПОРТНОЙ СЕТИ**

***Аннотация.** В работе предложены математические формулировки задач построения комбинированных и отдельных маршрутов для перевозки мелкопартионных грузов во внутренних зонах обслуживания магистральных узлов иерархической транспортной сети. Проведен обзор методов и алгоритмов решения подобных задач. Отмечается возможность решения сформулированных задач с помощью известных пакетов смешанного и целочисленного линейного программирования.*

***Ключевые слова:** задачи комбинаторной оптимизации, математические модели маршрутизации транспортных средств, автотранспортные перевозки, мелкопартионные грузы.*

Введение

В настоящей работе, как и в [1], рассматривается иерархическая автотранспортная сеть перевозок мелкопартионных тарно-штучных грузов с известными географическими координатами расположения магистральных узлов и их внутренними зонами обслуживания. Узлы, находящиеся во внутренней зоне каждого магистрального узла, могут обмениваться грузами между собой и со всеми другими узлами иерархической сети только через магистральный узел. Ранее [1] для транспортировки мелкопартионных грузов были предложены математические постановки задач построения отдельных доставочных и сборочных маршрутов, но на практике может оказаться, что комбинированные маршруты, когда во внутренних узлах разрешена одновременная доставка и сбор грузов, экономически выгоднее. Кроме того, если разрешить и раздельную (расщепленную) доставку, и сбор, когда допускается дробление потоков грузов и каждый клиент может посещаться несколькими транспортными средствами, то экономия транспортных издержек может быть еще более значительной. В этом случае привлекательно и то, что запросы клиентов могут превышать грузоподъемность транспортных средств и при колебании величины потоков на определенных промежутках времени не придется приобретать или арендовать дополнительные транспортные средства. В работе предложены математические постановки задач построения комбинированных и отдельных маршрутов для перевозки мелкопартионных грузов с использованием неоднородного парка транспортных средств, основанные на известных моделях, а также приводится библиографический обзор методов и алгоритмов решения задач подобного класса. Для крупных магистральных узлов, когда на их территории нет возможности размещения депо, а количество обслуживаемых клиентов велико, приведена

содержательная постановка задачи построения маршрутов с размещением нескольких депо в доступных географических районах. Предложенные транспортные модели включены в состав математического обеспечения автоматизированной информационно-аналитической системы поддержки принятия решений (АИАС ППР) [2] и могут использоваться при формировании рабочего парка и проектировании маршрутов транспортных средств для обслуживания узлов во внутренних зонах магистральных узлов.

1. Содержательная постановка и математическая модель задачи построения комбинированных маршрутов (the Delivery and Collection Route, DCR). Обзор методов решения

Пусть физическая сеть внутриузловых перевозок (см. рис. 1) задана связным ориентированным графом $\tilde{G}(\tilde{N}, \tilde{P})$. Множество вершин $\tilde{N} = \{0\} \cup \{1, \dots, n\} \cup \{n+1, \dots, \tilde{n}\}$, перенумерованное от 0 до \tilde{n} , включает вершину $\{0\}$ – депо и магистральный узел, $\{1, \dots, n\}$ – множество клиентов и $\{n+1, \dots, \tilde{n}\}$ – множество транзитных пунктов, связывающих отдельные участки дорог. Транзитные пункты вводятся для того, чтобы учесть особенности отдельных участков дорог, соединяющих узлы во внутренней зоне магистрального узла. Участки дорог представлены противоположно направленными ориентированными дугами $(i, j), (j, i), i, j \in \tilde{N}, i \neq j$, одна из которых может отсутствовать (например, из-за одностороннего движения по участку дороги или запрета проезда грузовым видам транспорта).

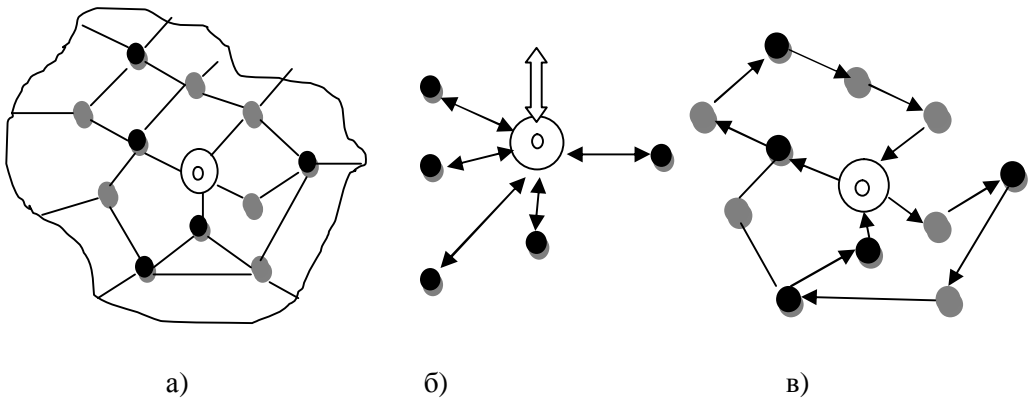


Рисунок 1 – Физическая сеть внутриузловых перевозок

а) внутриузловая сеть с центральным магистральным узлом и депо, места дислокации клиентов закрашены черным цветом, а транзитные пункты – серым, участки дорог показаны линиями; б) входящие и исходящие магистральные потоки (широкая стрелка), и внутриузловые потоки к клиентам и от клиентов (простая стрелка); в) два циклических маршрута транспортных средств

Длины дуг заданы матрицей $\tilde{R} = \left\| \tilde{r}_{ij} \right\|_{\tilde{n}+1 \times \tilde{n}+1}$, $\tilde{r}_{ij} \in R^1$, $(i, j) \in \tilde{P}$. Пусть для дуг сети известны коэффициенты $\tilde{k}_{ij} \in R^1$, $\tilde{k}_{ij} \geq 1.0$, характеризующие географические особенности (подъем, спуск и пр.) и физическое состояние (качество покрытия) участков дорог. Определим элементы преобразованной матрицы \tilde{R}' как $\tilde{r}'_{ij} = \tilde{k}_{ij} \tilde{r}_{ij}$, $(i, j) \in \tilde{P}$ и построим на ней все кратчайшие пути в $\tilde{G}(\tilde{N}, \tilde{P})$. В результате получим матрицу длин кратчайших путей $\tilde{L} = \left\| \tilde{l}_{ij} \right\|_{\tilde{n}+1 \times \tilde{n}+1}$ и справочную матрицу $\tilde{C} = \left\| \tilde{c}_{ij} \right\|_{\tilde{n}+1 \times \tilde{n}+1}$, каждый элемент которой \tilde{c}_{ij} , $i \neq j$ определяет номер предпоследнего узла на кратчайшем пути от i до j , $\tilde{c}_{ii} = 0$, $i = \overline{1, \tilde{n}+1}$. С помощью справочной матрицы можно легко определить кратчайший путь между любыми вершинами исходного графа. По матрице \tilde{L} для множества $\{0\} \cup \{1, \dots, n\}$ построим полный ориентированный граф $G(N, A)$ с множеством вершин $N = \{0, 1, \dots, n\}$ и множеством дуг $A = \{(i, j) : \forall i, j \in N, i \neq j\}$ с известными длинами l_{ij} , $(i, j) \in A$. Очевидно, что для дуг построенного графа выполняется правило треугольника $l_{ik} + l_{kj} \geq l_{ij}$. В дальнейшем все задачи будем формулировать на графе $G(N, A)$.

Пусть для каждого клиента j , $j = \overline{1, n}$ задано среднесуточное количество $a_j > 0$ и $b_j > 0$, $a_j, b_j \in Z^+$ единиц мелкопартионных грузов унифицированного размера, которое нужно в течение суток доставить клиенту из магистрального узла (депо) и отправить от клиента в магистральный узел ($a_0 = b_0 = 0$). В депо имеется K типов транспортных средств с различной грузоподъемностью $Q_k \in Z^+$, $k = \overline{1, K}$. Грузоподъемность измеряется в тех же единицах, что и потоки мелкопартионных грузов. Предполагается, что $\max_j \{a_j, b_j\} \leq Q_K$, а количество транспортных средств каждого типа может быть ограничено величиной m_k , $k = \overline{1, K}$ и не ограничено.

Для каждого типа транспортного средства задана функция $F_V = f(S_k, R_k)$, $k = \overline{1, K}$, где S_k – фиксированная стоимость приобретения транспортного средства типа k , а R_k – расходы на обслуживание одного транспортного средства типа k в сутки. Для депо и клиентов задана функция затрат на погрузку-выгрузку u_j грузов $F_L = f(Q_k, u_j)$, $j = \overline{0, n}$, $k = \overline{1, K}$. Если эта функция не зависит от типа транспортных средств, то затраты на погрузку и выгрузку грузов могут быть вычислены независимо от переменных задачи следующим образом:

$$F_{full} = f\left(\sum_{i=1}^n (a_i + b_i)\right) + \sum_{i=1}^n f(a_i + b_i) \text{ или } F_{full} = 2c_L \sum_{i=1}^n (a_i + b_i), \text{ где}$$

c_L – стоимость погрузки-выгрузки единицы мелкопартионных грузов при принятии линейной зависимости $F_L = c_L u_j$. Если же такая зависимость существует, то эти затраты должны быть связаны с неизвестными переменными задачи. Пусть стоимость проезда транспортного средства типа k по дуге $(i, j) \in A$ задана функцией $F_M = f(l_{ij}, Q_k, V_{av}^k, k_L)$, где l_{ij} – длина дуги в километрах, V_{av}^k – средняя скорость движения (км/час), k_L – коэффициент загрузки транспортного средства на дуге. Значение $k_L = u_{ij} / Q_k \in [0,1]$, где u_{ij} – текущая загрузка транспортного средства. По существу функция F_M определяет стоимость израсходованного топлива на передвижение по дуге (i, j) для каждого транспортного средства типа k . Во многих задачах маршрутизации принимается $F_M = c_k l_{ij}$, где c_k – удельная стоимость топлива транспортного средства типа k на один километр пути.

Все функции затрат должны быть приведены к сопоставимому виду, например, за одни сутки или за заданный период времени текущего планирования. Если построенные функции затрат F_V , F_L и F_M реально отражают производственные издержки, то их сумма будет достаточно близка к фактическим расходам транспортного предприятия на приобретение и эксплуатацию рабочего парка транспортных средств без учета накладных расходов. Примем, что при решении задачи эти функции рассчитываются и их соответствующие числовые значения F_k , f_j^k и f_{ij}^k , $i, j = \overline{0, n}$, $k = \overline{1, K}$ используются в целевой функции.

Обозначим общую сумму затрат транспортного предприятия как $F_{DR} + F_{CR}$ при проектировании только доставочных и сборочных маршрутов и рассмотрим задачу построения комбинированных маршрутов. В зарубежной литературе такая задача называется The Heterogeneous Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery (HVRPSPD). Главная особенность этой задачи заключается в том, что при построении маршрутов важен порядок посещения клиентов с учетом грузоподъемности транспортного средства и возможности погрузки грузов в магистральный узел в зависимости от количества выгруженного груза в каждом узле маршрута. В этом случае для отдельных индивидуальных задач оптимизации может оказаться, что общие затраты F_{DCR} при решении комбинированной задачи меньше или равны суммарным затратам $F_{DR} + F_{CR}$. Не исключен и вариант $F_{DR} + F_{CR} < F_{DCR}$. Поэтому при проектировании маршрутов транспортное предприятие должно использовать доставочные, сборочные и комбинированные модели.

Обозначим $C = \{1, \dots, n\}$ – множество клиентов, $V = \{1, \dots, K\}$ – множество типов транспортных средств. Введем потоковые переменные y_{ij} , определяющие количество грузов в транспортном средстве при его проезде к клиенту j после посещения клиента i , $i, j \in N$, и потоковые переменные

z_{ji} , определяющие количество грузов в транспортном средстве при его проезде к клиенту i после посещения клиента j , $i, j \in N$. Определим булевы переменные x_{ij}^k , $x_{ij}^k = 1$, если транспортное средство типа k движется от клиента i к клиенту j и $x_{ij}^k = 0$ в противном случае. Пусть $\sum_{j \in C} x_{0j}^k$ представляет собой суммарное количество используемых транспортных средств типа k . Сформулируем задачу.

Требуется найти минимум функции

$$F_{DCR} = \sum_{k \in V} F_k \sum_{j \in C} x_{0j}^k + \sum_{k \in V} \sum_{j \in N} f_j^k \left(\sum_{i \in C} |(y_{ij} - y_{ji})| x_{ij}^k \right) + \sum_{k \in V} \sum_{j \in N} f_j^k \left(\sum_{i \in C} |(z_{ji} - z_{ij})| x_{ij}^k \right) + \sum_{k \in V} \sum_{i, j \in N} f_{ij}^k x_{ij}^k, \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{k \in V} \sum_{i \in N} x_{ij}^k = 1, \quad \forall j \in C, \quad (2)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij}^k - \sum_{i \in N} x_{ji}^k = 0, \quad \forall j \in C, \quad \forall k \in V, \quad (3)$$

$$\sum_{j \in C} y_{0j} = \sum_{j \in C} a_j, \quad \sum_{j \in C} z_{j0} = \sum_{j \in C} b_j, \quad (4)$$

$$\sum_{i \in N} y_{ij} - \sum_{i \in N} y_{ji} = a_j, \quad \forall j \in C, \quad (5)$$

$$\sum_{i \in N} z_{ji} - \sum_{i \in N} z_{ij} = b_j, \quad \forall j \in C, \quad (6)$$

$$\sum_{k \in V} a_j x_{ij}^k \leq y_{ij} \leq \sum_{k \in V} (Q_k - a_i) x_{ij}^k, \quad \forall i, j \in N, \quad i \neq j, \quad (7)$$

$$\sum_{k \in V} b_i x_{ij}^k \leq z_{ij} \leq \sum_{k \in V} (Q_k - b_j) x_{ij}^k, \quad \forall i, j \in N, \quad i \neq j, \quad (8)$$

$$y_{ij} + z_{ij} \leq \sum_{k \in V} (Q_k - \max\{0, b_j - a_j, a_i - b_i\}) x_{ij}^k, \quad \forall i, j \in N, \quad i \neq j, \quad \forall k \in V, \quad (9)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\}, \quad y_{ij}, z_{ij} \geq 0 \text{ и целые, } \forall i, j \in N, \quad \forall k \in V. \quad (10)$$

Первая часть целевой функции (1) определяет фиксированные затраты на приобретение и обслуживание используемых транспортных средств, вторая – затраты на погрузку и выгрузку грузов, и третья – переменные затраты на транспортировку грузов. Ограничения (2) и (3) гарантируют, что каждый клиент j посещается только один раз каким-либо транспортным средством типа k и это транспортное средство после прибытия к клиенту должно обязательно его покинуть. Ограничения (4) означают, что общее количество грузов на выходе из депо и на входе в депо равно суммарным требованиям всех клиентов. Ограничения (5) и (6) означают, что при посещении клиента j груз a_j должен быть выгружен (количество груза в транспортном

средстве после посещения клиента j уменьшается на величину a_j), а груз b_j должен быть погружен (количество груза в транспортном средстве после посещения клиента j увеличивается на величину b_j). Эти ограничения обеспечивают выполнение требований всех клиентов и исключают циклы, не проходящие через депо. Ограничения (7) и (8) связывают переменные y_{ij} , z_{ij} и x_{ij}^k и означают, что никакие грузы не перевозятся из i в j , если ни одно транспортное средство не обслуживает связь между этими узлами, т.е. если $x_{ij}^k = 0 \quad \forall k \in V$. Ограничения (9) гарантируют, что грузоподъемность транспортных средств не будет превышена, а (10) устанавливают область изменения переменных.

Так же, как и в задачах построения доставочных и сборочных маршрутов из [1], в постановку задачи (1)–(10) могут быть добавлены ограничения на используемое количество транспортных средств каждого типа, максимальную продолжительность маршрутов по времени и временные окна. Кроме того, для нее могут быть сформулированы двухпродуктовые постановки, аналогично задаче VRPSPD (Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery) из диссертационной работы А. Subramanian [3].

Задача проектирования комбинированных маршрутов может рассматриваться как один из вариантов задачи пикап-доставки (Pickup and Delivery Problem, PDP). Общая схема классификации таких задач предложена Verbeglia и др. [4]. В соответствии с этой схемой задача VRPSPD отнесена к классу «один – ко многим – к одному» (one-to-many-to-one) с комбинированными требованиями клиентов. Задача VRPSPD впервые была сформулирована Min [5] в 1989 г. Для решения задачи распределения и сбора книг публичной библиотеки автор предложил эвристические алгоритмы, основанные на кластеризации клиентов в соответствии с их потребностями и грузоподъемностью транспортных средств и решении задачи коммивояжера (TSP) для каждого кластера. Обзор литературы по задаче VRPSPD до 2012 г. можно найти в [3].

В настоящее время в литературе описано немного точных аппроксимаций для решения задачи VRPSPD. Так, например, Dell'Amico и др. [6] (2006), разработан алгоритм ветвей и цен (branch-and price), в котором использованы две различные стратегии для решения подзадач ценообразования – точные методы динамического программирования и методы релаксации. Авторам удалось найти оптимальные решения для задач с 40 клиентами при использовании только идентичных транспортных средств. Панеи Angelelli и Manisini [7] (2002) также применили метод ветвей и цен к формулировке задачи VRPSPD в виде разбиения множества с дополнительными ограничениями на временные окна (time-windows constraints). В их работе подзадачи сформулированы как задачи нахождения кратчайших путей с ресурсными ограничениями и использован алгоритм расстановки меток. Были найдены точные решения для задач с 20 клиентами. Трехиндексные формулировки VRPSPD предложены Dethlof [8] (2001) и Montané и Galvão [9] (2006), однако только последние авторы провели экспериментальные исследования. Для решения задачи в их постановке был использован пакет

CPLEX 9.0, с помощью которого за два часа счета удалось получить нижние границы для контрольных экземпляров индивидуальных задач с 50–400 клиентами. Subramanian [10] (2008) представил двухпродуктовую потоковую формулировку задачи VRPSPD, но никаких практических экспериментов не проводил.

Эвристические методы решения задачи VRPSPD были предложены в диссертации Halse [11] (1992), в которой автор разработал двухэтапный алгоритм, основанный на концепции cluster-first, route-second. Позднее Salhi и Nagy [12] (1999) предложили cluster insertion эвристики для задачи VRPB (VRP with Backhauls), которые в последующих работах использовались для решения задачи VRPSPD. Значительное число работ по задаче VRPSPD появилось после 2000 г. Так, в [13] (2001) Dethloff была предложена эвристика, основанная на вставках самого дешевого допустимого маршрута по критерию остаточной грузоподъемности. Кроме того, автор исследовал связь задачи VRPSPD с другими вариантами задачи VRP. Rørpke и Pisinger [14] (2006) разработали Large Neighborhood Search (LNS) эвристику, связанную с метаэвристической процедурой, аналогичной Variable Neighborhood Search (VNS) для решения различных вариантов задач VRPB и VRPSPD. Для задачи VRPPD (Vehicle Routing Problem with Pickups and Deliveries) Nagy и Salhi [15] (2005) разработали эвристический алгоритм, в котором используется общая методология решения задачи VRP, но модифицировали ее для сокращения множества допустимых решений.

Большинство эвристик, разработанных для решения задачи VRPSPD, основаны на методе поиска с запретами (Tabu Search, TS). Crispim и Brandão [16] (2005) предложили метаэвристическую процедуру, объединяющую методы поиска с запретами и Variable Neighborhood Descent (VND). Montané и Galvão [17] (2006) разработали алгоритм TS с применением схемы локального поиска в окрестностях, характерной для решения традиционной задачи VRP, и привели результаты экспериментальных расчетов для набора из 87 тестовых задач с числом клиентов от 50 до 400. Chen и Wu [18] (2006) предложили процедуру локального поиска на основе подхода record-to-record и списков запрета (tabu lists). Вычислительные эксперименты с гибридным эвристическим алгоритмом показали его высокую эффективность для решения задач небольшой размерности. Chen [19] (2006) представил эвристику, основанную на методах моделируемого отжига (Simulated Annealing, SA) и поиска с запретами, в которой использована новая процедура параллельной вставки, позволяющая уменьшить число итераций алгоритма между получением начального допустимого решения и «оптимальным» решением. Bianchessi и Righini [20] (2007) предложили ряд конструктивных и локальных эвристик поиска, а также процедуру поиска с запретами, которая использует переменную структуру окрестностей (variable neighborhood structure) с комбинированной схемой обмена узлов и дуг (node-exchange и arc-exchange) в проектируемых маршрутах. Wassan и др. [21] (2008) представили reactive-TS алгоритм поиска со следующими правилами построения окрестности: перемещение во вспомогательную структуру данных (Auxiliary Data Structure, ADS), обмен двух клиентов между двумя различными маршрутами и изменение направления движения по маршруту. Предложенный подход позволил сократить число возвратов для проведения повторного поиска. Zachariadis и др. [22] (2009) разработали алгоритм,

который сочетает в себе принципы метаэвристик TS и ведомого локального поиска (Guided Local Search, GLS). Достоинство предложенного метода заключается в расширении пространства поиска оптимального решения и интенсификации поиска только в перспективных областях, избегая локальных оптимумов. Эффективность алгоритма была проверена на эталонных задачах с числом клиентов от 50 до 400. Те же авторы [23] (2010) предложили алгоритм, основанный на использовании Adaptive Memory Procedure (AMP) и гранулированной TS эвристики. Рассмотренная стратегия использует инновационный механизм памяти и систематически максимизирует количество маршрутной информации, извлеченной из адаптивной памяти для ведения поиска в направлении перспективных областей пространства решений. Метаэвристический алгоритм был протестирован на эталонных задачах (число клиентов от 50 до 400).

Для решения задачи VRPSPD были также разработаны некоторые эволюционные стратегии (Evolutionary Strategies, ES). Vural [24] (2003) в диссертационной работе предложил два генетических алгоритма, первый из которых основан на случайном поиске (random key representation [25]), а второй состоит из улучшенной эвристики «Or-opt» Dethloff [13].

Gajpal и Abad [26] (2009) разработали муравьиный алгоритм (Ant Colony, AC), который состоит из двух основных этапов: интенсивность следа и параметры инициализируются с использованием исходного решения, полученного в ближайшей окрестности конструктивной эвристики; муравей - решение генерируется для каждого муравья с использованием интенсивности следа, за которым следует локальный поиск в каждом муравьином решении и обновлении элитарных муравьев и интенсивности следа. Авторами был проведен обширный численный эксперимент на эталонных задачах, который показал хорошие результаты. Çatay [27] (2010) предложил муравьиный алгоритм, основанный на новых saving-based функции видимости и процедуре обновления феромона.

Ai и Kachitvichyanukul [28] (2009) предложили алгоритм роя частиц (Particle Swarm Optimization, PSO) [29] с множественными структурами, который использует случайный поиск (random key representation). Способ декодирования в алгоритме начинается с преобразования роя частиц в приоритетный список клиентов и матрицу приоритетов транспортных средств, которые далее используются для построения маршрутов. Предложенный алгоритм протестирован и показал конкурентоспособность с другими известными алгоритмами решения задачи VRPSPD.

Mingyong и Erbao [30] (2010) предложен улучшенный алгоритм дифференциальной эволюции (improved differential evolution algorithm) для решения задачи VRPSPD с временными окнами (VRPSPDTW). В алгоритме было принято новое десятичное кодирование для построения начальной популяции и использовались некоторые улучшенные дифференциальные операторы эволюции в отличие от существующих алгоритмов. В операции мутации применялся критерий целого порядка на основе метода кодирования натурального числа. Для неосуществимых решений вводились штрафные коэффициенты, а для итераций алгоритма был разработан вероятностный самоадаптирующийся кроссовер.

Subramanian [10] (2008) и Subramanian и др. [31] (2008) предложили итерационный алгоритм локального поиска (Iterated Local Search, ILS),

который использует метод спуска с переменными окрестностями (Variable Neighborhood Descent, VND) с детерминированным упорядочением окрестностей в локальной фазе поиска. Параллельный вариант этого алгоритма, в котором процедура VND имеет случайное упорядочение окрестностей (Variable Neighborhood Descent with Random neighborhood, RVND), был впоследствии разработан Subramanian и др. [32] (2010). Алгоритм состоит из процедуры спуска по случайно упорядоченным переменным окрестностям и встроенной итерационной процедуры локального поиска. Эксперименты с алгоритмом проводились на кластере с многоядерной архитектурой, использующей до 256 ядер. В результате испытаний были получены новые рекорды для некоторых известных тестовых задач. Subramanian и Cabral [33] (2008) также применили комбинацию ILS-VND для решения VRPSPD с ограничениями на временную продолжительность маршрутов. Единая структура VRP задачи, разработанная в этой работе, послужила основой для дальнейшего развития предложенного метода. Souza и др. [34] (2010) также реализовали алгоритм ILS, но в сочетании с GENIUS [35] подходом. Предложенный ими алгоритм, протестированный на 72 эталонных задачах, для 9 задач показал новые улучшенные решения и для 49 задач – ранее известные решения.

Новый алгоритм локального поиска на основе метаэвристики был предложен Zachariadis и Kiranoudis [36] (2011). Алгоритм способен исследовать широкие окрестности решения за счет формирования специальных структур данных. Для того чтобы избежать закливания и индуцировать диверсификацию, общий поиск координируется использованием концепции, основанной на методологии поиска с запретами с заданной константой времени, ограничивающей проведение локального поиска.

Hezer и Kara [37] (2011) для решения задачи VRPSPD предложили бактериальный алгоритм (Bacterial Foraging Optimization Algorithm, BFOA), который представляет собой новый алгоритм оптимизации на основе поведения бактерии при поиске пищи. В основу алгоритма заложено поведение бактерии при поиске питательных веществ с наибольшей концентрацией, что может рассматриваться как процесс оптимизации при поиске решения.

Для решения задачи VRPSPD Tasan и Gen [38] (2012) предложили новый генетический алгоритм. Генетический алгоритм для задачи с временными окнами, сформулированной в виде задачи смешанного целочисленного программирования, разработан Wang и Chen [39] (2012). Работоспособность и вычислительная эффективность их алгоритма проверена на ряде тестовых задач Соломона (Solomon's benchmark) с использованием программного обеспечения CPLEX.

В работе Jun и Kim [40] (2012) обсуждается эвристический алгоритм, состоящий из процедур начального построения и улучшения маршрутов и процедуры возмущения полученного решения. Алгоритм основан на построении лучших начальных решений и схем модификации маршрутов, за счет перестановок узлов и дуг внутри маршрутов и между различными маршрутами. Процедура возмущения используется для избегания локальных оптимумов путем удаления некоторых маршрутов и вставки новых в текущее

решение. Авторы провели вычислительные эксперименты на эталонных задачах и получили ряд лучших решений.

Goksal и др. [41] (2013) предложили модификацию алгоритма роя частиц (particle swarm optimization PSO), в котором локальный поиск осуществляется методом спуска с чередующимися окрестностями (VND). В алгоритме для сохранения разнообразия роя реализована стратегия отжига. Эффективность алгоритма исследована экспериментально.

Liu R. и др. [42] (2013) рассматривают задачу планирования маршрутов транспортных средств для материально-технического обеспечения медицинского обслуживания на дому. Задача состоит из доставки лекарственных препаратов и изделий медицинского назначения от аптеки и больницы по домам пациентов и обратной доставки неиспользованных лекарственных средств, изделий медицинского назначения и биологических образцов от пациентов. Задача сформулирована в виде VRPSPDTW и для ее решения предложены две модели смешанного целочисленного программирования, генетический алгоритм (GA) и алгоритм на основе метода поиска с запретами (TS). Генетический алгоритм основан на перестановке хромосом, процедуре расщепления и локальном поиске. Второй алгоритм для выбора маршрутов использует атрибуты пациентов, дополненные функцией затрат, реоптимизацию маршрутов и уровни аспирации на основе атрибутов пациентов. Алгоритмы апробированы на известных тестовых экземплярах VRPDTW задач.

Kecseci и др. [43] (2014) предложены математическая модель задачи VRPSPD и гибридный эвристический алгоритм, основанный на методах моделируемого отжига (SA) и локального поиска (LS) для решения задач средней и большой размерности. По утверждению авторов, результаты проведенной серии экспериментов показали вычислительную эффективность и пригодность разработанного алгоритма для получения достаточно хороших решений.

Работа Wang и др. [44] (2015) адресована решению задачи VRPSPDTW, сформулированной в виде смешанного целочисленного программирования. Предложена параллельная версия алгоритма моделируемого отжига (SA), включающая вставки на основе эвристик остаточной грузоподъемности (Residual Capacity) и радиальной доплаты (Radial Surcharge). Результаты расчетов представлены для 65 эталонных тестовых задач Wang и Chen [39], решенных генетическим алгоритмом (GA). Разработанный алгоритм SA для числа клиентов от 10 до 50 показал те же результаты (100% совпадение) по количеству используемых транспортных средств, что и генетический алгоритм Wang и Chen. Для 100 клиентов алгоритмом SA были получены лучшие результаты для 12 индивидуальных задач, а для остальных – те же решения. Из 44 тестовых задач с одинаковыми решениями по количеству транспортных средств в 16 задачах получены лучшие решения по суммарному пройденному расстоянию, чем у алгоритма GA, а для 7 задач – равные решения. Кроме того, были найдены решения для 30 задач с числом клиентов 200, 400, 600, 800 и 1000, которые могут служить новым ориентиром для задачи VRPSPDTW.

Avcı и Topaloglu [45] (2016) для задачи VRPSPD с гетерогенным парком транспортных средств разработали гибридный алгоритм локального поиска, в котором интегрированы немонотонная стратегия регулировки порога и поиск

с запретами. Пороговая функция, используемая в алгоритме, имеет адаптивный характер, что делает ее самонастраиваемой. Реализация алгоритма очень проста, так как не требует настройки параметров за исключением длины списка запретов. Предложенный алгоритм протестирован на ряде случайно сгенерированных индивидуальных задач.

В работе Zachariadis и др. [46] (2016) рассматривается задача VRPSPD (Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pick-ups and Deliveries and Two-Dimensional Loading Constraints, 2L-SPD), в которой одновременно с маршрутизацией выполняется упаковка прямоугольных грузов с различной длиной и шириной в заданную полезную площадь грузового отсека транспортных средств. Предполагается использование однородного парка транспортных средств с одинаковой грузоподъемностью и полезной площадью для погрузки и выгрузки. Габариты грузов не могут перекрываться, а грузы упаковываются только в плоскости грузового отсека. В предложенном подходе решения задачи объединены модели маршрутизации и двумерной упаковки (Two-Dimensional Bin Packing Problem) и используется двухэтапный алгоритм, состоящий из конструктивной эвристики локального поиска для генерации начального решения (в котором требования всех клиентов могут быть не удовлетворены) и трех операторов поиска окончательного решения. Для диверсификации поиска применяется простая структурированная схема на основе критериев аспирации метода поиска с запретами (tabu search). При решении задачи минимизируются издержки маршрутизации и определяются возможные шаблоны для погрузки перевозимых грузов для обеспечения выполнения требований всех клиентов. Шаблоны конструируются эвристическим алгоритмом двумерной упаковки. Кроме основной модели, авторами предложена ее модификация с учетом правила погрузки LIFO. Эффективность предложенных алгоритмов проверена на эталонных задачах.

2. Содержательная постановка и математическая модель задачи построения маршрутов с отдельной доставкой и неоднородным парком транспортных средств

В классической задаче с отдельной (расщепленной) доставкой (The Split Delivery Vehicle Routing Problem, SDVRP), формулируемой на полном неориентированном графе $G(N, E)$, предполагается использование неограниченного однородного рабочего парка транспортных средств с одинаковой грузоподъемностью. Каждый клиент может посещаться несколькими транспортными средствами, а запрос клиентов может быть больше грузоподъемности транспортных средств. Каждое транспортное средство начинает и заканчивает свой тур в одном и том же депо. Заданы стоимости проезда по ребрам (длины ребер), которые удовлетворяют неравенству треугольника. Задача заключается в построении маршрутов, обслуживающих запросы всех клиентов без нарушения ограничений на грузоподъемность транспортных средств и имеющих минимальную стоимость.

Естественно предположить, что расщепленная перевозка грузов наиболее характерна для реальных транспортных сетей и необходима при оперативном управлении перевозками в условиях ограниченной провозной возможности

имеющегося парка транспортных средств и значительного колебания потоков. Впервые задача SDVRP была рассмотрена в 1989 г. М. Drog и Р. Trudeau [47, 48], которые указали на возможность сокращения транспортных издержек за счет дробления потоков и их расщепленной доставки клиентам. С. Archetti и др. [49, 50] провели анализ максимально возможной экономии транспортных издержек и представили результаты вычислительных экспериментов, показывающих, как экономия зависит от характеристик индивидуальных задач оптимизации. Было показано, что расщепленная доставка в отдельных случаях позволяет улучшить решение нерасщепленной задачи до 2 раз. Обзоры по классической задаче SDVRP можно найти в работах [51, 52], а отдельные методы и алгоритмы ее решения – в [53–61].

Сформулируем задачу SDVRP с неограниченным и ограниченным неоднородным парком транспортных средств. Известны объемы доставляемых мелкопартионных грузов $a_i \in Z^+$, $i = \overline{1, n}$, измеряемые количеством единиц, количество m_k и грузоподъемность $Q_k \in Z^+$ транспортных средств типа $k \in V$, $V = \{1, \dots, K\}$, $k = \overline{1, K}$. Пусть, как и ранее $N = \{0, 1, \dots, n\}$, $C = \{1, \dots, n\}$, а объемы грузов могут превышать грузоподъемность транспортных средств. Известны F_k , f_i^k и f_{ij}^k , $i, j = \overline{0, n}$, $k = \overline{1, K}$ – соответственно фиксированные затраты на приобретение и обслуживание транспортных средств, переменные затраты на обработку и транспортировку грузов. Введем переменные y_i^k , определяющие количество единиц груза, доставленных клиенту i транспортным средством k , целочисленные переменные u_i^k для исключения подциклов, которые определяют порядковый номер элемента i в маршруте k и булевы переменные x_{ij}^k , $x_{ij}^k = 1$, если транспортное средство k движется от клиента i к клиенту j и $x_{ij}^k = 0$ в противном случае. Требуется найти минимум функции

$$F_{CDVRP} = \sum_{k \in V} F_k \sum_{j \in C} x_{0j}^k + \sum_{k \in V} \sum_{i \in N} f_i^k (y_i^k) + \sum_{k \in V} \sum_{i, j \in N} f_{ij}^k x_{ij}^k, \quad (11)$$

при ограничениях

$$\sum_{k \in V} \sum_{i \in N} x_{ij}^k \geq 1, \quad \forall j \in N, \quad (12)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij}^k - \sum_{i \in N} x_{ji}^k = 0, \quad \forall j \in N, \quad \forall k \in V, \quad (13)$$

$$u_i^k - u_j^k + n x_{ij}^k \leq n - 1, \quad \forall i, j \in C, \quad \forall k \in V, \quad (14)$$

$$y_i^k \leq a_i \sum_{j \in N} x_{ij}^k, \quad \forall i \in C, \quad \forall k \in V, \quad (15)$$

$$\sum_{k \in V} y_i^k = a_i, \quad \forall i \in C, \quad (16)$$

$$\sum_{i \in C} y_i^k \leq Q_k, \quad \forall k \in V, \quad (17)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\}, \quad \forall i, j \in N, \quad \forall k \in V, \quad (18)$$

$$y_i^k, u_i^k \geq 0 \text{ и целые, } \forall i \in C, \quad \forall k \in V. \quad (19)$$

Ограничения (14) на запрет подциклов можно записать в виде

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij}^k \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq C, \quad |S| \geq 2, \quad \forall k \in V,$$

где S – кластер (подмножество клиентов), обслуживаемый транспортным средством типа k . Для ограниченного парка транспортных средств к задаче добавятся ограничения

$$\sum_{j \in C} x_{0j}^k \leq m_k, \quad \forall k \in V. \quad (20)$$

Целевая функция (11) определяет общие затраты маршрутизации. Ограничения (12) и (13) гарантируют, что каждый клиент j посещается хотя бы одним транспортным средством типа k , и это транспортное средство после прибытия к клиенту и выгрузки его груза должно обязательно покинуть клиента. Ограничения (14) запрещают подциклы, не проходящие через депо, а ограничения (15)–(17) распределяют запросы клиентов среди транспортных средств.

Постановка задачи (11)–(20) может быть расширена на случаи построения комбинированных маршрутов, введения дополнительных ограничений на продолжительность и длину маршрутов, временные окна и т.п. [62].

Одними из первых задачу с неоднородным парком транспортных средств и расщепленными поставками рассмотрели Tavakkoli и др. (2007) [63], в которой стоимость используемого рабочего парка зависит от общей незаполненной грузоподъемности и количества транспортных средств. Авторы сформулировали задачу в виде смешанного целочисленного линейного программирования и для ее решения разработали гибридный алгоритм моделируемого отжига (SA). Для экспериментального исследования алгоритма были сгенерированы тестовые задачи с числом клиентов от 6 до 100. Для задач небольшой размерности разработанный алгоритм показал конкурентоспособные результаты с алгоритмом ветвей и границ. На задачах большой размерности сравнивались нижние границы решения, полученные путем построения большого тура с посещением всех клиентов. Belfiore и Yoshizaki (2013) [64] разработали scatter-search алгоритм для решения задачи с неограниченным рабочим парком и временными окнами. В их алгоритме начальные решения формируются с помощью двух конструктивных эвристик, а процедуры scatter-search используются для диверсификации и интенсификации поиска лучших решений. Авторы протестировали свой алгоритм на эталонных задачах FSMTW Liu и Shen (1999) [65] и эталонных задачах Но и Haugland (2004) [66] со 100 клиентами, для которых получен ряд известных решений.

3. Задача построения доставочных маршрутов с неоднородным парком транспортных средств, размещением депо и временными окнами

В заключение статьи рассмотрим содержательную постановку важной задачи, в которой требуется выбрать места дислокации депо, определить состав парка транспортных средств и построить маршруты обслуживания клиентов с учетом ограничений на временные окна (The Fleet Size and Mix Location-Routing Problem with Time Windows, FSMLRPTW). Такая задача может возникнуть при перспективном планировании распределенной сети перевозок мелкопартионных грузов в крупных магистральных узлах, когда на территории магистрального узла нет возможности разместить депо, а количество клиентов очень велико (например, в столице страны и областных центрах). Предполагается, что места размещения клиентов во внутренней зоне магистрального узла известны и заданы географические координаты точек строительства потенциальных депо. Задача заключается в определении подмножества депо, назначении каждому депо обслуживаемых клиентов и построении для каждого депо кольцевых маршрутов неоднородных транспортных средств. Каждый клиент должен посещаться только один раз в пределах заданного временного окна, а загрузка транспортного средства не должна превышать его грузоподъемности. Целевая функция задачи на минимум включает четыре составляющих: капитальные затраты на строительство депо, фиксированные затраты на приобретение и обслуживание транспортных средств, затраты на погрузку и выгрузку грузов и переменные эксплуатационные расходы на транспортировку. Все затраты должны быть приведены к сопоставимому виду за заданный период времени.

В диссертационной работе Ç. Коç [67] и статье Ç. Коç и др. [68] приведены обзор по задаче FSMLRPTW, ее формулировка в виде целочисленного программирования с системой ограничений, представленной линейными неравенствами, и гибридный алгоритм эволюционного поиска (Hybrid Evolutionary Search Algorithm, HESA) с введением нескольких адаптивных процедур нахождения окрестностей поиска локальных экстремумов целевой функции (Location Heterogeneous Adaptive Large Neighborhood Search, L-HALNS). Предложены процедуры построения начальных решений, разбиения допустимых решений, обучения и схема диверсификации через процедуру мутации решений. В работах представлены также результаты решения задачи на известных эталонных примерах. Целочисленная задача решалась пакетом CPLEX 12.5. Алгоритм HESA был реализован на C++. Главной целью эксперимента было сравнение результатов решения задачи, полученных с помощью пакета CPLEX и алгоритмом HESA для индивидуальных задач малой, средней и большой размерности. Численные результаты на наборе эталонных задач, содержащих до 100 клиентов и 10 потенциальных депо, показали, что предложенный авторами алгоритм способен найти приближенное решение в пределах 0,05% от оптимального для задач малой размерности и за приемлемое время дает лучшие решения по сравнению с решателем CPLEX для задач большей размерности, что позволяет использовать разработанный алгоритм в практических приложениях.

Выводы

На основании проведенного обзора и анализа известных математических моделей предложены постановки задач построения комбинированных и отдельных маршрутов для перевозки мелкопартионных грузов во внутренних зонах магистральных узлов. Для решения сформулированных NP-трудных задач могут быть применены в основном метаэвристические методы и алгоритмы. Учитывая иерархическую структуру магистральной сети перевозок и небольшое количество узлов во внутренних зонах магистральных узлов, для решения задач можно использовать универсальные точные методы и алгоритмы, предложенные R. Baldacci и др. [69–71], которые способны находить оптимальные решения многих задач маршрутизации с числом клиентов до 100. Кроме того, решение задач возможно и классическими методами ветвей и границ, ветвей и отсечений, ветвей отсечений и цен, генерации столбцов, разбиения множества, динамического программирования и т.п., реализованными в коммерческих и открытых пакетах программ смешанного и целочисленного линейного программирования, например, IBM ILOG CPLEX, GAMS, AIMMS, Gurobi Optimizer [72] и ABACUS, COIN-OR, GLPK, lp_solve [73]. Многие из них доступны на сервере NEOS (<https://neos-server.org/neos/>).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васянин В.А., Ушакова Л.П. Задачи построения доставочных и сборочных маршрутов перевозки мелкопартионных грузов во внутренних зонах иерархической автотранспортной сети // Математичне моделювання в економіці. — 2016. — № 3-4. — С. 102-131.
2. Васянин В.А., Трофимчук А.Н. Автоматизация процессов принятия решений в многопродуктовых коммуникационных сетях с мелкопартионными дискретными потоками // Екологічна безпека та природокористування: Зб. наук. праць. — Київ, 2010. — Вип. 5. — С. 172-213.
3. Subramanian A. Heuristic, Exact and Hybrid Approaches for Vehicle Routing Problems. — Thesis presented to the Computing Graduate Program of the Universidade Federal Fluminense in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science, Niterói, 2012. — 152 p.
4. Berbeglia G., Cordeau J-F., Gribkovskaia I., Laporte G. Static pickup and delivery problems: a classification scheme and survey // TOP: Operations Research & Decision Theory, Springer-Verlag, 2007. — Vol. 15. — Issue 1. — P. 1-31.
5. Min H. The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup points // Transportation Research Part A: General. — 1989. — Vol. 23. — Issue 5. — P. 377-386.
6. Dell'Amico M., Righini G., Salani M. A branch-and-price approach to the vehicle routing problem with simultaneous distribution and collection // Transportation Science. — 2006. — Vol. 40. — Issue 2. — P. 235-247.
7. Angelelli E., Mansini R. The Vehicle Routing Problem with Time Windows and Simultaneous Pick-up and Delivery // In Quantitative Approaches to Distribution Logistics and Supply Chain Management, Springer, Berlin-Heidelberg, 2002. — Vol. 519. — P. 249-267.
8. Dethloff J. Vehicle routing and reverse logistics: the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up // OR Spektrum. — 2001. — Vol. 23. — Issue 1. — P. 79-96.

9. Montané F.A.T., Galvão R.D. A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service // *European Journal of Operational Research*. — 2006. — Vol. 33. — Issue 3. — P. 595-619.
10. Subramanian A. Metaheurística Iterated Local Search aplicada ao Problema de Rotetamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultânea. — Master's thesis, Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, PB, Brazil, 2008. In Portuguese.
11. Halse K. Modeling and solving complex vehicle routing problems. — PhD thesis, Institute of Mathematical Statistics and Operations Research, Technical University of Denmark, Denmark, 1992.
12. Salhi S., Nagy G. A cluster insertion heuristic for single and multiple depot vehicle routing problems with backhauling // *Journal of the Operational Research Society*. — 1999. — Vol. 50. — Issue 10. — P. 1034-1042.
13. Dethloff J. Vehicle routing and reverse logistics: the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up // *OR Spektrum*. — 2001. — Vol. 23. — Issue 1. — P. 79-96.
14. Røpke S., Pisinger D. A unified heuristic for a large class of vehicle routing problems with backhauls // *European Journal of Operational Research*. — 2006. — Vol. 171. — Issue 3. — P. 750-775.
15. Nagy G., Salhi S. Heuristic algorithms for single and multiple depot vehicle routing problems with pickups and deliveries // *European Journal of Operational Research*. — 2005. — Vol. 162. — Issue 1. — P. 126-141.
16. Crispim J., Brandão J. Metaheuristics applied to mixed and simultaneous extensions of vehicle routing problems with backhauls // *Journal of the Operational Research Society*. — 2005. — Vol. 56. — Issue 11. — P. 1296-1302.
17. Montané F.A.T., Galvão R.D. A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service // *European Journal of Operational Research*. — 2006. — Vol. 33. — Issue 3. — P. 595-619.
18. Chen J.F., Wu T.H. Vehicle routing problem with simultaneous deliveries and pickups // *Journal of the Operational Research Society*. — 2006. — Vol. 57. — Issue 5. — P. 579-587.
19. Chen J.F. Approaches for the vehicle routing problem with simultaneous deliveries and pickups // *Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers*. — 2006. — Vol. 23. — Issue 2. — P. 141-150.
20. Bianchessi N., Righini G. Heuristic algorithms for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery // *Computers & Operations Research*. — 2007. — Vol. 34. — Issue 2. — P. 578-594.
21. Wassen N.A., Wassen A.H., Nagy G. A reactive tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pickups and deliveries // *Journal of Combinatorial Optimization*. — 2008. — Vol. 15. — Issue 4. — P. 368-386.
22. Zachariadis E.E., Tarantilis C.D., Kiranoudis C.T. A hybrid metaheuristic algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up service // *Expert Systems with Applications*. — 2009. — Vol. 36. — Issue 2. — P. 1070-1081.
23. Zachariadis E.E., Tarantilis C.D., Kiranoudis C.T. An adaptive memory methodology for the vehicle routing problem with simultaneous pick-ups and deliveries // *European Journal of Operational Research*. — 2010. — Vol. 202. — Issue 2. — P. 401-411.
24. Vural A.V. A GA based meta-heuristic for capacity vehicle routing problem with simultaneous pick-up and deliveries. — Master's thesis, Graduate School of Engineering and Natural Sciences, Sabanci University, 2003.
25. Bean J.C. Genetic algorithms and random keys for sequencing and optimization // *INFORMS Journal on Computing*. — 1994. — Vol. 6. — Issue 2. — P. 154-160.
26. Gajpal Y., Abad P. An ant colony system (ACS) for vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup // *Computers & Operations Research*. — 2009. — Vol. 36. — Issue 12. — P. 3215-3223.

27. Çatay B. A new saving-based ant algorithm for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery // *Expert Systems with Applications*. — 2010. — Vol. 37. — Issue 10. — P. 6809-6817.
28. Ai T.J., Kachitvichyanukul V. A particle swarm optimization for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery // *Computers & Operations Research*. — 2009. — Vol. 36. — Issue 5. — P. 1693-1702.
29. Kennedy J., Eberhart R. Particle swarm optimization // In *Proceedings of IEEE international conference on neural networks*. — 1995. — Vol. 4. — P. 1942-1948.
30. Mingyong L., Erbao C. An improved differential evolution algorithm for vehicle routing problem with simultaneous pickups and deliveries and time windows // *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. — 2010. — Vol. 23. — Issue 2. — P. 188-195.
31. Subramanian A., Ochi L.S., Cabral L.A.F. An efficient ILS heuristic for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery // *Tech. rep. RT 07/08, Universidade Federal Fluminense*. — 2008. — 17 p., available at <http://www2.ic.uff.br/PosGraduacao/RelTecnicos/400.pdf>.
32. Subramanian A., Drummond L.M.A., Bentes C., Ochi L.S., Farias R. A parallel heuristic for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery // *Computers & Operations Research*. — 2010. — Vol. 37. — Issue 11. — P. 1899-1911.
33. Subramanian A., Cabral L.A.F. An ILS based heuristic for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery and time limit // *Proceedings of the Eighth European Conference on Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization, Lecture Notes in Computer Science*. — 2008. — Vol. 4972. — P. 135-146.
34. Souza M.J.F., Mine M.T., Silva M.S.A., Ochi L.S., Subramanian A. A hybrid heuristic, based on iterated local search and GENIUS, for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery // *International Journal of Logistics Systems Management*. — 2010. — Vol. 10. — Issue 2. — P. 142-156.
35. Gendreau M., Hertz A., Laporte G. New insertion and postoptimization procedures for the traveling salesman problem // *Operations Research*. — 1992. — Vol. 40. — Issue 6. — P. 1086-1094.
36. Zachariadis E.E., Kiranoudis C.T. A local search metaheuristic algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-ups and deliveries // *Expert Systems with Applications*. — 2011. — Vol. 38. — Issue 3. — P. 2717-2726.
37. Hezer S., Kara Y. Solving vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up using bacterial foraging optimization algorithm // In *Proceedings of the 41st International Conference on Computers & Industrial Engineering, University of Southern California, 23-26 October, Los Angeles, California*. — 2011. — P. 380-385.
38. Tasan A.S., Gen M. A genetic algorithm based approach to vehicle routing problem with simultaneous pick-up and deliveries // *Computers & Industrial Engineering*. — 2012. — Vol. 62. — Issue 3. — P. 755-761.
39. Wang H.F., Chen Y.-Y. A genetic algorithm for the simultaneous delivery and pickup problems with time window // *Computers & Industrial Engineering*. — 2012. — Vol. 62. — Issue 1. — P. 84-95.
40. Jun Y., Kim B.-I. New best solutions to VRPSPD benchmark problems by a perturbation based algorithm // *Expert Systems with Applications*. — 2012. — Vol. 39. — Issue 5. — P. 5641-5648.
41. Goksal F.P., Karaoglan I., Altiparmak F. A hybrid discrete particle swarm optimization for vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery // *Computers & Industrial Engineering*. — 2013. — Vol. 65. — Issue 1. — P. 39-53.
42. Liu R., Xie X., Augusto V., Rodriguez C. Heuristic algorithms for a vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup and time windows in home health care // *European Journal of Operational Research*. — 2013. — Vol. 230. — Issue 3. — P. 475-486.
43. Kececi B., Altiparmak F., Kara I. The heterogeneous vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery: A hybrid heuristic approach based on simulated

- annealing // In CIE44 & IMSS' 14 Proceedings, 14-16 October, Istanbul / Turkey. — 2014. — P. 412-423.
44. Wang C., Mu D., Zhao F., Sutherland J.W. A parallel simulated annealing method for the vehicle routing problem with simultaneous pickup & delivery and time windows // *Computers & Industrial Engineering*. — 2015. — Vol. 83. — P. 111-122.
45. Avci M., Topaloglu S. A hybrid metaheuristic algorithm for heterogeneous vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery // *Expert Systems with Applications*. — 2016. — Volume 53. — Issue 1. — P. 160-171.
46. Zachariadis E.E., Tarantilis C.D., Kiranoudis C.T. The Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pick-ups and Deliveries and Two-Dimensional Loading Constraints // *European Journal of Operational Research*. — 2016. — Vol. 251. — Issue 2. — P. 369-386.
47. Dror M., Trudeau P. Savings by split delivery routing // *Transportation Science*. — 1989. — Vol. 23. — Issue 2. — P. 141-145.
48. Dror M., Trudeau P. Split delivery routing // *Naval Research Logistics*. — 1990. — Vol. 37. — Issue 3. — P. 383-402.
49. Archetti C., Savelsbergh M., Speranza M.G. Worst-case analysis for split delivery vehicle routing problems // *Transportation Science*. — 2006. — Vol. 40. — Issue 2. — P. 226-234.
50. Archetti C., Savelsbergh M.W.P., Speranza M.G. To split or not to split: That is the question // *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*. — 2008. — Vol. 44. — Issue 1. — P. 114-123.
51. Archetti C., Speranza M.G. The split delivery vehicle routing problem: A survey // In Golden B.L., Raghavan S., Wasil E.A. *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*, New York: Springer-Verlag. — 2008. — P. 103-122.
52. Gulczynski D.J., Golden B., Wasil E. Recent Developments in Modeling and Solving the Split Delivery Vehicle Routing Problem // *Tutorials in Operations Research, INFORMS*. — 2008. — P. 170-180.
53. Belenguer J., Martinez M., Mota E. A lower bound for the split delivery vehicle routing problem // *Operations Research*. — 2000. — Vol. 48. — Issue 5. — P. 801-810.
54. Archetti C., Hertz A., Speranza M.G. A tabu search algorithm for the split delivery vehicle routing problem // *Transportation Science*. — 2006. — Vol. 40. — Issue 1. — P. 64-73.
55. Boudia M., Prins C., Reghioui M. An effective memetic algorithm with population management for the split delivery vehicle routing problem // *Hybrid Metaheuristics, Lecture Notes in Computer Science*. — 2007. — Vol. 4771. — P. 16-30.
56. Chen S., Golden B., Wasil E. The split delivery vehicle routing problem: Applications, algorithms, test problems, and computational results // *Networks*. — 2007. — Vol. 49. — Issue 4. — P. 318-329.
57. Aleman R.E., Hill R.R. A tabu search with vocabulary building approach for the vehicle routing problem with split demands // *Int. J. Metaheuristics*. — 2010. — Vol. 1. — Issue 1. — P. 55-80.
58. Archetti C., Bianchessi C., Speranza M.G. A column generation approach for the split delivery vehicle routing problem // *Networks*. — 2011. — Vol. 58. — Issue 4. — P. 241-254.
59. Berbotto L., Garcia S., Nogales F.G. A randomized granular tabu search heuristic for the split delivery vehicle routing problem // *Annals of Operations Research*. — 2014. — Vol. 222. — P. 153-173.
60. Khmelev A., Kochetov Y. A hybrid local search for the split delivery vehicle routing problem // *International Journal of Artificial Intelligence*. — 2015. — Vol. 13. — Issue 1. — P. 147-164.
61. Khmelev A., Kochetov Y. A hybrid VND method for the split delivery vehicle routing problem // *Electronic Notes in Discrete Mathematics*. — 2015. — Vol. 47. — P. 5-12.

62. Yin C., Bu L., Gong H. Mathematical model and algorithm of split load vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup // International Journal of Innovative Computing, Information and Control. — 2013. — Vol. 9. — Nu. 11. — P. 4497-4508.
63. Tavakkoli-Moghaddam R., Safaei N., Kah M.M.O., Rabbani M. A new capacitated vehicle routing problem with split service for minimizing fleet cost by simulated annealing // Journal of the Franklin Institute. — 2007. — Vol. 344. — Issue 5. — P. 406-425.
64. Belfiore P., Yoshizaki H.T.Y. Heuristic methods for the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows and split deliveries // Computers & Industrial Engineering. — 2013. — Vol. 64. — Issue 2. — P. 589-601.
65. Liu F.H., Shen S.Y. A method for vehicle routing problem with multiple vehicle types and times windows // Proceedings of the National Science Council, Republic of China, Part A: Physical Science and Engineering. — 1999. — Vol. 23. — No 4. — P. 526-536.
66. Ho S.C., Haugland D. A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with time windows and split deliveries // Computers & Operations Research. — 2004. — Vol. 31. — Issue 12. — P. 1947-1964.
67. Koç Ç. Heterogeneous Location- and Pollution-Routing Problems. — Thesis for the degree of Doctor of Philosophy in Management Science, University of Southampton, 2015. — 239 p.
68. Koç Ç., Bektaş T., Jabali O., Laporte G. The Fleet Size and Mix Location Routing Problem with Time Windows: Formulations and a Heuristic Algorithm // European Journal of Operational Research. — 2016. — Vol. 248. — Issue 1. — P. 33-51.
69. Baldacci R., Mingozzi A. A unified exact method for solving different classes of vehicle routing problems // Mathematical Programming, Series A. — 2009. — Vol. 120. — Issue 2. — P. 347-380.
70. Baldacci R., Bartolini E., Mingozzi A., Roberti R. An exact solution framework for a broad class of vehicle routing problems // Computational Management Science. — 2010. — Vol. 7. — Issue 3. — P. 229-268.
71. Baldacci R., Toth P., Vigo D. Exact algorithms for routing problems under vehicle capacity constraints // Annals of Operations Research. — 2010. — Vol. 175. — Issue 1. — P. 213-245.
72. <http://www-01.ibm.com/software/commerce/optimization/cplex-optimizer/index.html>,
<http://www.gams.com/>, <http://aimms.com/>, <http://www.gurobi.com/>.
73. <http://www.informatik.uni-koeln.de/abacus/>, <http://www.coin-or.org/>,
<http://www.gnu.org/software/glpk/glpk.html>, http://groups.yahoo.com/group/lp_solve/info/.

Стаття надійшла до редакції 30.11.16.

УДК 53.043+004.942

О.О. КРЯЖИЧ, О.В. КОВАЛЕНКО

ДОСЛІДЖЕННЯ ІЗОТОПНОГО ОБМІНУ У СИСТЕМІ «ОКСИД ТРИТІЮ – ПРИРОДНИЙ МІНЕРАЛ»

***Анотація.** У статті представлено результати експериментів щодо дослідження ізотопного обміну між тритійованою водою та природними мінералами. Зроблено акцент на глинисті мінерали – глини з каолінітами. За результатами досліджень було проаналізовано зміни питомої активності тритійованої води при додаванні глинистих мінералів за умов зміни температурного режиму. Зроблені висновки щодо подальших напрямів досліджень за темою.*

***Ключові слова:** іонний обмін, питома активність, обмеження, час.*

Вступ

Історія людства знає ряд катастроф, пов'язаних із радіоактивним забрудненням тритієм значних територій. Найбільш відомою є катастрофа на ВО «Маяк» в Челябінській області СРСР у 1957 р. (Киштимська аварія), коли сотні тисяч осіб постраждали, а більшість населення регіону ще тривалий час потерпала від води з вмістом тритію у надвисокій концентрації, а також від радіаційно забруднених хмар, що були винесені вітром далеко за межі аварії.

У теперішній час ряд заводів з регенерації ТВЕЛів у Франції та Великобританії характеризуються фахівцями як потужні джерела надходження тритію в навколишнє середовище, у тому числі – у море. А приблизно 15% тритію викидається цими підприємствами в атмосферу, забруднюючи повітря і ґрунт.

Забруднення океану в результаті проникнення води з великим вмістом тритію при аварії на Фукусимі (Японія) названо однією з основних проблем аварії на японській АЕС, яка є наразі не вирішеною. Тобто, існує відкрите наукове питання зв'язування та вилучення техногенного тритію з відкритих водних джерел.

Метою роботи є аналіз системи «оксид тритію – природний мінерал» для дослідження залежностей ізотопного обміну, що в майбутньому можуть скласти підґрунтя до створення технології зв'язування та вилучення техногенного тритію з води.

Завдання роботи:

- розглянути деякі особливості ізотопного обміну в природних мінералах, зокрема – в глинистих мінералах;
- представити результати експерименту щодо адсорбційних властивостей глини з різних родовищ.

Бар'єрні та геофільтраційні властивості глинистих порід, а також базові аспекти іонно-ізотопного обміну були розглянуті у роботі [1]. Також дослідження ізотопно-іонного обміну між тритієвою водою і глинистими мінералами представлені у публікаціях [2–4].

В основу досліджень, що викладені нижче, були покладені деякі медичні спостереження за здоров'ям мешканців ряду районів Луганської області. В зазначеному регіоні є уранова жила третього рівня залягання, при цьому води з артезіанських свердловин і колодязів є лікувальними (існують декілька водолікарень, виробництва з розливу лікувально-столової води). Місцеві жителі при бурінні свердловин питної води намагаються добратися до шару білої глини, а після цього вистеляють дно водозабору мінералом – кременем. Дослідження фізичних властивостей зазначених мінералів та деякі математичні залежності представлені у даній роботі.

Досліди і виміри проводилися на базі лабораторії фізико-технічних проблем джерел ядерних випромінювань Інституту ядерних досліджень НАН України.

1. Деякі фізико-хімічні особливості глинистих порід

Глинисті мінерали є водотривкими, пластичними, мають велику сорбційну місткість та високорозвинену поверхню. Глинисті мінерали становлять групу шаруватих і шарувато-стрічкових силікатів, частинки яких мають чітко виражену кристалічну структуру і розміри не більше 0,5–5 мкм [5].

Дисперсність кристалів глинистих мінералів – це той критерій, який визначає їх основні фізико-хімічні властивості: здатність до сорбції, іонного обміну, каталітичної дії, тиксотропного коагуляційного структуроутворення, – тобто властивості, пов'язані з ефективною поверхнею кристалів [3]. Саме тому для зменшення міграції радіоактивних та токсичних елементів з осередків забруднення в навколишнє середовище використовуються інженерні геохімічні бар'єри.

У статті [4] були досліджені сорбційні властивості глиною урану, на основі чого рекомендовано з метою запобігання поширенню радіоактивних і токсичних елементів у навколишнє середовище використовувати геохімічні бар'єри, основним завданням яких є переведення забруднюючих компонентів у малорухомі форми. Глинистий сорбційний бар'єр є одним з найбільш дієвих через широкий розвиток у природному середовищі особливості фізико-механічних властивостей (низькі фільтраційні показники і пластичність), що забезпечує сумісну дію сорбційних і фільтраційних бар'єрів. Також зазначено, що кінцева величина сорбції глиною важких металів та радіонуклідів залежить від таких параметрів, як рН та іонна сила. Проте характер сорбції залишається незмінним.

Останнє твердження виглядало дещо сумнівним щодо іонів тритію. Зокрема, у роботі «Тритій у біосфері» зазначається, що «полегшений доступ дисоційованих молекул НТО до реакційних позицій у структурах монтморилоніту й палигорськіту обумовив значну інтенсивність входження тритію в кристалічну структуру цих мінералів. Із найбільшою швидкістю ізотопний обмін між структурними ОН-групами матриці мінералів та ОТ-групами розчину НТО відбувається у перші 30–50 діб. У подальшому процес уповільнюється» [1].

Враховуючи, що глинисті мінерали мають властивість нести катіони й аніони, які можуть стехіометрично обмінюватись на інші катіони або аніони (неорганічні й органічні), то виникає гіпотеза, що процес іонного обміну

може мати поліноміальну залежність, яка вже була прослідкована при дослідженнях талої води снігового покриву та соку берез [6].

Обмін іонів може відбуватися як у водному, так і в безводному середовищі і являє собою оборотний процес, який не змінює структури мінералу і є дуже важливим фактором, що чинить вплив на фізико-хімічні властивості глин. Величина ємкості обміну вимірюється в міліграм-еквівалентах на 1 г або частіше на 100 г глини. Ємкість обміну визначається в нейтральному середовищі, тобто при рН 7.

При проведенні експериментів з глинистими мінералами слід пам'ятати, що глина в воді розмокає, а при розмоканні вода, проникаючи в пори між частинками глини, розклинає їх, що призводить до утворення полідисперсної системи. Частинки глини починають поглинати воду, набухають, збільшуються в об'ємі. З цього можна припустити, що у разі, коли до води, забрудненої тритієм, додати глинистий мінерал у дрібнодисперсному стані, процес іонного обміну може прискоритися.

Цікавими для досліду є мінерали каолінової групи (каолінит, галуазит, гібсит), широко представлені в Україні в білих глинах. Ці мінерали мають вузьке молярне відношення $\text{SiO}_2/\text{Al}_2\text{O}_3 = 2(2\text{SiO}_2\text{-Al}_2\text{O}_3\text{-nH}_2\text{O})$ і є діоктаедричними шаруватими алюмосилікатами з нерухомою кристалічною ґраткою. Сильний зв'язок між пакетами утруднює доступ води в міжпакетний простір та малу дисперсність. Каолінит не набухає, але добре пропускає воду. В таких мінералах характерною для спостереження є картина, коли водень зовнішнього гідроксилу може заміщуватися обмінними катіонами. Деякі гідроксильні групи будуть оголюватись навколо обломлених країв усіх глинистих мінералів, і обмінні катіони, обумовлені порушеними зв'язками, частково заміщуватимуться воднем зовнішніх гідроксильних груп.

Приписувані цілющі властивості природних мінералів, як правило, обумовлювалися адсорбційними властивостями мінералів та елементарною очисткою води від домішок.

Саме тому для експериментального дослідження адсорбційних властивостей природних мінералів щодо тритію були взяті білі глини з різних родовищ, а також кремій.

2. Результати експерименту

Протягом 9 місяців було проведено ряд дослідів з природними мінералами у прісній воді.

Перший мінерал, що було взято для дослідів – кремій.

Кремій ($\text{SiO}_2 \cdot n\text{H}_2\text{O}$) майже цілком складається з кремнезему, що має аморфну або кристалічну форму. Колір кременю може бути різним, але найчастіше зустрічаються зразки чорного або бурого кольорів. Характерне темне забарвлення чорному кременю надають домішки органічних речовин. Для дослідів був взятий чорний кремій зі Старобільського району Луганської області.

Кремій, що поміщений у воду, структурує молекули води, які в результаті набувають властивість витіснити зі створених рідкокристалічних решіток патогенні мікроорганізми, найпростіші, грибки, токсини і чужорідні хімічні елементи. Всі ці сполуки осаджуються у плівці, що вкриває дно ємності з кременем.

Другим мінералом для дослідження була взята біла глина з родовищ Вінницької області. Така глина була обрана через те, що вінницькі родовища утримують мало різноманітних аморфних домішок.

Біла глина (каолін, $\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$) містить у своєму складі масу корисних елементів: мінеральні солі, оксиди кремнію, азот, кальцій, магній та ін.

Білі глини складаються здебільшого з глинистого мінералу каолініту – мінералу класу силікатів, основний силікат алюмінію шаруватої будови.

Склад: $\text{Al}_4 [\text{Si}_4\text{O}_{10}] (\text{OH})_8$.

Містить (%): Al_2O_3 – 39,56; SiO_2 – 46,5; H_2O – 13,94. Ізоморфні домішки Fe^{3+} , Cr, Ti, Fe^{2+} , Mg, Ca, Na, K.

Густина (2,58-2,61) г/см³.

Каолінові глини є білого з різними відтінками кольору. Сам каолінит – щільний, жирний на дотик. Блиск перламутровий, матовий. У чистому вигляді білий, іноді з голубуватим або бурим відтінком. Каолінит легко розмокає у воді, набуває пластичності і диспергується з утворенням суспензій.

Зустрічається у прихованокристалічних скупчених пухких тонкозернистих агрегатах.

Переважні розміри частинок (0,001–0,003) мм; нездатний приєднувати та утримувати значну кількість води; при сушінні порівняно вільно віддає приєднану воду.

pH каоліну 7,0–8,0, тобто має слаболужне середовище.

Тому для дослідження у якості третьої проби природного мінералу була взята очищена косметична китайська глина з великою часткою каолініту.

Для проведення дослідів було підготовлено 3 ємності по 2 л кожна з визначеною питомою активністю води. В ці ємності були додані мінерали та через певні проміжки часу бралися проби води по 10 мл для визначення змін питомої активності.

Початок дослідів відбувався при температурі повітря (21–23)⁰С, вологості (41–64)%. В процесі експериментів установлювалися обмеження за часом і температурним режимом.

Ємність 1

Початкова концентрація тритію – 7,4 10⁴ Бк/л.

Об'єм води – 2 л.

Кремій – 100 г.

Середня температура повітря – 20⁰С.

Результати наведені в табл. 1.

Таблиця 1 – Результати зміни питомої активності тритію у воді після додавання кременю

№ проби	Час адсорбції (t), год.	Питома активність тритію (А) у воді, Бк/л (x10 ⁴)	Зниження питомої активності тритію у воді, %
Ємність 1	0	7,4	0
1	48	4,1	45,0
20	72	4,08	45,0

Ємність 2

Початкова концентрація тритію – $14,1 \cdot 10^4$ Бк/л.

Об'єм води – 2 л.

Каолін з вінницького родовища – 100 гр.

Результати зміни питомої активності наведені в табл. 2.

Таблиця 2 – Результати зміни питомої активності тритію у воді після додавання каоліну з вінницького родовища

№ проби	Час адсорбції (t), год.	Питома активність тритію (A) у воді, Бк/л ($\times 10^4$)	Зниження питомої активності тритію у воді, %
Ємність 2	0	14,1	0
2	0,5	3,29	77,40
4	1,2	3,06	78,30
6	1,5	2,87	79,66
8	2,0	2,40	82,95
10	2,5	2,58	81,70
12	3,0	2,30	83,70
14	4,0	3,61	74,41
16	5,0	2,29	83,77
18	8,0	2,14	84,85

Спостерігається поступове зниження питомої активності.

Ємність 3

Початкова концентрація – $12,9 \cdot 10^4$ Бк/л.

Об'єм води – 2 л.

Каолін китайський (очищений) – 100 гр.

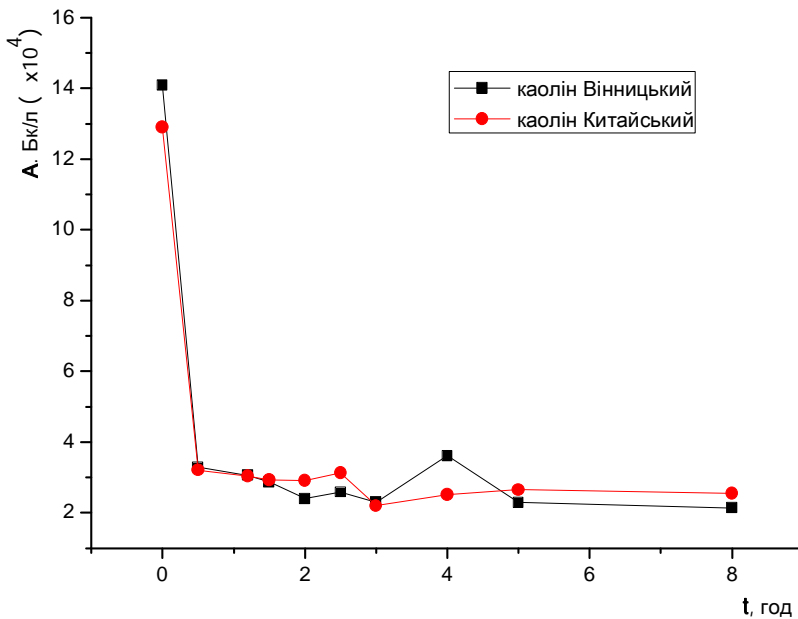
Результати зміни питомої активності наведені в табл. 3.

Таблиця 3 – Результати зміни питомої активності тритію у воді при додаванні каоліну китайського очищеного

№ проби	Час адсорбції (t), год.	Питома активність тритію (A) у воді, Бк/л ($\times 10^4$)	Зниження питомої активності тритію у воді, %
Ємність 3	0	12,90	0
3	0,5	3,21	75,13
5	1,2	3,04	76,42
7	1,5	2,93	77,32
9	2,0	2,91	77,43
11	2,5	3,13	75,73
13	3,0	2,20	82,92
15	4,0	2,51	80,55
17	5,0	2,65	79,48
19	8,0	2,55	80,23

Спостерігається зниження питомої активності, потім поступове незначне підвищення.

Динаміка зниження питомої активності у воді ємності 2 і 3 наведена на рис. 1.



Ри

сунок 1 – Динаміка зміни питомої активності тритію у воді протягом часу

На рис. 1 спостерігається практично миттєвий спад питомої активності тритію до значення $3,0 \cdot 10^4$ Бк/л в перші (20–30) хвилин після розчинення каоліну в воді, що свідчить про швидкий ізотопний обмін в розчинах з каоліном (ємності 2 і 3). Потім швидкість зниження питомої активності дещо сповільнюється. Коливання питомої активності протягом 8 годин можна пояснити коливаннями температури розчину при відборі проб.

Подальший дослід проводився з каоліном з вінницького родовища. Вимірювалась початкова питома активність тритію води з каоліном. Потім до існуючого розчину додавалось 50 г каоліну і після розмішування брались проби. Проби відбирались щопівгодини протягом 4 годин. Потім знову додавалось 50 г каоліну. Результати вимірів проб наведені в табл. 4.

Таблиця 4 – Результати зміни питомої активності тритію у воді при додаванні додаткових порцій каоліну з вінницького родовища

№ проби	Час адсорбції (t), год.	Питома активність тритію (А) у воді, Бк/л ($\times 10^4$)
3	0	3,66
4	0 (додано каоліну, 50 г)	3,11
5	0,5	3,07
6	1,0	3,00
7	1,5	3,18

Продовження таблиці 4

№ проби	Час адсорбції (t), год.	Питома активність тритію (А) у воді, Бк/л ($\times 10^4$)
8	2,0	3,29
9	2,5	3,40
10	3,0	3,48
11	3,5	3,13
12	4,0	3,50
13	4,0 (додано каоліну, 50 г)	3,20
14	4,5	2,99
15	5,0	3,33
16	5,5	3,20
17	6,0	2,70
18	6,5	3,25
19	7,0	2,81
20	8,0	2,84

Як можна зазначити з табл. 4, спостерігається незначне збільшення питомої активності при додаванні глини, імовірно спричинене температурними коливаннями розчину на час відбору проб.

Останні результати вимірювання питомої активності тритію у воді через 3 місяці після початку дослідження адсорбуючих властивостей природних мінералів наведені в табл. 5.

Таблиця 5 – Результати зміни питомої активності води після перебування в ній досліджуваних природних мінералів

Мінерал	Початкове значення питомої активності тритію у воді, Бк/л ($\times 10^4$)	Питома активність тритію у воді через 3 міс., Бк/л ($\times 10^4$)	Відсоток від початкового значення, %
Кремій	7,40	7,40	100
Каолін вінницький	14,10	7,40	52,5
Каолін китайський	12,90	6,47	50,1

При подальших дослідженнях води з каоліном ще через 3 місяці, фактично були отримані результати, близькі до представлених в табл. 5 (відмінність $\pm 1-3\%$).

З метою дослідження впливу температури на стан іонного обміну, досліді були повторені при температурі 10 та 20⁰С. Поступово до 2 літрів

третійованої води додавалося по 50 г каоліну (для досліду був обраний каолін з вінницького родовища).

Було помічено, що при підвищенні температури розчину питома активність тритію у воді дещо зменшувалася.

Після додавання в смісьть додаткової порції каоліну, розчин герметично закривався і відстоювався до прозорого стану протягом двох діб. Загальна кількість використаного каоліну – 200 г.

Результати досліджень представлені в табл. 6. Графік змін питомої активності проведеного досліду наведено на рис. 2.

Таблиця 6 – Результати вимірювання питомої активності тритію у воді при поступовому додаванні порцій каоліну для температур 10 і 20⁰С

№ проби	Температура розчину (Т), °С	Маса каоліну(m), г	Питома активність розчину (А), Бк/л (x10 ⁸)
1	10	0	1,20
2	10	50	0,68
3	10	100	0,65
3	20	100	0,56
4	20	200	0,35

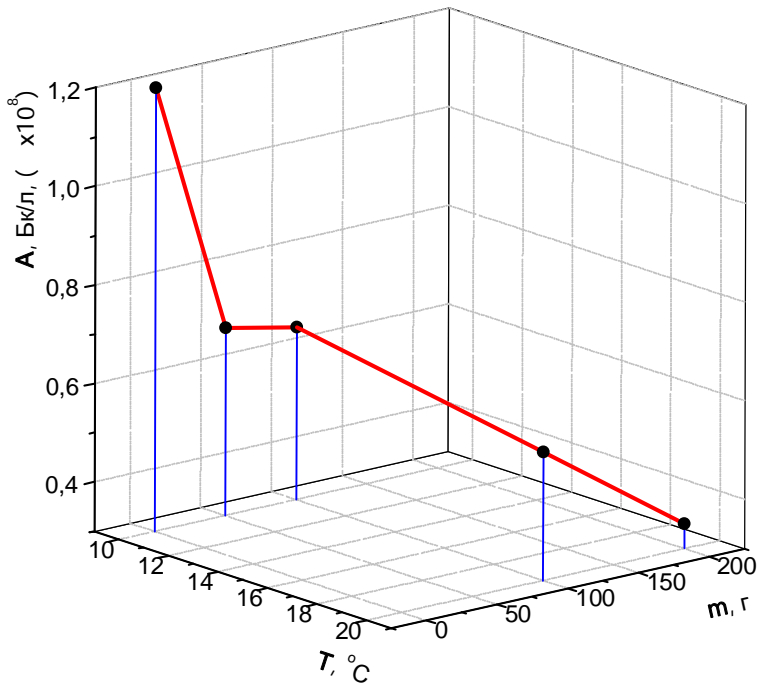


Рисунок 2 – Графік змін питомої активності води в залежності від температури і кількості каоліну

На рис. 2 спостерігається миттєве зниження питомої активності тритію у воді на початку експерименту, потім поступове зниження активності при

додаванні в розчин додаткових порцій каоліну та підвищенні температури розчину.

Висновки

За результатами досліджень було проаналізовано зміни питомої активності тритійованої води при додаванні каоліну за умов зміни температурного режиму. Було досліджено, що адсорбційні властивості каоліну підвищуються з підвищенням температури води та маси адсорбенту.

Практичне значення наведеного в роботі полягає у можливості створення технології адсорбування тритію з води, що є актуальною задачею зменшення радіоактивних відходів, що утворюються в результаті роботи АЕС.

Подальші дослідження за напрямом вивчення адсорбційних і бар'єрних властивостей природних мінералів щодо радіоізоотопу водню вимагають:

- опису механізму адсорбції каоліном радіоізоотопу водню;
- аналізу каолінового осаду для виявлення питомої активності тритію в цьому осаді;
- хімічного аналізу складу каоліну різних родовищ;
- побудови математичної та інформаційної моделі процесу адсорбції каоліном тритію;
- проведення подальших експериментів та спостережень щодо адсорбції, формування бази даних досліджень адсорбції тритію різними видами природних мінералів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Долін В.В., Пушкарьов О.В., Шраменко І.Ф. та ін. Тритій у біосфері. – К.: Науково-виробниче підприємство «Видавництво «Наукова думка» НАН України», 2012. – 224 с.
2. Пушкарев А., Руденко И., Скрипкин В. Адсорбция трития из водных растворов термически обработанными глинистыми минералами // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. – Київ: ВПЦ "Київський університет", 2015. – вип. 4 (71). – С. 43–48.
3. Сабодина М.Н., Калмыков С.Н., Сапожников Ю.А. Сорбционные свойства бентонитовых глин по отношению к некоторым радионуклидам // Вестник Отделения наук о земле. – 2004. – № 1 (22) – С. 78–81.
4. Дудар Т.В., Бугера С.П., Кадошніков В.М., Злобенко Б.П. Бар'єрні властивості природних глинистих мінералів // Вісник НАУ, 2009. – № 1. – С. 56–60.
5. Куковский Е.Г. Особенности строения и физико-химические свойства глинистых минералов. – К.: Наук. думка, 1966. – С. 45–50.
6. Коваленко О.В., Кряжич О.О. Дослідження залежностей міграції тритію за ланцюгом «тала вода снігового покриву – рослина» // Технічні науки та технології : науковий журнал – Чернігів : Черніг. нац. технол. ун-т, 2016. – № 3 (5). – С. 231–239.

Стаття надійшла до редакції 29.01.17.

УДК 004.8:519.85:656.7

Л.Ф. ГУЛЯНИЦЬКИЙ, А.І. ПАВЛЕНКО

МОДЕЛЮВАННЯ ЗАЛЕЖНИХ ВІД ЧАСУ ПРОБЛЕМ ПОШУКУ ОПТИМАЛЬНИХ МАРШРУТІВ: ОГЛЯД

***Анотація.** Розглянуто задачі пошуку оптимальних маршрутів мережами громадського транспорту. Наведено підходи до подання розкладу за допомогою графів у залежних від часу задачах пошуку оптимальних шляхів для залізничних і авіамереж. Проаналізовано типові задачі пошуку оптимальних шляхів у залежних від часу мережах.*

***Ключові слова:** динамічна задача пошуку, найкоротший шлях, оптимальний маршрут, мережі громадського транспорту, time-dependent model, time-expanded model.*

Вступ

Перші електронні системи розкладу з'явилися наприкінці 80-х років минулого століття у Німеччині. До того часу планування маршрутів відбувалось «вручну» з використанням друкованих довідників. Такий підхід прийнятний для невеликих транспортних мереж, проте довідник розкладів німецьких залізниць “Kursbuch” у 1957 році вже налічував 1272 сторінки, що спонукало до розробки більш ефективних пошукових систем [1]. До сучасних представників таких систем належать HAFAS [2], яка використовується багатьма європейськими залізницями, EFA [3], яка в основному використовується локальними перевізниками Європи. Досвід роботи з ними показав, що системи видають задовільні результати в більшості випадків, хоча інколи запропоновані маршрути є неоптимальними. Основною причиною цього явища є використання простих евристичних алгоритмів, які здійснюють частковий перегляд простору розв'язків для отримання результатів за прийнятний час, що не гарантує отримання оптимальних розв'язків. Останніми роками активно ведуться дослідження моделей і алгоритмів розв'язування практичних задач пошуку оптимальних шляхів із врахуванням наявних обмежень. Метою роботи є дослідження підходів до розв'язування типових задач пошуку оптимальних шляхів громадським транспортом з урахуванням розкладу. Для цього розглянуто підходи до подання розкладу руху громадського транспорту у вигляді графа для подальшого застосування розроблених методів пошуку оптимальних шляхів у графах.

Далі наведено огляд підходів до пошуку найкоротших шляхів у заданому графі з урахуванням інформації про розклад руху.

1. Загальна постановка задачі пошуку оптимального шляху громадським транспортом

Зазвичай для таких задач у заданій мережі відомі початковий пункт відправлення P_s та кінцевий P_t і необхідно знайти оптимальний шлях із P_s

в p_i . Причому, якщо для (статичних) мереж автомобільного транспорту поняття оптимальності є доволі прозорим (мінімізація часу подорожі), то для розгалужених мереж громадського транспорту критерій зазвичай включає кілька факторів. Маршрути для громадського транспорту повинні враховувати часові параметри, оскільки шуканий оптимальний шлях залежить від часу його реалізації.

Ключовою відмінністю мереж громадського транспорту від автомобільних є наявність залежності від часу, адже деякі сегменти мережі стають досяжними тільки у визначені моменти часу. Тому початковим завданням при розв'язуванні залежних від часу задач пошуку найкоротших шляхів є подання розкладу у графі задачі. Існують два основні підходи для подання розкладів у мережах – **time-expanded** (розширений за часом) і **time-dependent** (залежний від часу) [4, 5].

Розклад руху транспорту подається множиною *зупинок* (автобусні зупинки, залізничні платформи, аеропорти тощо), множиною *маршрутів слідування* (автобусні, трамвайні, залізничні маршрути тощо). Маршрут слідування – послідовність зупинок, які повинен відвідати транспортний засіб в конкретний час, являє собою множину елементарних сполучень. Елементарне *сполучення* визначається двома зупинками, між якими курсує транспортний засіб, а також часом відправлення і прибуття.

Розклад подамо п'ятіркою $\mathfrak{S} = (\Pi, S, T, \mathfrak{R}, F)$, де $\Pi \subset Z_{\geq 0}$ – період події (визначається як часовий інтервал протягом дня), $Z_{\geq 0}$ – множина цілих невід'ємних чисел, S – множина зупинок (автобусних, аеропортів, залізничних платформ), T – упорядкована множина елементарних сполучень (сегментів) маршруту слідування транспортного засобу, \mathfrak{R} – множина маршрутів слідування, F – множина додаткових переходів (трансферів або пересадок). Елементи $\tau \in \Pi$ називають моментами часу. Кожній зупинці p в маршруті t відповідає час прибуття $\tau_{arr}(t, p) \in \Pi$ і відправлення транспортних засобів $\tau_{dep}(t, p) \in \Pi$, $\tau_{arr}(t, p) \leq \tau_{dep}(t, p)$. Кожний трансфер містить дві зупинки p_1 і p_2 з відповідним заданим часом переходу $l(p_1, p_2)$. Кожній зупинці p відповідає мінімальний час посадки $\tau_{ch}(p)$ (наприклад, процедура посадки на рейс в межах аеропорту займає деякий час).

Елементарні сполучення. Із заданого розкладу \mathfrak{S} , як зазначалося, можна визначити множину елементарних сполучень C . Елементарні сполучення є найменшими елементами, на які можна декомпонувати розклад. Більш формально, елементарне сполучення $c \in C$ є кортежем $c = (t, p_{dep}, p_{arr}, \tau_{dep}, \tau_{arr})$, що позначає проїзд $t \in T$ із зупинки $p_{dep} \in S$ в час $\tau_{dep} \in \Pi$ до зупинки $p_{arr} \in S$ з прибуттям в час $\tau_{arr} \in \Pi$. Для спрощення, функція $x(c)$ визначає компонент x кортежу c (наприклад, $\tau_{dep}(c)$ позначає час відправлення сполучення c).

Маршрути. Результатом роботи алгоритмів пошуку оптимального шляху є множина маршрутів J . Маршрут – впорядкована послідовність

елементарних сполучень (сегментів) і пересадок у певній подорожі. Кожному сегменту послідовності відповідає пара зупинок – посадки і висадки. Маршрут з k сегментами має $k - 1$ трансферів. Маршрутам відповідають деякі критерії оптимальності. Вважатимемо, що маршрут J_1 домінує над J_2 в сенсі заданого критерію ефективності, якщо J_1 не гірший ніж J_2 , $J_1 \preceq J_2$.

На рис. 1 зображено приклад трьох маршрутів із зупинки p_s в p_t . Час відправлення $\tau = 9:00$. Надписи позначають час відправлення і прибуття між деякими сегментами маршрутів слідування. В наступних розділах наведено опис типових задач для подібних розкладів.



Рисунок 1 – Схема трьох маршрутів з зупинки p_s в p_t і часом відправлення $\tau = 9:00$

2. Типові задачі пошуку оптимального шляху громадським транспортом

Наведемо огляд деяких типових задач пошуку маршрутів із урахуванням розкладу громадського транспорту, базуючись на роботах [4, 6, 7].

2.1 Задача пошуку маршруту з найранішим часом прибуття (earliest arrival problem)

Дано розклад громадського транспорту, початковий пункт p_s і кінцевий пункт p_t , час відправлення τ . Необхідно знайти маршрут, який відправляється з пункту p_s не раніше τ і прибуває в p_t якомога раніше. Якщо замість моменту часу задано часовий інтервал, то необхідно знайти усі оптимальні шляхи з відправленням у межах заданого інтервалу. Така задача називається *range problem*. Окрім критерію тривалості маршруту, інколи важливим критерієм є загальна вартість проїзду. Таким чином, намагаються знаходити Паретівську множину маршрутів.

2.2. Задача пошуку маршруту з найменшим загальним часом подорожі і найранішим часом прибуття (tight earliest arrival problem)

На рис. 1 зображено три маршрути з відправленням з 9:00 з однаковим мінімальним часом прибуття в кінцевий пункт о 20:20. Проте на практиці маршрути не вважають рівноцінними, адже в деяких з них є значний час очікування між пересадками, що збільшує загальний час подорожі.

Якщо необхідно знайти маршрут з найранішим часом прибуття і мінімальним часом подорожі, то говорять про *tight earliest arrival problem* – задачу з «найщільнішим» маршрутом і найранішим прибуттям.

Дано розклад громадського транспорту, початковий пункт p_s і кінцевий пункт p_t , час відправлення τ . Необхідно знайти маршрут, який відправляється з p_s якомога пізніше, але не раніше τ , і прибуває в p_t якомога раніше. На рис. 1 найщільніший маршрут – відправитись о 18:45, продовжити подорож з пересадкою о 19:00, пересадкою о 20:00.

Якщо, окрім часу подорожі, необхідно враховувати інші критерії при визначенні оптимального шляху (кількість трансферів, вартість проїзду тощо), то говорять про багатокритеріальну задачу.

2.3. Задача пошуку маршруту в заданому періоді (range problem)

Як вхідні дані замість часу відправлення з початкового пункту задається часовий інтервал, в рамках якого розраховуються оптимальні маршрути. Дано розклад громадського транспорту, початковий пункт p_s і кінцевий пункт p_t , часовий інтервал подорожі $\Delta \subseteq \Pi$. Необхідно знайти маршрут, який відправляється з p_s не раніше τ і прибуває в p_t якомога раніше, тобто необхідно знайти множину оптимальних маршрутів, причому для кожного моменту відправлення $\tau \in \Delta$ існує маршрут $J_\tau \in J$ з відправленням з пункту p_s не раніше τ і прибуттям в p_t якомога раніше. Якщо період подорожі Δ співпадає з періодом розкладу, то говорять про **задачу профілювання (profile problem)**.

2.4. Обернені задачі

Для всіх викладених вище задач можна сформулювати обернені задачі. Наприклад, для задачі пошуку маршруту з найранішим часом прибуття оберненою є **задача з найпізнішим часом відправлення**. Дано розклад руху громадського транспорту, початковий пункт p_s і кінцевий пункт p_t , а також час прибуття τ . Необхідно знайти маршрут, який прибуває в p_t не пізніше τ , а відправляється з p_s якомога пізніше. Аналогічно можна сформулювати інші задачі.

3. Моделі подання графів для задач пошуку оптимальних шляхів на залізниці

Існує два основних підходи до подання розкладу у графі для розв'язування залежних від часу задач – розширений за часом граф (time-expanded) і залежний від часу граф (time-dependent). Ідея першого підходу полягає у створенні вершини для кожної події розкладу (подія – відправлення або прибуття транспорту); це призводить до графів великої розмірності.

У залежному від часу графі сегменти подорожі подаються однією дугою. Для деяких методів пошуку шляхів у графі на етапі будується модель із урахуванням зупинок – так звана модель зупинок (stop model).

3.1. Модель зупинок (Stop Model)

Найпростішою моделлю для подання розкладу є модель зупинок – відображення графа станцій або топологічне подання транспортної мережі. Будується граф $G = (V, A)$, V – множина вершин, A – множина дуг, де кожна вершина з множини V відповідає зупинці $p \in S$ з розкладу. Для спрощення, вважатимемо $p \in V$. В множину A додається дуга $(p_i p_j)$ з вершини p_i в p_j , якщо розклад містить елементарне сполучення з вершини p_i в p_j , тобто якщо існує елементарне сполучення $c \in C$, для якого $p_{dep}(c) = p_i$ і $p_{arr}(c) = p_j$. Вартість $l(p_i, p_j)$ дуги $(p_i p_j)$ – мінімальний час подорожі серед усіх елементарних сполучень з p_i в p_j , тобто:

$$l(p_i, p_j) = \min \{ \delta(\tau_{dep}(c), \tau_{arr}(c)) \mid c \in C \text{ і } p_{dep}(c) = p_i \text{ і } p_{arr}(c) = p_j \},$$

де $\delta(\tau_{dep}(c), \tau_{arr}(c))$ – тривалість руху елементарним сполученням.

Модель зупинок є дуже простою, але, на жаль, вона не враховує часову залежність розкладу. Вартість дуг визначається мінімальним часом подорожі між зупинками, тому знайдені у такому графі найкоротші шляхи є лише нижньою межею для реального часу подорожі. Описані залежні від часу задачі не можуть бути розв'язані з застосуванням моделі зупинок, але її використовують для етапів попередньої обробки з метою пришвидшення пошуку.

3.2. Розширена за часом модель (Time-Expanded Model)

Проста модель. Дано розклад \mathfrak{S} і множину елементарних сполучень C . Для кожного сполучення $c \in C$ будується пара вершин, з'єднаних дугою; $u_{dep}(c)$ і $u_{arr}(c)$ – пункти відправлення і прибуття сполучення c . Вершинам завжди неявно відповідають значення часу $\tau(u)$. В нашому випадку час у вершині відправлення $u_{dep}(c)$ задається часом відправлення відповідного сполучення $\tau_{dep}(c)$, а час у вершині прибуття $u_{arr}(c)$ задається величиною $\tau_{arr}(c)$. Аналогічно, кожній вершині може відповідати значення простою $p(u)$.

Між вершинами $u_{dep}(c)$ і $u_{arr}(c)$ додається дуга $(u_{dep}(c), u_{arr}(c))$. Для кожної зупинки $p \in S$ для врахування можливості здійснення пересадки (очікування) створюються додаткові дуги в порядку зростання часу. Тобто, дуга пересадки (u, v) (або очікування – *transfer arc*) існує між відповідними

вершинами тільки тоді, коли $p(u) = p(v)$, $\tau(u) \leq \tau(v)$ і не існує іншої вершини w , для якої $p(w) = p(u)$ і $\tau(u) < \tau(w) < \tau(v)$. Пересадочним дугам відповідають значення різниці часу інцидентних їм вершин, $l(u, v) = \delta(\tau(u), \tau(v))$. Якщо для деякої зупинки існує кілька сполучень з відправленням в один час, тоді вершини відправлення можна об'єднати в одну. Таким чином, розширений за часом граф G є ациклічним. В тому випадку, коли розклад є періодичним, для кожної зупинки додається дуга (u, v) з найпізнішої до найранішої вершини зупинки, дозволяючи переходи з одного періоду розкладу до іншого. Звичайно, в такому випадку граф стає циклічним.

Зазвичай така модель приводить до дуже великого, але розрідженого графу. На рис. 2 зображено просту розширену за часом мережу з однією зупинкою, чотирма сполученнями для трьох сегментів t_1, t_2, t_3 . Вершина з горизонтальною штриховкою є вершиною прибуття, а вершини з вертикальною штриховкою – відправлення. Вершини зображені в порядку зростання часу зверху донизу.

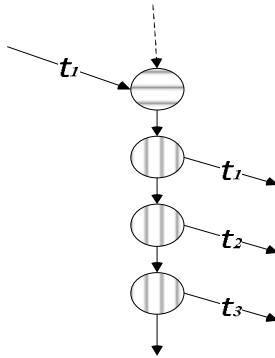


Рисунок 2 – Проста розширена за часом модель графу

Незважаючи на розмірність графу, така модель може застосовуватись для розв'язування задач пошуку оптимальних шляхів класичними методами для графів малих розмірностей.

Реалістична модель. На відміну від простої моделі, в моделі, яка в літературі отримала назву реалістичної моделі, враховується необхідність мінімального часу для пересадки на станціях. Для подання розкладу у вигляді графу використовуються три типи вершин: вершини відправлення $u_{dep}(c)$, прибуття $u_{arr}(c)$ та пересадки $u_{transfer}(c)$. Тобто для кожної події відправлення створюється одна пересадочна вершина $u_{transfer}(c)$, з'єднана з відповідною вершиною відправлення $u_{dep}(c)$ (зупинка, що відповідає вершині пересадки співпадає з зупинкою, що відповідає вершині відправлення $p(u_{transfer}(c)) = p_{dep}(c)$). Вага дуги, що відображує сполучення між пересадочною вершиною і вершиною відправлення, рівна нулю.

Для забезпечення мінімального часу пересадки на станціях створюються додаткові дуги між кожною парою вершин прибуття u_{dep} і вершиною першого можливого трансферу v , причому $\tau(u) + \tau_{transfer}(p) \leq \tau(v)$, де $\tau_{transfer}(p)$ – час пересадки.

Для забезпечення можливості залишатися в тому ж транспортному засобі (наприклад, потязі) на проміжних зупинках створюється додаткова дуга, яка з'єднує вершину прибуття і відповідну вершину відправлення, які відповідають маршруту одного потягу.

На рис. 3 подано реалістичну модель розширеного за часом графу. Він містить такі ж рейси і сполучення, як і на рис. 2. Вершини прибуття позначені горизонтальною штриховкою, вершини відправлення позначені вертикальною штриховкою, пересадочні вершини позначені діагональною штриховкою. Очевидно, що пересадка між t_1 і t_2 неможлива за критерієм мінімального часу пересадки (хоча продовження подорожі рейсом t_1 можливе). Таку ситуацію не можна подати графом простої моделі.

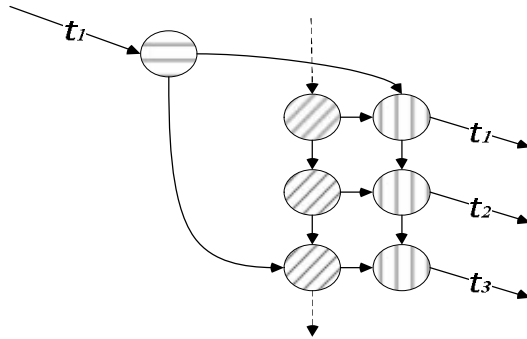


Рисунок 3 – Реалістична модель розширеного за часом графу

Основною перевагою розширеного за часом графу є його незалежність від часу, тобто дуги мають фіксовану вагу. Ця перевага робить можливим застосування класичних методів пошуку найкоротших шляхів.

3.3. Залежна від часу модель (Time-Dependent Model)

У даному підході граф містить по одній вершині на кожен зупинку. Якщо між зупинками є сполучення, то в графі між відповідними вершинами додається дуга. В якості вартості дуг використовуються залежні від часу функції тривалості подорожі (time-dependent travel time functions). Аналогічно попередній моделі, існують два варіанти – проста і реалістична. В реалістичній моделі береться до уваги час пересадок.

3.4. Залежні від часу функції тривалості подорожі (Travel Time Functions)

Ключова ідея залежної від часу моделі (time-dependent model) – побудова залежного від часу графу [8] шляхом комбінації кількох елементарних

сполучень в єдину дугу за допомогою *залежних від часу функцій тривалості (вартості) подорожі*. Вартість дуг, що відображають сполучення, залежить від часу запиту. На рис. 4 зображена функція тривалості подорожі: кожна точка відображує елементарне сполучення; лінійні сегменти (з нахилом -45° до горизонтальної осі) відображують не тільки час подорожі, а і час очікування до наступного відправлення. Введемо простір функцій Φ , який складається з функцій часу подорожей у вигляді: $f: \Pi \rightarrow Z_{\geq 0}$. Кожна функція $f \in \Phi$ переводить *час відправлення* у *час подорожі* (або вартість). Час відправлення обирається з інтервалу Π – період операції у розкладі, час подорожі може приймати довільні невід’ємні цілі числа (з огляду на прибуття після півночі).

Функції розкладу. Таким чином, кожне елементарне сполучення $c \in C$, якому відповідає функція f , створює точку сполучення $q_c = (\tau_{dep}(c), \delta(\tau_{dep}(c), \tau_{arr}(c)))$, причому оцінка f в час відправлення $\tau = \tau_{dep}(c)$ відповідає часу подорожі $f(\tau) = \delta(\tau_{dep}(c), \tau_{arr}(c))$. Для простоти час відправлення і час подорожі точки сполучення q позначимо $\tau_{dep}(q)$ і $\tau_{transfer}(q)$. Нехай P_f – множина точок сполучення функції f . Значення f між послідовними точками сполучення отримують шляхом інтерполяції через очікування. Нехай $\tau \in \Pi$ – довільний час відправлення і q – наступна точка сполучення, тобто точка сполучення з мінімальним $\delta(\tau, \tau_{dep}(q))$. Для визначення значення функції f в час τ застосовують формулу: $f(\tau) = \tau_{transfer}(q) + \delta(\tau, \tau_{dep}(q))$.

Зазначимо, що якщо точки сполучення функції f впорядковані за часом відправлення, оцінка f має трудомісткість $O(\log \|P_f\|)$ при бінарному пошуці та $O(\|P_f\|)$ – при простому лінійному пошуці.

Щоб моделі були коректними, функції часу подорожі повинні задовольняти принципу FIFO ("first in – first out") – "першим пройшов – першим обслуговується". В контексті точок сполучення це інтерпретується так: не повинно існувати жодних послідовних точок сполучень $q_1, q_2 \in P$, таких щоб виконувалась умова $\delta(\tau_{dep}(q_1), \tau_{dep}(q_1)) + \tau_{transit}(q_2) \leq \tau_{transit}(q_1)$. Іншими словами, пропуск q_1 і очікування в пункті q_2 не повинні зменшувати загальний час подорожі.

На рис. 4 зображено вісім точок сполучення. Крайня права точка сполучення порушує властивість FIFO і тому не включається в f .

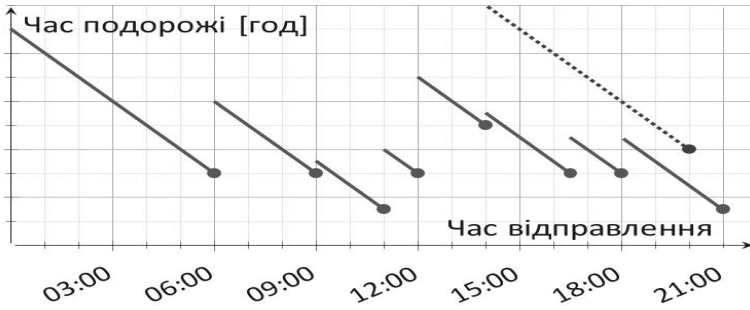


Рисунок 4 – Типова форма подання функції тривалості подорожі

Операцію з'єднання (link operation) двох функцій f_1 і f_2 можна ефективно реалізувати лінійним алгоритмом розгортання (linear sweep algorithm). Для кожної точки сполучення q_1 з f_1 шукається така точка сполучення q_2 з f_2 , щоб мінімізувати $\hat{d} = \delta(\tau_{dep}(q_1) + \tau_{tra}(q_1), \tau_{dep}(q_2))$, і додається точка сполучення $q = (\tau_{dep}(q_1), \hat{d} + \tau_{tra}(q_2))$. Якщо не існує належної q_2 , то додаткова точка сполучення не створюється. Також не додаються точки сполучення, які порушують властивість FIFO.

Операція злиття (merge operation) двох функцій f_1 і f_2 може бути реалізована лінійним пошуком. Результуюча функція базується на об'єднанні $P_{f_1} \cup P_{f_2}$ кожної точки сполучення функцій, окрім тих, що порушують властивості FIFO.

Проста модель. Розглянемо просту залежну від часу модель мережі. Дано розклад \mathfrak{S} і відповідна множина елементарних сполучень C . Модель використовує направлений граф $G = (V, A)$, в якому кожна вершина $u_p \in V$ відповідає зупинці $p \in S$. До множини A додаються дуги (p_1, p_2) тільки в тому випадку, якщо існує елементарне сполучення з p_1 в p_2 , тобто $p_{dep}(c) = p_1$ і $p_{arr}(c) = p_2$. Вартості дуг визначаються в термінах функцій часу подорожі, тобто $l: A \rightarrow F$. Отже, кожна дуга $(p_1, p_2) \in A$ містить саме ті точки сполучення, які відповідають елементарним сполученням з p_1 в p_2 . Точки сполучення, які порушують FIFO властивість, можуть бути відкинуті або розташовані на окремій паралельній дузі. На рис. 5 зображена проста модель графу, залежного від часу з трьома зупинками p_1, p_2, p_3 , а також рейсами r_1, r_2, r_3 .

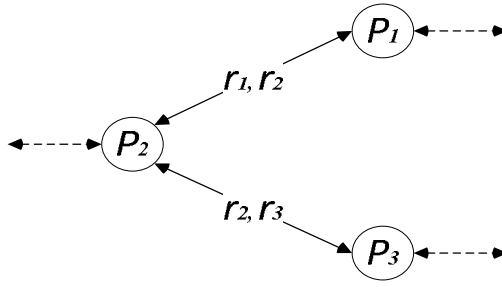


Рисунок 5 – Проста залежна від часу модель

Реалістична модель. Замість створення єдиної вершини для кожної зупинки, в такій моделі створюються декілька. Модель ґрунтується на тому судженні, що пересадки на одному і тому ж рейсі не бувають оптимальними. Таким чином, модель групує елементарні сполучення по рейсу. Нехай \mathfrak{R}_p – множина маршрутів, що проходять через зупинку $p \in S$. В моделі створюються вершини зупинок $p \in V$ (як і раніше), але додатково створюються вершини маршрутів r_p для кожної вершини маршруту з \mathfrak{R}_p .

Для кожного маршруту (рейсу) $r \in \mathfrak{R}$ і двох послідовних задіяних по маршруту зупинок $p_i, p_j \in S$ створюється залежна від часу дуга маршруту $(r_{p_i}, r_{p_j}) \in A$. Залежна від часу функція часу подорожі по створеній дузі містить точку сполучення, причому для кожного її елементарного сполучення $c \in C$ виконуються умови $p_{dep}(c) = p_i$, $p_{arr}(c) = p_j$, $r(c) = r$. Аналогічно до попередніх моделей, не-FIFO точки сполучення відхиляються або розміщуються на окремих паралельних дугах. Для відображення пересадок між різними маршрутами додаються дуги пересадок, які поєднують вершини зупинок і усі відповідні вершини маршруту. Отже, додаються дуги (p, r_p) і (r_p, p) з постійним значенням вартості для кожної зупинки $r_p \in \mathfrak{R}_p$. Модель враховує мінімальний час пересадки, при цьому встановлюється $l(p, r_p) = \tau_{ch}(p)$ для усіх дуг, що ведуть з вершини зупинки до вершин маршруту, де $\tau_{ch}(p)$ – мінімальний час пересадки на зупинці p . Відповідно, $l(r_p, p) = 0$ для усіх дуг, що ведуть з вершин маршруту до вершини зупинки.

На рис. 6 зображена реалістична залежна від часу модель графу. Вершини маршруту позначені кружечками і ромбами, числа над стрілками показують час пересадки на інший маршрут.

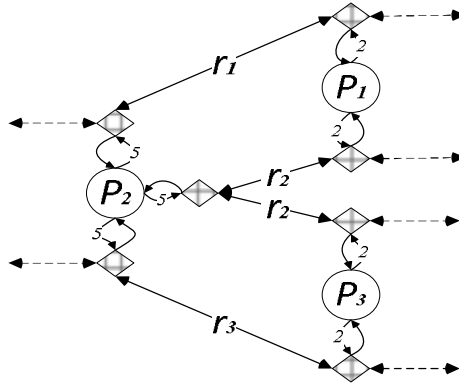


Рисунок 6 – Реалістична модель

3.5. Модель розфарбування (Coloring Model)

Реалістична залежна від часу модель застосовується для гарантії того, що кінцевий маршрут не матиме некоректних пересадок в рамках одного рейсу. Проте таку поведінку можна забезпечити, ввівши поняття конфліктуючих сегментів. Нехай є два елементарні сегменти t_1 і t_2 , які відносяться до зупинки p . Нехай $\tau_{arr}(t_1, p)$ – час прибуття на зупинку p транспортом із сегменту t_1 , $\tau_{dep}(t_2, p)$ – час прибуття на зупинку p транспортом із сегменту t_2 . Ці сегменти є *конфліктуючими* в тому і тільки тому випадку, коли t_2 прибуває після відправлення t_1 або часовий резерв для пересадки менший необхідного. Формально, t_1 і t_2 є конфліктуючими тоді і тільки тоді, коли виконуються нерівності $\tau_{dep}(t_2, p) \geq \tau_{arr}(t_1, p)$ і $\tau_{arr}(t_1, p) + \tau_{ch}(p) \geq \tau_{dep}(t_2, p)$. В такому випадку об'єднання t_1 і t_2 в одній вершині маршруту призведе до появи некоректного маршруту, чого потрібно уникати.

В результаті перевірки конфліктності всіх пар сегментів подорожі, які відповідають зупинці p , створюється ненаправлений граф конфліктів $G^*(p) = (V^*(p), A^*(p))$. Множина вершин $V^*(p) \subseteq T$ містить саме ті сегменти $t \in T$, які відповідають зупинці p . Дві пари вершин $t_i, t_j \in V^*(p)$ поєднуються дугою $\{t_i, t_j\} \in A^*(p)$ тільки тоді, коли t_i і t_j є конфліктуючими.

Розфарбування вершин графу $G^*(p)$ (тобто кожній вершині надається деякий колір), в якому у жодних двох суміжних вершин не співпадає колір, породжує набір вершин зупинки p в моделі графу G . Нехай K – мінімальна кількість унікальних кольорів, використаних для розфарбування $G^*(p)$, тоді для кожного кольору $k = 1, \dots, K$ створюється вершина u в графі

G і до неї додаються ті сегменти, що мають присвоєний колір k в $G^*(p)$. Приклад графу конфліктів і породженого ним підграфу залежної від часу моделі наведено на рис. 7.

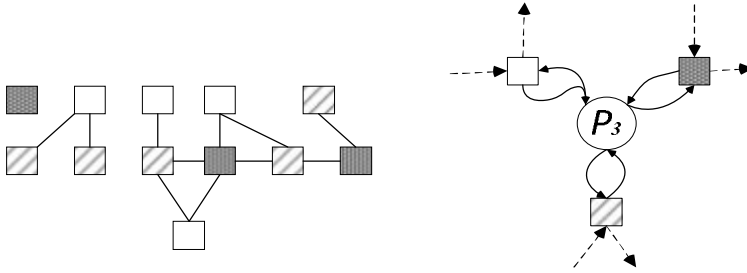


Рисунок 7 – Граф конфліктів (зліва), модель результуючого графу (справа)

4. Моделі подання графів в задачах пошуку оптимальних шляхів авіаперельотів

4.1. Вхідні дані

Подання розкладів для авіамерж подібне мережам залізничних шляхів – в обох випадках використовується періодичний графік руху транспорту, а оптимальні сполучення залежать від часу відправлення. Однак застосування розглянутих в попередньому розділі моделей для авіамерж призводить до побудови надлишково великих графів. На відміну від залізничних мереж, авіамержі сполучення (маршрути) між аеропортами є елементарними, тобто літаки не мають проміжних зупинок в інших аеропортах. Тому було доцільним розробити специфічні моделі для авіа мереж [9].

Авіарозклад подається вектором $\mathfrak{S} = (\Pi, S, C, \mathfrak{R}, \zeta)$, де $\Pi \subset Z_{\geq 0}$ – часовий період, S – множина аеропортів, C – множина елементарних сполучень (сегментів, рейсів) між аеропортами, \mathfrak{R} – множина маршрутів, $\zeta : S \rightarrow Z$ – функція співставлення часового поясу для кожного аеропорту. Елементарне сполучення $c \in C$ – вектор $c = (r, p_{dep}, p_{arr}, \tau_{dep}, \tau_{arr})$, тобто літак маршруту $r \in \mathfrak{R}$ відправляється з аеропорту $p_{dep} \in S$ в час τ_{dep} і прибуває в аеропорт $p_{arr} \in S$ в час τ_{arr} . Час τ_{dep} і τ_{arr} повинні відповідати часовим поясам аеропортів $p_{dep} \in S$ і $p_{arr} \in S$.

Часто маршрут і елементарне сполучення (рейс) є еквівалентними, проте в деяких випадках існують рейси з пересадками. Вони відрізняються від послідовності незалежних рейсів тим, що пасажирам необхідно перейти в інший літак, а перевірки безпеки і вихід з аеропорту зазвичай не передбачуються. Довжина авіамаршрутів є значно меншою, ніж для залізничних напрямів.

Недоліки застосування моделей залізничного транспорту до авіамерж. Якщо застосовувати реалістичну залежну від часу модель залізничних мереж для подання авіамержі, то для кожного елементарного

сполучення необхідно додати дві вершини маршруту при побудові дуги між вершинами аеропортів.

Окрім того, на відміну від залізничних мереж з відносно невеликою кількістю суміжних станцій для кожної зупинки (рис. 1), для авіамереж характерна велика кількість суміжних аеропортів. Таким чином, для подання кожного аеропорту в граф додаються надлишкові вершини маршруту.

Відмінність умов реалістичних моделей. Реалістичні події, що враховуються для залізниць на станціях, не відповідають реалістичним подіям в аеропортах. Наприклад, в аеропортах, окрім часу трансферу, необхідно враховувати реєстрацію і перевірки безпеки перед відправленням, перевірки документів після прибуття, отримання багажу тощо.

Часові функції авіамереж. Розглянемо часові функції, що відповідають реалістичним подіям авіамереж:

$\tau_{ci} : S \rightarrow R_{\geq 0}$ – необхідний час на чекін (всі обов’язкові процедури з моменту прибуття в аеропорт до моменту відправлення літака – перевірки документів, посадка на борт тощо);

$\tau_{co} : S \rightarrow R_{\geq 0}$ – необхідний час на чекаут (всі обов’язкові процедури з моменту посадки літака);

$\tau_{transfer} : S \rightarrow R_{\geq 0}$ – необхідний час на трансфер в разі пересадки на інший літак,

де $R_{\geq 0}$ – множина дійсних невід’ємних чисел.

4.2 Реалістична модель авіамереж зі сталим часом специфічних процедур

Для подання кожного аеропорту $p \in S$ в граф додається одна термінальна вершина, а для кожної термінальної вершини додається вершина прибуття і відправлення. Таким чином, кількість додаткових вершин зменшується порівняно із застосуванням попередніх моделей. Також для кожного аеропорту $p \in S$ додаються три дуги: *дуга чекіну* з вагою $\tau_{ci}(p)$ між термінальною вершиною і вершиною відправлення, *дуга чекауту* з вагою $\tau_{co}(p)$ між вершиною прибуття і термінальною вершиною, *дуга трансферу* з вагою $\tau_{transfer}(p)$ між вершинами прибуття і відправлення. Власне, для кожного рейсу додається *дуга перельоту* із залежною від часу вагою $l(c)$ з вершини відправлення p_{dep} до вершини прибуття p_{arr} .

Приклад моделі наведено на рис. 8. Термінальні вершини позначені більшими кружечками (щільна штриховка), вершини відправлення мають вхідну дугу з термінальної вершини (вертикальна штриховка), вершини прибуття мають вихідну дугу до термінальної вершини (горизонтальна штриховка). Дуги зі сталою вагою позначені тонкими лініями, а із залежною від часу (дуги перельотів) – товстими лініями.

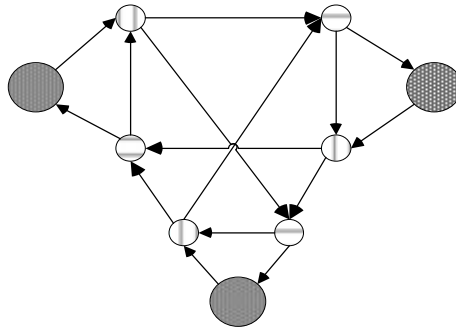


Рисунок 8 – Модель авіамережі зі сталим часом для процедур чекіну, чекауту, трансферу

4.3 Реалістична модель авіамереж із врахуванням класу рейсів

В попередній моделі вважається, що час чекіну, чекауту і трансферу для всіх рейсів однаковий. Насправді для різних авіакомпаній і типу рейсів (регіональні або міжнародні) час деяких процедур суттєво відрізняється. Для врахування цього факту введемо поняття класу рейсу. Множину класів рейсів позначимо Θ . Тоді $\tau_{ci} : S \times \Theta \rightarrow R_{\geq 0}$, $\tau_{co} : S \times \Theta \rightarrow R_{\geq 0}$, $\tau_{transfer} : S \times \Theta \times \Theta \rightarrow R_{\geq 0}$.

Для кожної термінальної вершини додаються $\|\Theta\|$ пар вершин прибуття і відправлення з міткою класу (рис. 9). Якщо деякому класу не відповідає жоден рейс, тоді відповідні вершини і дуги можна відкинути. Таким чином, дуги між вершинами прибуття, відправлення і термінальними вершинами матимуть різні вартості в залежності від класу.

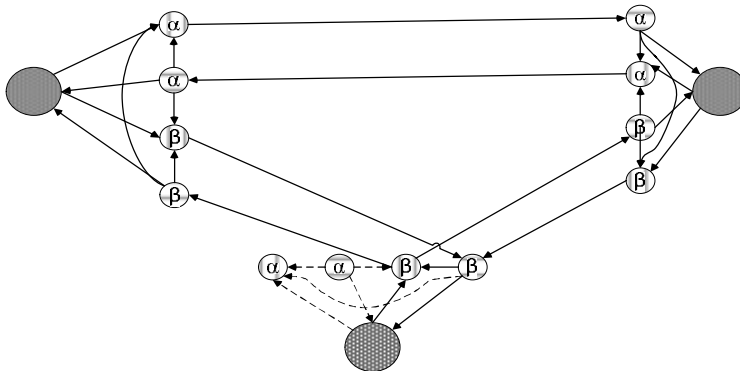


Рисунок 9 – Модель авіамережі з трьома аеропортами, двома класами α і β

Висновки

Розглянуто моделі для подання мереж громадського транспорту на прикладі залізничних доріг і авіаліній у вигляді графів з можливістю подальшого застосування класичних методів розв’язування. Описані приклади реальних систем пошуку оптимальних шляхів для залізниць та поширені задачі, які розв’язують для мереж громадського транспорту. Розглянуті прості та

реалістичні моделі подання графів для мереж громадського транспорту і авіаліній. Очевидно, що при введенні деяких умов, які виникають у тих чи інших застосуваннях, графові моделі і підходи до розв'язування задач можуть суттєво змінюватись. Зазвичай при побудові реалістичних моделей з додатковими умовами постає проблема надлишковості і надто великих розмірностей графів, що не дозволяють розв'язувати такі задачі класичними методами.

Метою подальших досліджень є розробка моделі подання розкладу для розв'язання залежної від часу задачі пошуку оптимального маршруту між заданими пунктами з додатковими умовами на мережі авіасполучень певного регіону [10]. Модель має враховувати розклад, бажаність простою у деяких проміжних пунктах для економії коштів або туристичного огляду міста, небажаність відвідування деяких проміжних пунктів тощо.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Schulz F. Timetable Information and Shortest Paths [Text]: Dissertation. Doktors der Naturwissenschaften / Frank Schulz. – 2005. – 136 p.
2. HAFAS - die perfekte Verbindung zum Kunden. [Електронний ресурс]: [Веб-сайт]. – Електронні дані. – Hannover, Germany. – Режим доступу: <http://www.hacon.de/hafas> (дата звернення 18.03.2016) – Назва з екрана.
3. EFA - The Electronic Journey Planner. [Електронний ресурс]: [Веб-сайт]. – Електронні дані. – Munich, Germany. – Режим доступу: <https://www.mentz.net/en/verkehrsuskunft/efa-journey-planner/> (дата звернення 18.03.2016) – Назва з екрана.
4. Pajor T. Algorithm Engineering for Realistic Journey Planning in Transportation Networks [Text]: Dissertation. Doktors der Naturwissenschaften / Thomas Pajor. – Potsdam, 2013. – 266 p.
5. Павленко А. Розв'язання залежних від часу задач пошуку найкоротшого шляху. / Павленко А.І. // Журнал обчислювальної та прикладної математики. – 2015. – № 1(118). – С. 24-37.
6. Schulz F. Using multi-level graphs for timetable information in railway systems / F. Schulz, D. Wagner, C. Zaroliagis / Proceedings of the 4th Workshop on Algorithm Engineering and Experiments (ALENEX'02). Lecture Notes in Computer Science, Springer. – 2002. – Vol. 2409. – P. 43–59.
7. Muller-Hannemann M. Timetable information: Models and algorithms. / M. Muller-Hannemann, F. Schulz, D. Wagner, C. Zaroliagis / Algorithmic Methods for Railway Optimization. Lecture Notes in Computer Science, Springer. – 2007. – Vol. 4359. – P. 67–90.
8. Brodal G. Time-dependent networks as models to achieve fast exact time-table queries. / G. Brodal, R. Jacob. – Proceedings of the 3rd Workshop on Algorithmic Methods and Models for Optimization of Railways (ATMOS'03), Electronic Notes in Theoretical Computer Science. – 2004. – Vol. 92. – P. 3–15.
9. Delling D., Pajor T., Wagner D., Zaroliagis C. Efficient route planning in flight networks / Proceedings of the 9th Workshop on Algorithmic Approaches for Transportation Modeling, Optimization, and Systems (ATMOS'09), OpenAccess Series in Informatics (OASISs). – 2009. – 17 p.
10. Гуляницький Л.Ф. Динамічна задача пошуку найкоротшого шляху з додатковими умовами для задачі побудови маршруту авіапелерельотів. / Гуляницький Л.Ф., Павленко А.І. // Математичне моделювання в економіці. – 2015. – № 2 (3). – С. 39–50.

Стаття надійшла до редакції 30.11.16.

УДК 532.526

І.М. ГОРБАНЬ, О.Г. ЛЕБІДЬ

МОДЕЛЮВАННЯ В'ЯЗКОЇ ТЕЧІЇ ЗА НАХИЛЕНИМ АЕРОДИНАМІЧНИМ ПРОФІЛЕМ ПРИ НИЗЬКИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

***Анотація.** Узагальнений вихровий метод, в якому рівняння динаміки рідини Нав'є-Стокса розв'язуються в змінних “завихореність-швидкість”, розвинуто для моделювання в'язкої течії за аеродинамічним профілем. Виконані розрахунки динамічних характеристик симетричних профілів НАСА різної товщини при $Re = 500$ в широкому діапазоні кутів атаки – від 0 до 60 градусів. Отримано, що при збільшенні кута атаки режим потоку в сліді профілю змінюється від стаціонарного до багатоперіодичного, що істотно впливає на динамічні характеристики системи. Показано, що тонший профіль має кращі аеродинамічні властивості, але вплив товщини є істотним лише в стаціонарному режимі.*

***Ключові слова:** в'язка течія, аеродинамічний профіль, кут атаки, число Рейнольдса, підймальна сила, сила опору.*

Вступ

Інтерес до аеродинаміки низьких швидкостей виник у зв'язку з розвитком малої авіації, особливо безпілотних літальних апаратів (БЛА). На початку 2000-х років такі апарати функціонували при числах Рейнольдса (Re) $O(10^4)$ [1]. Удосконалення обладнання для сканування, обробки та передачі інформації призвело до істотного зменшення розмірів БЛА, а відповідно, і чисел Рейнольдса, що характеризують їхній політ [2]. Крім того, що безпілотні літальні апарати мають відносно невеликі швидкості, при виконанні маневрів, особливо при посадці, вони рухаються на дуже великих кутах атаки, що супроводжується різкими змінами гідродинамічних навантажень, зокрема, падінням під'ємної сили. Тому, дослідження таких режимів польоту є вкрай важливими для подальшого вдосконалення технології БЛА. Інтерес до цієї проблеми викликаний також створенням вітроенергетичних установок з горизонтальними роторами у формі аеродинамічних профілів. Ці системи експлуатуються при значних нестационарних навантаженнях, зумовлених змінами напрямку і сили вітру. Тому, для попередження нештатних ситуацій на таких установках необхідні оцінки структури течії навколо крила і діючих на нього гідродинамічних сил в широкому діапазоні кутів атаки.

Очевидно, що аеродинаміка польоту при низьких числах Рейнольдса істотно відрізняється від режимів, на яких функціонують традиційні повітряні судна. Це зумовлено, в першу чергу, домінуванням в'язких ефектів навколо крила, таких як відрив граничного шару та інтенсивна вихрова взаємодія. Наслідком цих явищ є істотне підвищення опору крила, через що значно падає ефективність експлуатації крилової системи.

Розвиток технологій, що використовують крила на невеликих швидкостях і в широкому діапазоні кутів атаки, стимулював наукові дослідження щодо проблем нестационарної гідродинаміки крила при малих числах Рейнольдса. В більшості з них розглядаються біомеханічні аналогії крила, тобто, гнучкі або хлопаючі конфігурації [3–5]. Виявлено, зокрема, що при закритичних кутах атаки птахи і комахи досягають додаткової під'ємної сили завдяки генерації стійкої циркуляційної зони (leading vortex) в передній частині крила. Отримані результати дозволили підвищити ефективність експлуатації крилових профілів при нестационарних режимах обтікання.

Обтікання жорстких крил при низьких числах Рейнольдса досліджувалося, головним чином, на прикладі тонкої пластинки. В роботі [6] чисельно отримані картини вихрової течії і динамічні характеристики пластини в широкому діапазоні кутів атаки α (до 60°) при числах Рейнольдса 300 та 500, де Re розраховано по швидкості незбуреного потоку і довжині пластини. Показано, що динаміка потоку навколо пластини істотно залежить від її відносного подовження (aspect ratio – AR). Тривимірні ефекти проявляються в тому, що вихори, які генеруються в передній кромці, відриваючись, взаємодіють з кінцевими вихорами, послаблюючи таким чином вплив нестационарності. Як результат, найбільші навантаження мають місце при великих AR , коли течія навколо пластини є близькою до двовимірної.

Фундаментальні особливості течії за нахилою пластинною при $Re \in [100, 850]$, $\alpha \in [0^\circ, 45^\circ]$ проаналізовані чисельно в роботі [7]. Показано, що в залежності від співвідношення кута атаки і числа Рейнольдса реалізуються різні режими обтікання – від стаціонарного до хаотичного, перехід між якими здійснюється через біфуркацію Хопфа і сценарій подвоєння періоду. У [8] задача про обтікання тонкої пластинки під кутом атаки розглянута у двох постановках – коли нахилені або пластинка, або потік. Розраховувалися структура течії, число Струхалія, що відповідає доріжці Кармана, та коефіцієнти діючих на пластину сил при $Re = 750$ і $\alpha = 30^\circ$. Головний висновок дослідження полягає в тому, що з точки зору аеродинамічного аналізу розглянуті постановки є ідентичними.

Розрахунки аеродинамічних характеристик профілю $NACA0012$ виконані в роботах [9, 10]. Вони застосовують підхід енергетичної течії (метод Больцмана), який ґрунтується на кінетичній теорії рідини. Одержаний при $Re = 500$, $\alpha = 0^\circ$ коефіцієнт сили опору $C_D = 0.1762$, за інформацією авторів, добре узгоджується з результатами прямого чисельного інтегрування рівнянь Нав'є-Стокса.

В роботі [11] проведене чисельне моделювання двовимірної в'язкої течії і аеродинамічних характеристик крил різної конфігурації при $10^3 \leq Re \leq 10^4$. Досліджувалися крила різної товщини, з різною конфігурацією задньої кромки та з внутрішніми камерами при кутах атаки від 0° до 10° . Головний висновок дослідження полягає в тому, що домінуючим фактором у такому потоці є в'язкість, яка зумовлює стрімке підвищення опору крила. В той же час, існують режими, коли підймальна сила крила при зменшенні числа Рейнольдса збільшується, що відбувається завдяки утворенню області розрідження на боці крила з низьким тиском. Через це якість крила, яка виражається відношенням підймальної сили до сили опору, залишається

незмінною. Цей ефект може підсилюватися вибором оптимальної геометричної конфігурації крила, зокрема, наявність камери має тут такий же позитивний вплив на аеродинаміку крила, як і при великих числах Рейнольдса.

Експериментальні дослідження даної проблеми обмежені аеродинамічними режимами (при $\alpha < 15^\circ$) і числами Рейнольдса в діапазоні від 10^3 до 10^5 . В роботі [12] головна увага приділена вивченню циркуляційної зони, яка генерується в носовій частині крила внаслідок відриву пограничного шару. Досліджено динаміку цього відривного пузиря, а також його вплив на характеристики крила при різних числах Рейнольдса. Знайдені кути атаки, при яких, подібно до польоту птахів, спостерігається істотне збільшення під'ємної сили крила. Між тим, показано, що при $Re = 1.3 \cdot 10^5$ на малих кутах атаки відрив пограничного шару може виникнути як на верхньому, так і на нижньому боці крила, через що під'ємна сила різко зменшується, аж до від'ємних значень.

Систематичні дослідження крил різної конфігурації та товщини при $Re = 4 \cdot 10^3$ виконані в [13, 14]. Виявлено, що тонші крила мають кращі динамічні характеристики, але через меншу жорсткість вони не можуть підтримувати довго сприятливий розподіл тиску. Показано, що за аналогією з крилами комах, для усунення цього недоліку можна застосовувати рифлення поверхні крила.

Одним з головних висновків наведених досліджень є те, що течія навколо крила і його аеродинамічні характеристики при числах Рейнольдса, менших за 10^6 , істотно залежать від цього параметра. Тому, для успішного функціонування малих літальних апаратів та інших технічних пристроїв, що використовують крила, необхідне додаткове вивчення особливостей аеродинамічних течій у вказаному діапазоні чисел Рейнольдса.

В цій роботі виконане чисельне моделювання в'язкої двовимірної течії навколо аеродинамічних профілів на основі вихрового методу, в якому рівняння динаміки рідини Нав'є-Стокса розв'язуються в змінних "завихореність-швидкість". Вихрові чисельні схеми розвинені і успішно використовуються для розрахунку багатьох типів течій, які мають місце в технічних застосуваннях і фундаментальних наукових дослідженнях [15–17]. Починаючи з 70-х років минулого століття, багато аеродинамічних проблем були успішно розв'язані за допомогою методу дискретних вихорів, який ґрунтується на моделі ідеальної рідини. Одержані розв'язки описують відривні течії з дуже великими числами Рейнольдса, коли вплив в'язкості є незначним і ним можна знехтувати. В цій постановці тіло, що обтікається, моделюється тонким вихровим шаром, а точки, де завихореність сходиться у слід, є фіксованими і розташовуються в гострих крайках границі. Теоретичне обґрунтування цього підходу можна знайти в роботах [18, 19], а застосування до моделювання течії навколо елементів конструкцій літальних апаратів представлено в [20].

З розвитком обчислювальної техніки з'явилися вихрові схеми, які враховують в'язкість рідини: метод випадкових блукань Чоріна [21], метод "вихор в комірці" [22], метод дифузійної швидкості [23] та інші. Спочатку ці алгоритми розвивалися як швидка версія чисельних схем для розв'язання рівнянь Нав'є-Стокса. Вони дозволяли отримати загальну картину течії, у той

час, як точністю розрахунків нехтувалося. Удосконалення вихрових схем протягом останніх десятиріч, що включало акуратне інтегрування рівняння дифузії завихореності, точне виконання умови прилипання на твердих границях у відповідності до гіпотези Лайтхілла про потік завихореності з усієї поверхні тіла, що обтікається, а також активний контроль за точністю розрахунків, призвело до істотного підвищення їхньої роздільної здатності [16, 24]. Як результат, останні версії вихрового методу істотно наблизилися за точністю до недисипативних кінцево-різницевих схем високого порядку, особливо, що стосується ідентифікації явищ великого та середнього масштабів.

Перевагою вихрових методів перед іншими схемами є відсутність в рівняннях тиску, що дозволяє уникнути розв'язання складної проблеми про вибір граничних умов на твердих границях; адаптивність, оскільки розглядаються лише локальні області потоку, зайняті завихореністю; можливість прямої фізичної інтерпретації результатів чисельного моделювання; внутрішня здатність алгоритму до розпаралелювання.

Розрахунки, виконані в цьому дослідженні, ґрунтуються на вихровій чисельній схемі, представлений в [25]. Вона належить до лагранжево-ейлерівських моделей, які, разом з дискретизацією поля завихореності вихровими частинками, використовують сітку, що накладається на область течії для обчислення диференціальних операторів, які описують в'язку дифузії і конвективний перенос завихореності. Як і в нев'язких вихрових алгоритмах, генерація завихореності в гострих крайках границі розраховується тут з використанням теореми Кутта-Жуковського. Механізм для моделювання відриву на рівних ділянках поверхні передбачає виконання граничної умови прилипання і може бути реалізований через умови Дірихле або Неймана. В першому випадку на стінці задається значення завихореності, а в другому – її потік у нормальному напрямку [26]. Враховуючи специфіку проблеми, тут застосований другий підхід, який дозволяє акуратно врахувати кривизну поверхні, що розглядається.

В роботі виконане моделювання двовимірної в'язкої течії навколо симетричних профілів НАСА різної товщини при $Re = 500$, де Re розраховується за швидкістю незбуреної течії і хордою крила. В цьому разі течія навколо крила ще є ламінарною, але, в той же час, мають місце нестационарні ефекти в сліді, зумовлені відривом потоку в лобовій частині крила. Апробація розвиненого алгоритму включає порівняння отриманих результатів з чисельними даними, отриманими на основі схем високого порядку.

Визначені фундаментальні особливості вихрової течії, яка генерується за профілем в широкому діапазоні кутів атаки (AoA): від 0° до 60° . Показано, що при збільшенні AoA характер течії в сліді крила змінюється від стаціонарного до багатоперіодичного, переходячи через біфуркацію Хопфа і біфуркацію подвоєння періоду. Розрахунки аеродинамічних характеристик профілів, які відповідають цим режимам, свідчать про те, що найвище відношення підйімальної сили до сили опору досягається при стаціонарному обтіканні. При збільшенні кута атаки якість крила падає аж до значень, менших за одиницю, що зумовлене істотним зростанням опору форми. Аналіз полів тиску в області навколо крила показує, що генерація підйімальної сили в системі зумовлена динамікою вихрового сліду. Як і для великих чисел

Рейнольдса, на аеродинамічних режимах ($AoA \leq 15^\circ$) підймальна сила забезпечується відривом потоку у задній кромці. Зростання кута атаки крила призводить до розвитку нестационарності у його сліді, що, у свою чергу, викликає коливання підймальної сили і зміну механізму її генерації. При $AoA > 20^\circ$, підймальна сила залежить, головним чином, від інтенсивності циркуляційної зони, що утворюється через відрив потоку в носовій частині крила. З порівняння аеродинамічних характеристик профілів різної товщини випливає, що тонші крила мають кращу якість, але обтікання товстіших профілів є більш регулярним. В цілому отримані результати свідчать про те, що функціонування крилових систем при малих числах Рейнольдса істотно відрізняється від традиційних аеродинамічних режимів, що зумовлене домінуванням у потоці в'язких ефектів.

1. Постановка задачі і метод розрахунку

1.1. Математична модель

Розглядається двовимірна течія в'язкої нестисливої рідини швидкості V_0 навколо аеродинамічного профілю з хордою d (рис. 1). Головними параметрами, які визначають функціонування цієї системи, є кут нахилу профілю α до потоку, що набігає, та число Рейнольдса $Re = V_0 d / \nu$, де ν – кінематична в'язкість рідини. Динаміка рідини навколо профілю повністю описується рівняннями нерозривності та Нав'є-Стокса:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad \mathbf{r} \in S, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{V} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{V}, \quad \mathbf{r} \in S, \quad (2)$$

де S – область течії, $\mathbf{r} = \mathbf{r}(x, y)$ – радіус-вектор точок площини, $\mathbf{V}(u, v)$ – безрозмірне поле швидкості, p – безрозмірний тиск, t – масштаб часу. Характерним лінійним параметром задачі є довжина хорди профілю d , швидкості віднесені до V_0 , час масштабований по d/V_0 .

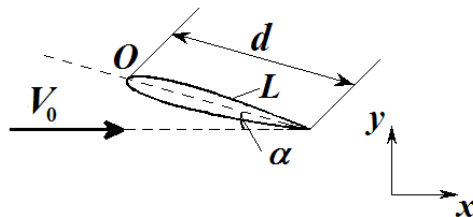


Рисунок 1 – Схема течії

Зазначимо, що використання моделі нестисливого середовища для розрахунку зовнішніх течій реальних рідин та газів при малих дозвукових швидкостях, які відповідають числам Маха, меншим за 0.3, є цілком виправданим і не вносить істотної похибки у розрахунок [27].

На границі тіла повинна виконуватися умова прилипання потоку до поверхні, яка виражається як сукупність умов непротікання:

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}) = 0 \quad \text{при } \mathbf{r} \in L \quad (3)$$

та ковзання:

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}) \cdot \boldsymbol{\tau}(\mathbf{r}) = 0 \quad \text{при } \mathbf{r} \in L, \quad (4)$$

де L – контур профілю, $\mathbf{n}, \boldsymbol{\tau}$ – одиничні нормаль та дотична до L відповідно.

На нескінченному віддаленні від тіла і його сліду усі збурення затухають, тобто, виконується:

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}, t) \rightarrow V_0, \quad p(\mathbf{r}, t) \rightarrow p_\infty \quad \text{при } |\mathbf{r}| \rightarrow \infty. \quad (5)$$

Вихровий метод, що застосовується для розв’язання задачі (1)–(5), використовує модель руху рідини в змінних “завихореність-швидкість”. Вона ґрунтується на рівнянні переносу завихореності, яке впливає з рівняння моментів (2) при застосуванні до кожного з його членів операції *rotor*, і має наступний вигляд:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \omega = \frac{1}{Re} \Delta \omega, \quad (6)$$

де $\omega = \mathbf{k} \cdot \nabla \times \mathbf{V}$ – завихореність, \mathbf{k} – орт нормалі у вертикальному напрямку.

Таким чином, замість системи рівнянь Нав’є-Стокса (1)–(2), де невідомими є складові вектора швидкості \mathbf{V} і тиск p , маємо тепер еволюційне рівняння відносно скалярного поля завихореності ω . Це значно спрощує процес моделювання, оскільки дозволяє уникнути складної проблеми про вибір граничних умов для тиску на твердих границях.

Для рівняння (6) виконується аналог теореми Томсона для в’язкого середовища щодо постійності циркуляції по замкненому контуру [28]. Це означає, що нова завихореність утворюється лише на границі області течії, в даному випадку – на контурі L заданого профілю. Таким чином, у плоскому випадку моделювання течії в’язкої нестисливої рідини зводиться до розрахунку процесів генерації завихореності на тілі та еволюції завихореності, що вже існує в області.

Зв’язок між змінними завихореності та швидкості, якими описується тепер поле течії, забезпечують рівняння Пуассона [26]:

$$\nabla^2 \mathbf{V} = -\nabla \omega \quad (7)$$

і його розв'язок – формула Біо-Савара, яка з урахуванням вихрової пелени, що моделює контур тіла, приймає наступний вигляд:

$$V(\mathbf{r}, t) = \iint_S \omega(\mathbf{r}', t) \mathbf{k} \times \nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds(\mathbf{r}') + \int_L \gamma(\mathbf{r}', t) \mathbf{k} \times \nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dl(\mathbf{r}') + V_0, \quad (8)$$

де G – фундаментальний розв'язок оператора Лапласа в необмеженій області: $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{2\pi} \ln(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$, $\gamma = \gamma(\mathbf{r}, t)$ – інтенсивність приєднаної вихрової пелени.

Представлення контуру тіла вихровою пеленою дозволяє сформулювати граничну умову для рівняння завихореності (6). Відповідно до механізму генерації завихореності Лайтхілла [26], розподілена вихрова пелена повинна компенсувати хибну дотичну швидкість, яка виникає на поверхні тіла через трансформації поля завихореності у потоці. В чисельних схемах вихрового типу існують різні підходи до розрахунку величини γ та її інкорпорації у граничну умову для рівняння (6). Ми будемо для знаходження γ застосовувати умову ковзання (4), яка з урахуванням співвідношення $\mathbf{n}(\mathbf{r}) \times \boldsymbol{\tau}(\mathbf{r}) = \mathbf{k}$ приводить до рівняння Фредгольма другого роду відносно γ :

$$\int_L \gamma(\mathbf{r}', t) \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} dl(\mathbf{r}') - \frac{\gamma(\mathbf{r})}{2} = -\boldsymbol{\tau}(\mathbf{r}) \cdot \left(V_0 + \iint_S \omega(\mathbf{r}', t) \mathbf{k} \times \nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds(\mathbf{r}') \right), \quad (9)$$

де $\mathbf{r} \in L$.

Зазначимо, що в радянській школі по вихрових методах загальноприйнятим при знаходженні інтенсивності приєднаної пелени γ було виконання умови непротікання (3), яка трансформується у сингулярне інтегральне рівняння першого роду [18, 20, 25]. В роботі [29] показано, що підхід, який ґрунтується на рівнянні (9), є більш точним у порівнянні з класичним, особливо що стосується обтікання тіл з гострими крайками. Там же доведено, що для тіл, які не обертаються, існує прямий зв'язок між умовами (3), (4), коли виконання однієї з них тягне за собою задоволення іншої.

Крім того, повинна виконуватися теорема Кельвіна про збереження циркуляції в області, яка забезпечує єдиність розв'язку сингулярного рівняння (9):

$$\int_{\Sigma} \gamma(\mathbf{r}', t) dl(\mathbf{r}') + \iint_S \omega(\mathbf{r}', t) ds(\mathbf{r}') = 0. \quad (10)$$

Для завершення побудови математичної моделі необхідно зв'язати пристінну завихореність ω_0 з інтенсивністю приєднаного вихрового шару γ та описати механізм її переносу в потік. В роботах [21, 25, 30] застосовується гранична умова типу Дирихле, коли ω_0 виражається через γ відповідно до схеми дискретизації приєднаної пелени. Підхід, що використовується в цій роботі, ґрунтується на умові типу Неймана, яка зв'яже інтенсивність приєднаної вихрової пелени з потоком завихореності з поверхні тіла у потік [15, 16, 26]:

$$v \int_t^{t+\delta t} \frac{\partial \omega_0}{\partial n}(\mathbf{r}) = -\gamma(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r} \in L. \quad (11)$$

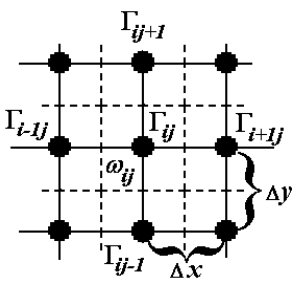
Умова (11) означає, що як тільки в процесі розрахунку на поверхні тіла виникає хибна дотична швидкість, вона повинна компенсуватися потоком завихореності у пристінну область. Якщо вважати, що протягом малого проміжку часу δt потік завихореності залишається постійним, співвідношення (11) можна представити у вигляді:

$$\frac{\partial \omega_0}{\partial n} = -\frac{\gamma}{v \delta t}. \quad (12)$$

Щоб коректно розподілити пристінну завихореність між елементами вихрового поля, необхідно розв'язати відносно ω_0 рівняння дифузії з нульовою початковою умовою та граничною умовою (12). Цей підхід докладно описаний у класичній щодо в'язких вихрових методів роботі [26] та вдосконалений в роботі [24]. Зазначимо, що він дозволяє акуратно розраховувати течії за тілами довільної конфігурації, в тому числі з великими градієнтами кривизни поверхні.

1.2. Чисельна схема

Чисельна схема для реалізації математичної моделі, що представлена в Розділі 2.1, ґрунтується на дискретизації області течії S регулярною прямокутною сіткою з вузлами $(i\Delta x, j\Delta y)$, де $i = 1, 2, \dots, N_x$, $j = 1, 2, \dots, N_y$



(рис. 2). Її густина у горизонтальному і вертикальному напрямках визначається фізичними особливостями задачі, тому, у загальному випадку $\Delta x \neq \Delta y$. Вважаємо, що у вузлових точках цієї сітки розташовані точкові вихори, в які “стягнута” завихореність, що займає дискретний об’єм

$$Q(x, y) = \{ \xi, \eta : |\xi - x| < \Delta x / 2, |\eta - y| < \Delta y / 2 \}.$$

Рисунок 2 – Конфігурація елемента сітки

На рис. 2 ці об’єми позначені пунктирними лініями. Годі циркуляція точкового вихору визначається за формулою:

$$\Gamma_{ij} = \iint_Q \omega(\mathbf{r}, t) dx dy \approx \omega_{ij} \Delta x \Delta y, \quad (13)$$

а дискретна система точкових вихорів з циркуляціями Γ_{ij} апроксимує неперервне поле завихореності ω :

$$\omega(\mathbf{r}) \approx \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \Gamma_{ij} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{ij}), \quad (14)$$

де δ – дельта-функція Дірака, \mathbf{r}_{ij} – радіус-вектори вузлів сітки.

Рівняння еволюції завихореності (6) розв'язується на заданій сітці із застосуванням алгоритму в'язкого розщеплення, коли процес переносу завихореності покроково розкладається на дві складові – конвективну і дифузійну, які описуються наступними рівняннями:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = -(\mathbf{V} \cdot \nabla) \omega, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{Re} \Delta \omega. \quad (16)$$

Метод розщеплення нелінійного диференційного рівняння на два оператори був запропонований та обґрунтований в роботах М.М. Яненка [31]. Щодо еволюційного рівняння (6), його вперше було застосовано Чорінім [21]. Цей підхід дозволяє інтегрувати рівняння (15), (16) незалежно одне від іншого, застосовуючи схеми, які враховують особливості фізичних процесів, що описуються кожним з цих рівнянь.

Конвективний перенос завихореності, представлений рівнянням (15), моделюється, як правило, переміщеннями дискретних елементів вихрового поля вздовж ліній руху матеріальних частинок. В сіткових алгоритмах [15, 16, 21–23] це потребує перерозподілу циркуляції вихору на вузли сітки, що збільшує штучну в'язкість, породжену похибками розрахункової схеми. В нашій моделі конвекція завихореності розраховується за потоками цієї величини між елементарними об'ємами Q_{ij} (рис. 2) відповідно до рівняння (15), що призводить до зміни циркуляції вихорів, в той час як їхні положення залишаються постійними. Враховуючи, що нормалі до границь Q_{ij} співпадають з напрямками координатних осей, можемо записати баланс завихореності за малий часовий проміжок Δt всередині Q_{ij} у наступному вигляді:

$$\frac{\omega_{ij}^{t+\Delta t} - \omega_{ij}^t}{\Delta t} \Delta x \Delta y \approx (\omega_{i-1,j}^t u_{i-1,j}^t - \omega_{i+1,j}^t u_{i+1,j}^t) \Delta y + (\omega_{ij-1}^t v_{ij-1}^t - \omega_{ij+1}^t v_{ij+1}^t) \Delta x - \omega_{ij}^t (|u_{ij}^t| \Delta y + |v_{ij}^t| \Delta x), \quad (18)$$

де u, v – компоненти швидкості в горизонтальному і вертикальному напрямках відповідно.

З (18) випливають дискретні рівняння для знаходження циркуляції вихорів сітки на наступному часовому кроці:

$$\Gamma_{ij}^{t+\Delta t} = \Gamma_{ij}^t + [(\Gamma_{i-1,j}^t u_{i-1,j}^t - \Gamma_{i+1,j}^t u_{i+1,j}^t) / \Delta x + (\Gamma_{ij-1}^t v_{ij-1}^t - \Gamma_{ij+1}^t v_{ij+1}^t) / \Delta y - \Gamma_{ij}^t (|u_{ij}^t| / \Delta x + |v_{ij}^t| / \Delta y)] \Delta t. \quad (19)$$

Схема (19) має другий порядок по простору і перший порядок за часом. Відмітимо, що вона є бездисипативною і має покращені дисперсійні властивості у порівнянні з класичними лінійними схемами. Розвиток цього підходу на багатoshарових шаблонах представлений в [32].

Процес в'язкої дифузії моделюється інтегруванням рівняння (16) на прямокутній сітці з вузлами Γ_{ij} (рис. 2). Апроксимуючи праву частину (16) за кінцево-різницевою схемою 2-го порядку і застосовуючи метод Ейлера для інтегрування по часові, отримуємо наступні еволюційні рівняння відносно циркуляцій точкових вихорів:

$$\Gamma_{ij}^{t+\Delta t} = \Gamma_{ij}^t + \frac{\Delta t}{\text{Re}} \left(\frac{\Gamma_{i+1,j}^t - 2\Gamma_{ij}^t + \Gamma_{i-1,j}^t}{(\Delta x)^2} + \frac{\Gamma_{ij+1}^t - 2\Gamma_{ij}^t + \Gamma_{ij-1}^t}{(\Delta y)^2} \right). \quad (20)$$

Виконання операцій (19), (20) призводить до перерозподілу завихореності в області течії в кінці кожного часового проміжку, через що на границі тіла порушується умова про рівність нулю дотичної швидкості. Неперервна вихрова пелена, яка моделює контур тіла і має компенсувати “хибну” дотичну швидкість, в дискретній схемі розбивається на вихрові відрізки з постійним розподілом інтенсивності пелени вздовж кожного з них. Далі ці відрізки стягуються у точкові вихори з циркуляцією $\Gamma_k^{(p)} = \gamma(r_k^{(p)}) \Delta l_k$, розташовані посередині панелей. Тут $\gamma(r_k^{(p)})$ – погонна інтенсивність приєднаної вихрової пелени на k -тій панелі, Δl_k – довжина панелі, $k = 1, 2, \dots, N_p$, де N_p – кількість панелей.

Після дискретизації поля течії і границі тіла формула (8) для визначення швидкості потоку в області приймає наступний вигляд:

$$V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \Gamma_{ij} \frac{\mathbf{k} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}_{ij})}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{ij}|^2} + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{N_p} \Gamma_k^{(p)} \frac{\mathbf{k} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}_k^{(p)})}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_k^{(p)}|^2} + V_0, \quad (21)$$

де \mathbf{r}_{ij} та $\mathbf{r}_k^{(p)}$ – векторні координати вихорів сітки і приєднаних вихорів відповідно.

Циркуляції приєднаних вихорів $\Gamma_k^{(p)}$ обчислюються із сингулярного інтегрального рівняння (9). Дискретний аналог цього рівняння з додатковою умовою (10) має наступний вигляд:

$$\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq m}}^{N_p} \Gamma_k^{(p)} \frac{\mathbf{n}(\mathbf{r}_m^{(p)}) \cdot (\mathbf{r}_m^{(p)} - \mathbf{r}_k^{(p)})}{|\mathbf{r}_m^{(p)} - \mathbf{r}_k^{(p)}|^2} - \frac{\pi \cdot \Gamma_m^{(p)}}{\Delta l_m} + R = \\ = -\tau(\mathbf{r}_m^{(p)}) \cdot \left[V_0 + \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \Gamma_{ij} \frac{\mathbf{k} \times (\mathbf{r}_m^{(p)} - \mathbf{r}_{ij})}{|\mathbf{r}_m^{(p)} - \mathbf{r}_{ij}|^2} \right], \quad m = 1, 2, \dots, N_p, \quad (22)$$

$$\sum_{k=1}^{N_p} \Gamma_k^{(p)} = -\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \Gamma_{ij}. \quad (23)$$

Тут $\mathbf{n}(\mathbf{r}_m^{(p)})$, $\tau(\mathbf{r}_m^{(p)})$ – нормаль та дотична до контуру на m -тій панелі, R – регуляризуюча змінна, яка вводиться через те, що система є перевизначеною. Рівняння (22) записуються в контрольних точках $\mathbf{r}_m^{(p)}$, які знаходяться посередині панелей і співпадають з приєднаними вихорами. Такий підхід до побудови дискретного аналогу рівняння (9) застосовувався в роботі [29], де обґрунтована коректність квадратурної формули щодо виділення головного значення сингулярного інтегралу, що розглядається.

Після розв’язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь (22)–(23) і обчислення інтенсивності вихрової пелени γ на кожній панелі ($\gamma_k = \Gamma_k^{(p)} / \Delta l_k$), вона має бути розподілена на сусідні до тіла вихрові частинки таким чином, щоб отримати нульову дотичну швидкість на поверхні тіла. Цей процес можна ідентифікувати як генерацію завихореності поверхнею тіла відповідно до рівняння дифузії з однорідною початковою умовою і граничною умовою (12). Розв’язання цієї задачі для тіла довільної геометричної конфігурації представлено в деталях в роботі [26]. Отриманий розв’язок описує зміну циркуляції вихорів поля на часовому проміжку Δt , яка викликана генерацією поверхневої завихореності, наступним алгоритмом:

$$\Gamma_{ij}(t + \Delta t) = \Gamma_{ij}(t) + \Delta x \Delta y \sum_{k=1}^{N_p} \frac{\gamma_k}{1 - \xi_k \sqrt{\pi \nu \Delta t}} \Phi(\mathbf{r}_{ij} - \mathbf{r}_k, \Delta t), \quad (24)$$

де ξ_k – кривизна поверхні на k -тій панелі, ν – в’язкість середовища,

$$\Phi(r(x, y), \delta t) = \frac{\exp(-y^2/4\nu\delta t)}{\sqrt{4\nu\delta t}} \left\{ \operatorname{erf}\left(\frac{d+x}{\sqrt{4\nu\delta t}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{d-x}{\sqrt{4\nu\delta t}}\right) \right\}.$$

Зазначимо, що вектор $(r_{ij} - r_k)$ у формулі (24) проектується на правосторонню систему координат, що задається напрямками дотичної та нормалі в заданій точці контуру. Формула (24) дозволяє розрахувати завихореність, що генерується на гладких стінках контуру, виходячи з в'язкості середовища.

Для моделювання інерційного відриву в гострій задній кромці крила використовується умова Кутта-Жуковського. Щоб забезпечити її виконання, поверхня крила дискретизується таким чином, що в задній кромці розташовується вихор, циркуляція якого зноситься в потік відповідно з формулою (19). Зазначимо, що ця методика успішно застосовувалася для моделювання в'язких течій навколо тіл з гострими кромками в радянській школі по вихрових методах [32].

Таким чином, дискретні оператори (19), (20), (24) повністю описують еволюцію поля завихореності на окремому часовому проміжку. Відмітимо, що адаптивність схеми досягається тим, що розглядаються лише ті вихори сітки, для яких виконується: $|\Gamma_{ij}| < \varepsilon$, де ε – мале задане значення ($\varepsilon = 10^{-8}$).

1.3. Розрахунок тиску та гідродинамічних навантажень

Описання поля течії в змінних “швидкість-завихореність” і перехід до рівняння (6) дозволяє відокремити кінематичну проблему від динамічної, що значно спрощує чисельне моделювання еволюції вихрового поля. Але для оцінки сил, що діють на тіло, або рівнів акустичного поля у потоці необхідний розрахунок тиску принаймні поблизу тіла. Відомо [33–35], що відновлення тиску за полями швидкості і завихореності є нетривіальною задачею. Так, при прямому розв’язанні рівняння Пуассона для тиску виникає проблема коректного вибору граничних умов. Застосування альтернативних підходів, таких як варіаційний метод [33] чи інтеграл Ульмана [34] ускладнюється наявністю гострої кромки на контурі, що розглядається.

В цій роботі поле тиску розраховується інтегруванням рівнянь Нав’є-Стокса у формі Ламба [36], яка зв’язує змінну p із змінними $V(u, v)$ і ω :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (u^2 + v^2) - \nu \omega = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{Re} \frac{\partial \omega}{\partial y}, \quad (25a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} (u^2 + v^2) + u \omega = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \frac{\partial \omega}{\partial x}. \quad (25b)$$

Інтегруючи рівняння (25a) по змінній x , а рівняння (25b) – по змінній y , отримуємо наступні формули для розрахунку безрозмірного тиску в області:

$$\bar{p} = 1 - u^2 - v^2 + 2 \int_{-\infty}^x \left(v\omega - \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) dx, \quad (26a)$$

$$\bar{p} = 1 - u^2 - v^2 + 2 \int_{-\infty}^y \left(-u\omega - \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) dy, \quad (26б)$$

де $\bar{p} = 2(p - p_\infty) / \rho U_0^2$.

Яку з формул, (26a) чи (26б), застосовувати в розрахунках залежить від конфігурації області течії і поля завихореності.

Безрозмірні коефіцієнти сил, що діють на тіло, будемо визначати за розподілом коефіцієнта тиску по його поверхні:

$$C_D = \int_L \bar{p} n_x dx, \quad (27a)$$

$$C_L = \int_L \bar{p} n_y dy, \quad (27б)$$

C_D, C_L – коефіцієнти опору і підйимальної сили відповідно, $n = (n_x, n_y)$ – внутрішня нормаль до контуру тіла. Зазначимо, що формула (27a) включає в себе лише опір форми. В чисельній схемі, інтеграли в (26a), (26б) розраховуються методом трапецій на заданій ортогональній сітці.

2. Результати розрахунків

2.1. Параметри дискретизації та апробація чисельної схеми

На основі представленої у Розділі 1 чисельної схеми виконано моделювання двовимірної течії в'язкої нестисливої рідини навколо симетричних профілів серії НАСА при $Re = 500$ і кутах атаки від 0° до 60° . Геометрична форма таких профілів залежить лише від їхньої товщини і може бути задана аналітично. Це значно спрощує знаходження нормалі та дотичної до контуру, а також його кривизни. Функція, якою визначається геометрія профілів НАСА00XX (де XX вказує на товщину профілю у відсотках), має наступний вигляд [37]:

$$y(x) = \pm \frac{b}{0.2} \left(0.2969\sqrt{x} - 0.1260x - 0.3516x^2 + 0.2843x^3 - 0.1015x^4 \right), \quad (28)$$

де b – товщина профілю.

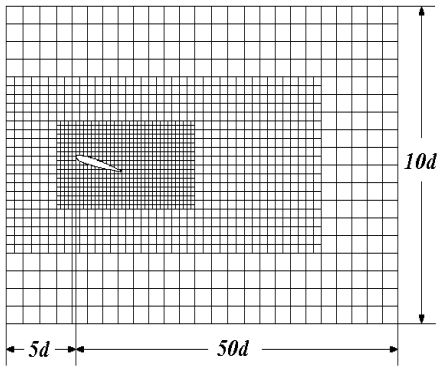


Рисунок 3 – Конфігурація розрахункової сітки

Розрахунки виконані на трьохрівневій сітці з однаковими розмірами комірок у горизонтальному і вертикальному напрямках на кожному рівні. Параметр дискретизації найближчої до тіла сітки вибрано: $\Delta x = \Delta y = 0.005d$. Розміри комірок кожної наступної сітки подвоювалися у порівнянні з попередньою. Конфігурація розрахункової області та її розміри представлені на рис. 3.

Як виявили тестові розрахунки, збільшення розрахункової області за межі вибраних значень довжини та ширини практично не впливає на одержувані кінематичні та динамічні характеристики системи, що розглядається. Оскільки чисельний алгоритм застосовує явну схему інтегрування рівнянь по часові, нормалізований крок Δt повинен вибиратися на основі критерію Куранта:

$$\frac{\max\{u,v\} \Delta t}{\min\{\Delta x, \Delta y\}} \leq 1. \quad (29)$$

Максимум локальної швидкості потоку $V(u,v)$ залежить від кривизни поверхні, що обтікається, кута атаки та числа Рейнольдса. Розрахунки показали, що при заданих геометрії крила і параметрах течії, вибір $\Delta t = 0.5h$, де $h = \min\{\Delta x, \Delta y\}$, забезпечує стійкість моделювання протягом довгого часового проміжку.

Для дискретизації профілю застосовується наступна формула [32]:

$$x_k = 1 - \sin^2\left(\pi \frac{k-1}{N_p}\right), \quad k = 1, 2, \dots, N_p, \quad (30)$$

де x_k – абсциси контрольних точок при нульовому куті атаки. Їхні ординати y_k знаходяться за законом (28).

Розвинена чисельна схема застосовувалася авторами раніше для моделювання вихрових течій за тілами і системами тіл різної конфігурації при помірних числах Рейнольдса. Зокрема, в роботі [38] виконані детальні розрахунки вихрового поля і гідродинамічних характеристик для квадратної призми при $10^2 \leq Re \leq 10^3$. Аналіз отриманих результатів показав добре узгодження числа Струхаля та осереднених коефіцієнтів діючих на призму гідродинамічних сил з даними експериментальних досліджень та чисельних розрахунків інших авторів. Невелике (до 10%) розходження спостерігалось лише для амплітудних показників нестационарних гідродинамічних сил.

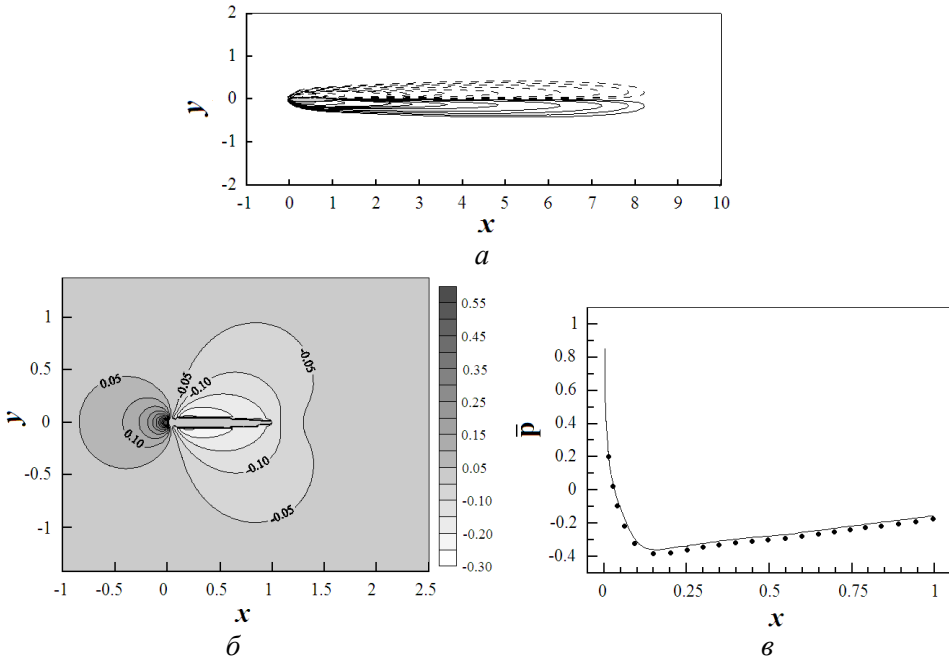


Рисунок 4 – Профіль NACA0012 при куті атаки $\alpha = 0^\circ$, $Re = 500$:
а – ізолінії завихореності, б – контури тиску в області, в – коефіцієнт тиску
вздовж поверхні крила. Суцільна лінія – результати моделювання,
маркери – дані роботи [10]

Щодо крилових профілів, то є лише невелика кількість робіт, де представлена інформація, що відповідає числам Рейнольдса із зазначеного діапазону. Чисельне моделювання аеродинамічних характеристик профілю NACA0012 при $Re = 500$ і $\alpha = 0^\circ$ виконане в роботах [9, 10]. В них застосований метод енергетичної течії Больцмана, який ґрунтується на кінетичній теорії рідини. Показано, що розраховані параметри течії і динамічні навантаження на крило співпадають з результатами прямого чисельного інтегрування рівнянь Нав'є-Стокса за схемами високих порядків.

Виконані нами тестові розрахунки в'язкої течії навколо профілю NACA0012 при $Re = 500$ і $\alpha = 0^\circ$ показали, що розвинений алгоритм при обраних параметрах дискретизації забезпечує результати, які узгоджуються з даними, наведеними в роботах [9, 10]. Отримані в розрахунках осереднені поля завихореності і тиску в області течії, розподіл тиску на поверхні, а також його порівняння з даними роботи [10] представлені на рис. 4. З цих результатів випливає, що головний внесок в опір крила в цій конфігурації потоку забезпечується тертям поверхні. Тому, коефіцієнт горизонтальної сили C_x розраховувався тут на основі теореми імпульсів [16, 25], яка дозволяє врахувати як опір форми, так і опір тертя. Отримана величина $C_x = 0.175$ є дуже близькою до значення 0.1761 з роботи [9]. Наведені порівняння показують, що розвинена чисельна схема здатна коректно спрогнозувати в'язку течію навколо крилових профілів при помірних числах Рейнольдса.

2.2. Структура вихрової течії за нахиленим профілем

В цьому розділі досліджується структура вихрової течії, яка генерується навколо симетричних профілів *NACA0008* і *NACA0018* при $Re = 500$ і кутах атаки від 0° до 60° . На рис. 5 наведені отримані в розрахунках ізолінії завихореності для 8% профілю при різних кутах α (позитивна завихореність відповідає тут обертанню вихора проти годинникової стрілки і показана суцільними лініями). Рис. 6 ілюструє відповідні частотні спектри для компонент швидкості в точці $x_u = 1.5d$, $y_u = -0.5d$, яка розташована в ближньому сліді за крилом. Зазначимо, що частоти на рис. 6 нормалізовані по U_0/d .

Наведені результати свідчать про те, що в розглянутому діапазоні кутів атаки картина завихореності у сліді профілю змінюється від стаціонарної до багатоперіодичної. При $\alpha \leq 15^\circ$ (рис. 5 а), слід за крилом є стаціонарним. Він формується двома майже симетричними вихровими пеленами протилежного знаку. При подальшому збільшенні кута атаки вихрова течія через біфуркацію Хопфа переходить до періодичного режиму, коли в сліді крила утворюється доріжка вихорів Кармана (рис. 5 б – $\alpha = 20^\circ$). Про регулярність процесу свідчить спектр швидкості, що відповідає цьому випадку (рис. 6 а), де можна бачити один чітко виражений пік при f_1 , який вказує на частоту утворення вихрової доріжки. Вихори, що відриваються від лобової частини крила і від задньої крайки, мають приблизно однаковий масштаб та майже не взаємодіють між собою. Розрахунки показують, що при $b = 0.08$ (b – товщина профілю) біфуркація Хопфа має місце при $\alpha \approx 18^\circ$, а утворення регулярної доріжки вихорів спостерігається до $\alpha \approx 30^\circ$.

При подальшому зростанні кута атаки вихрова течія за профілем істотно ускладнюється, що відбувається через збільшення інтенсивності вихрових структур та їх взаємодію (рис. 5 в – $\alpha = 40^\circ$). Вихрова доріжка тут є стійкою лише на малій відстані від профілю (приблизно до $x \approx 12d$). Далі вихори протилежного знаку відштовхуються один від одного, через що слід сильно розширюється. Відповідний частотний спектр (рис. 6 б) представляє собою систему піків, яка складається із головної частоти f_1 та її гармонік $2f_1$, $3f_1$ та ін. З цього випливає, що процеси в сліді крила все ще є регулярними, але наявність низьких періодів вказує на сильну взаємодію між вихорами.

Картина вихрової течії, отримана при $\alpha = 60^\circ$ (рис. 5 г), відома, як режим подвоєного періоду [39], коли протилежно спрямовані вихори утворюють стійкі вихрові пари, а у частотному спектрі, крім головної частоти f_1 та її кратних гармонік, проявляється частота $f_1/2$ (рис. 6 в). Крім того, вихровий слід підіймається вгору, а частина негативної завихореності відривається від “свого” вихору і приєднується до протилежного, через що порушується просторова структура доріжки. Цей стан ще не призводить до хаотизації сліду, але відповідний частотний спектр свідчить про істотне ускладнення вихрової течії. Зазначимо, що в даному разі перехід до режиму подвоєного періоду відбувається при $\alpha \approx 50^\circ$.

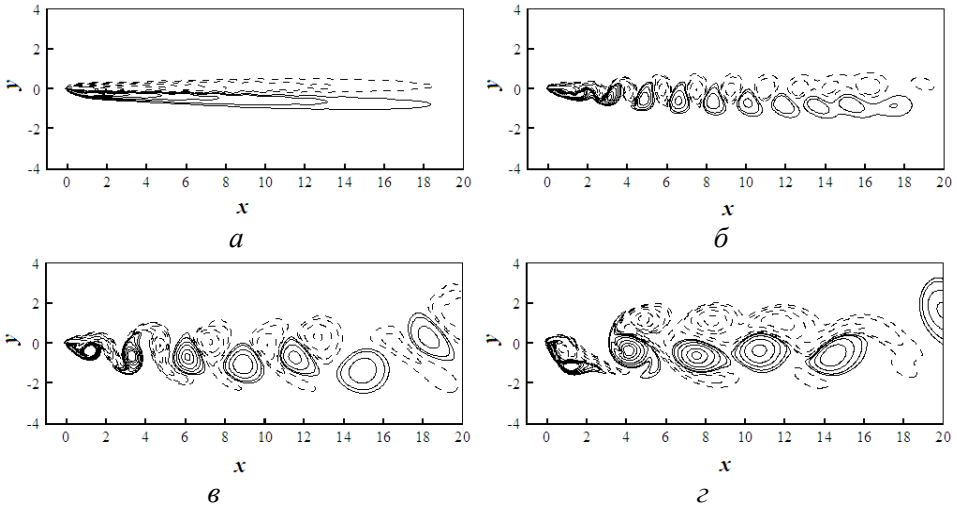


Рисунок 5 – Миттєві картини вихрової течії за 8% профілем при різних кутах атаки: *a* – $\alpha = 15^\circ$, *б* – $\alpha = 20^\circ$, *в* – $\alpha = 40^\circ$, *г* – $\alpha = 60^\circ$, $t = 50$;
 ---- позитивна циркуляція, - - - негативна циркуляція

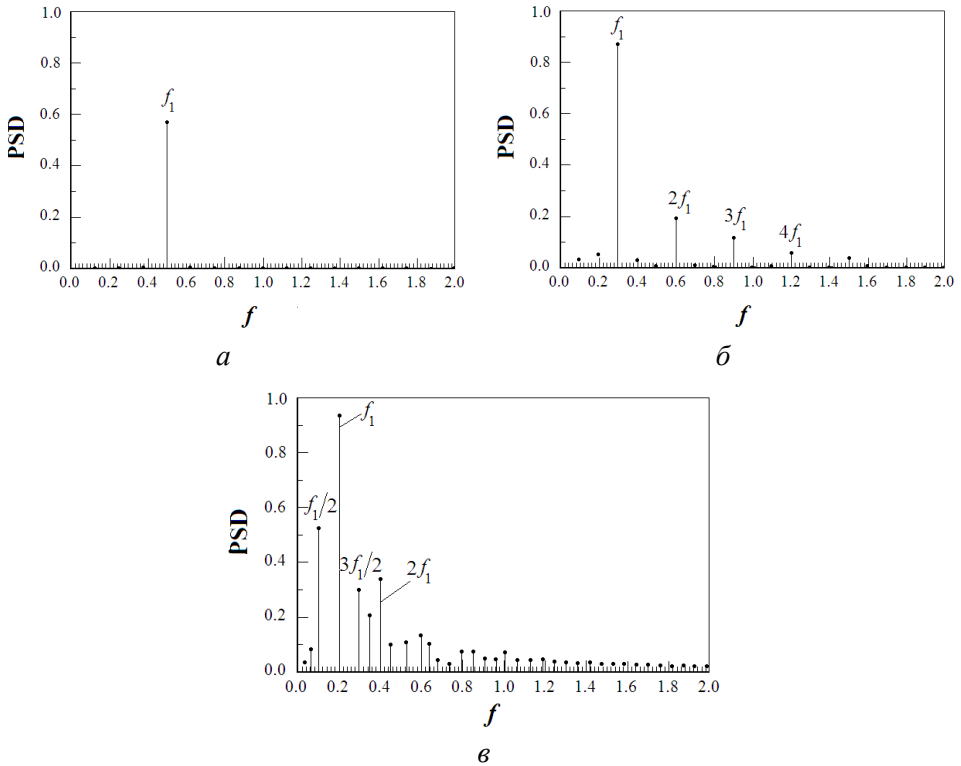


Рисунок 6 – Енергетичний спектр щільності (PSD) компонент швидкості в сліді за 8% профілем при різних кутах атаки: *a* – $\alpha = 20^\circ$,
б – $\alpha = 40^\circ$, *в* – $\alpha = 60^\circ$

Зі збільшенням товщини профілю усі перехідні явища відбуваються раніше відносно кута атаки, так, для 18% профілю біфуркація Хопфа настає при $\alpha \approx 14^\circ$, про що свідчить картина завихореності в сліді, представлена на рис. 7. Рис. 8. демонструє залежності головної частоти f_1 (або числа Струхаля St), яка характеризує зрив вихорів з поверхні крила, від кута атаки для профілів різної товщини. На цих графіках частота відриву вихорів зменшується від 0.52 до 0.2, що вказує на істотне зростання масштабу та інтенсивності вихрових структур при збільшенні кута атаки. Ці результати показують також, що вплив тілесності на структуру вихрового потоку є істотним при менших кутах α із заданого діапазону, з переходом до режиму подвоєного періоду (при $\alpha \approx 50^\circ$) він нівелюється.

В цілому, представлені результати свідчать про домінування в'язких ефектів в сліді крила, таких як відрив граничного шару та інтенсивна вихрова взаємодія.

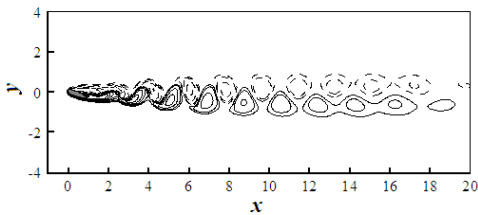


Рисунок 7 – Картина вихрової течії за 18% профілем при $\alpha \approx 15^\circ$

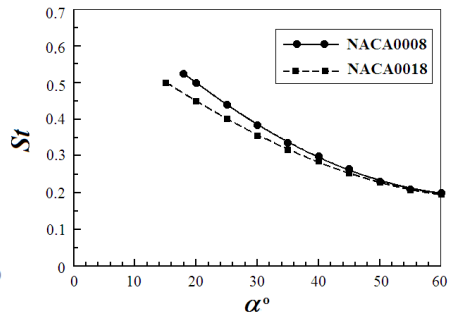


Рисунок 8 – Залежність числа Струхаля St від кута атаки α для профілів різної товщини

2.3. Динамічні характеристики крила

В цьому розділі досліджується вплив кута атаки на динамічні характеристики профілів, що розглядаються. На рис. 9 представлені залежності від часу коефіцієнтів опору підйимальної сили для профілю NACA0008 при $\alpha = 20^\circ$ (рис. 9 а) і $\alpha = 40^\circ$ (рис. 9 б). Можна бачити, що на початку процесу (при $t \approx 2$) має місце локальний максимум цих функцій. Очевидно, що це зумовлене генерацією вихрової пелени у задній крайці та її відривом. Усталення течії відбувається до $t \approx 10$, після чого вона переходить до періодичного стану, коли вихрові структури почергово відриваються у задній крайці та носовій частині крила з періодом $T_1 = 1/St$, що відображається у коливаннях функцій $C_D(t)$ та $C_L(t)$.

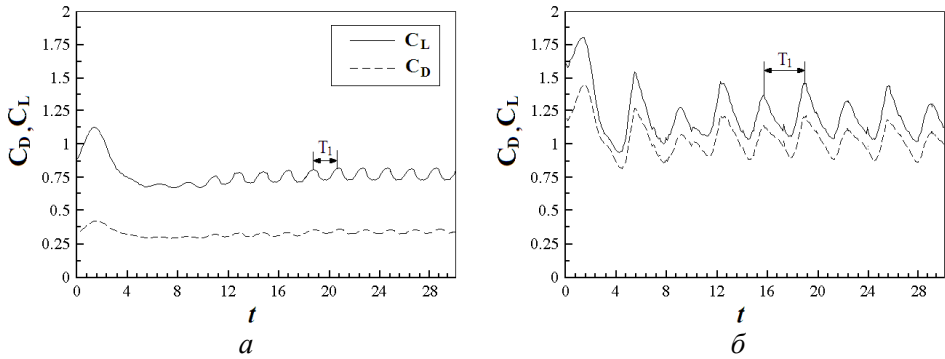


Рисунок 9 – Миттєві коефіцієнти сили опору C_D та підйимальної сили C_L
8% профілю: $a - \alpha = 20^\circ$, $b - \alpha = 40^\circ$

Результати на рис. 9 підтверджують висновки попереднього параграфу про те, що при менших α із заданого діапазону процес генерації вихрової доріжки є набагато регулярнішим, ніж при великих. Порівняння графіків на рис. 9 *a* і рис. 9 *б* свідчить про зростання обох динамічних коефіцієнтів при збільшенні кута атаки, але опір крила зростає набагато швидше, ніж підймальна сила. При $\alpha = 40^\circ$, коефіцієнт сили опору майже дорівнює коефіцієнту підйимальної сили, тобто, якість крила в цьому випадку є близькою до одиниці.

Рис. 10 ілюструє динаміку течії навколо крила через розподіли завихореності (зліва) та тиску (справа). Рис. 10 *a*, 10 *в* відповідають тут моментам часу, коли підймальна сила крила досягає максимуму, а рис. 10 *б*, 10 *г* описують потік, коли підймальна сила є мінімальною. На рис. 10 *a* можна бачити, що при $\alpha = 20^\circ$ зростання підйимальної сили забезпечується генерацією інтенсивної вихрової пелени у задній крайці крила, а коли ця пелена скручується у вихор і відривається (рис. 10 *б*), підймальна сила падає до мінімуму. При $\alpha = 40^\circ$, інтенсивна зона розрідження над крилом утворюється через завихореність, яка сходить у носовій частині крила (рис. 10 *в*). Вихор, що генерується задньою крайкою, в цей момент відривається, що супроводжується розширенням області підвищеного тиску на нижній поверхні крила. Як результат, різниця тисків на протилежних боках профілю збільшується, а, отже, підймальна сила досягає максимального значення. Відрив переднього вихору (рис. 10 *г*) викликає збільшення тиску на верхньому боці профілю, через що підймальна сила зменшується до мінімуму. Отже, при $\alpha > 20^\circ$ механізм генерації підйимальної сили крила змінюється, тепер вона залежить, головним чином, від інтенсивності циркуляційної зони, що утворюється в носовій частині, а не від вихрової пелени, яка сходить у потік в задній гострій крайці.

Також на рис. 10 можна бачити, що поле тиску поблизу нахиленого профілю істотно трансформується у порівнянні із симетричним випадком ($\alpha = 0^\circ$, рис. 4 *б*). Точка стагнації, де швидкість дорівнює нулю, а тиск – одиниці, тепер зміщується вниз, а в носу профілю утворюється область низького тиску. Величина розрідження в цій області залежить від кута атаки. Так, $\bar{p}_{\min} = -1.5$ при $\alpha = 20^\circ$ і $\bar{p}_{\min} = -2.6$ при $\alpha = 40^\circ$.

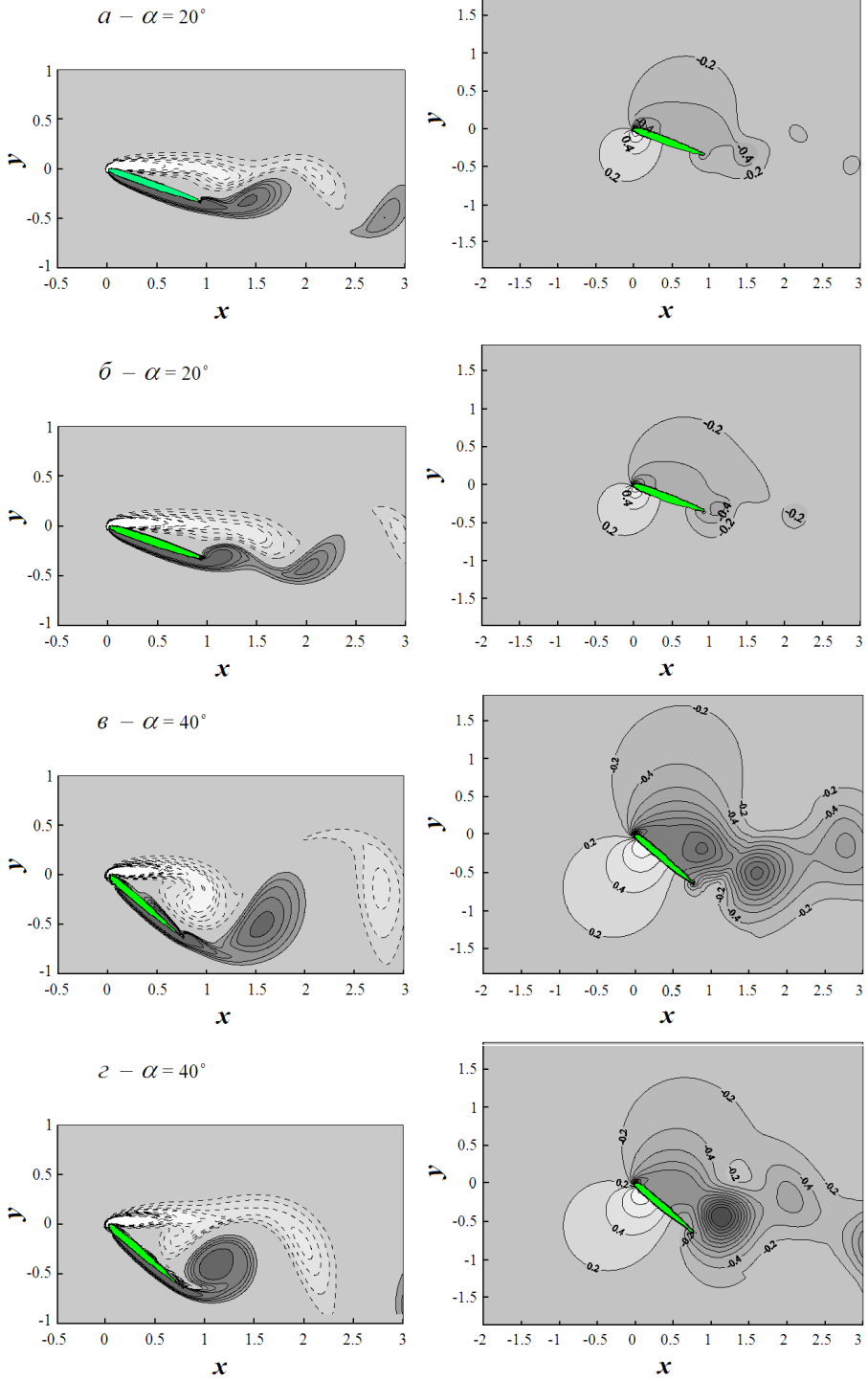


Рисунок 10 – Розподіли завихореності (зліва) та тиску (справа) навколо профілю NACA0008 при $\alpha = 20^\circ$ (a, δ) та $\alpha = 40^\circ$ (ϵ, ζ)

Крім того, як область розрідження, так і область підвищеного тиску розширюються, коли кут атаки зростає. На рис. 10 в, з видно, що при $\alpha = 40^\circ$ зони розрідження з'являються не лише в околі носової частини крила, а й над ним, що зумовлене генерацією тут інтенсивних відривних зон. Відзначимо, що отримані результати якісно співпадають з даними роботи [40], де наведені поля тиску навколо нахиленого до потоку профілю NACA0012 при великих числах Рейнольдса. Різниця спостерігається лише поблизу задньої крайки, де від'ємний тиск у наших розрахунках зумовлений впливом в'язкості.

Загальні висновки щодо ефективності експлуатації крилових систем в заданому діапазоні кутів атаки і чисел Рейнольдса випливають з аналізу поведінки осереднених коефіцієнтів опору та підйимальної сили. На рис. 11 наведені залежності отриманих в розрахунках середніх за період коефіцієнтів опору \bar{C}_D та підйимальної сили \bar{C}_L від кута атаки α для профілів різної товщини. Рис. 12 демонструє обчислені за цими результатами коефіцієнти якості профілів \bar{C}_L/\bar{C}_D при різних кутах атаки. На цих графіках можна виділити три характерних області щодо поведінки представлених функцій. В першій з них градієнт підйимальної сили є набагато вищим за градієнт сили опору, тому, якість крила із збільшенням кута атаки зростає. Для профілю NACA0008 максимум цієї функції наближається до трьох і досягається при $\alpha \approx 12^\circ$. Ефективність профілю NACA0018 є меншою, оскільки його максимальна якість приблизно дорівнює двом. Зазначимо, що цей висновок співпадає з висновками експериментального дослідження [14], виконаного при $Re = 4 \cdot 10^3$. Порівняння наших результатів з даними цієї роботи свідчить також про те, що величина \bar{C}_L/\bar{C}_D при малих числах Рейнольдса є набагато меншою, ніж для великих. В другій області величина \bar{C}_L/\bar{C}_D зі збільшенням кута атаки зменшується, але ще залишається вищою за одиницю. Для обох профілів, що розглядаються, якість крила досягає одиниці при $\alpha \approx 45^\circ$. При $45^\circ < \alpha \leq 60^\circ$, опір крила стрімко зростає, в той же час, підйимальна сила залишається постійною, а для тоншого профілю навіть трохи зменшується. Тому, якість крила в цій області падає від 1 до 0.75.

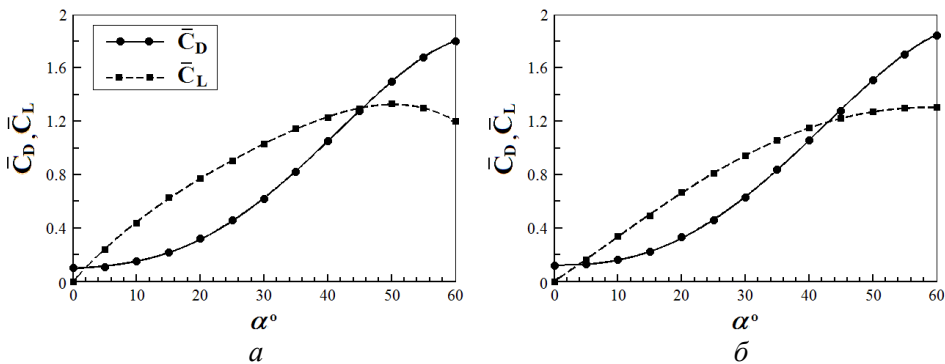


Рисунок 11 – Залежності середніх коефіцієнтів сили опору \bar{C}_D та підйимальної сили \bar{C}_L від кута атаки α : а – NACA0008, б – NACA0018

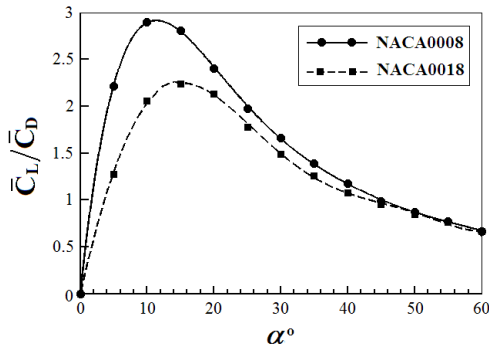


Рисунок 12 – Залежності якості крила \bar{C}_L / \bar{C}_D від кута атаки α для профілів різної товщини

З представлених результатів впливає також, що збільшення товщини профілю на 10% істотно впливає на його динамічні характеристики лише при малих кутах атаки, де підймальна сила, що діє на профіль NACA0008, зростає швидше, ніж для профілю NACA0018. Далі вплив в'язких ефектів на течію стає сильнішим, ніж вплив геометрії, тому, навантаження на профілі, що розглядаються, зрівнюються. Отримані оцінки є важливими для розуміння динамічних процесів, що супроводжують функціонування систем в заданому діапазоні кутів атаки і чисел Рейнольдса.

Висновки

1. Узагальнений вихровий метод, в якому рівняння динаміки рідини Нав'є-Стокса розв'язуються в змінних “завихореність-швидкість”, розвинуто для моделювання в'язкої течії за нахиленим до потоку аеродинамічним профілем. Показано, що він здатен розраховувати коректно нестационарні поля течії та гідродинамічні характеристики крил при числах Рейнольдса в діапазоні від 10^2 до 10^3 .

2. Розвинену чисельну схему застосовано до моделювання течії навколо симетричних профілів NACA0008 і NACA0018 при кутах атаки від 0° до 60° та $Re = 500$. Отримані результати вказують на домінування у потоці в'язких ефектів, внаслідок чого навколо профілю і за ним утворюється інтенсивна циркуляційна течія. Показано, що при збільшенні кута атаки характер вихрового сліду змінюється від стаціонарного до багатоперіодичного через біфуркацію Хопфа і біфуркацію подвоєння періоду.

3. Розрахунки аеродинамічних характеристик профілів, які відповідають цим режимам, свідчать про те, що відношення підйальної сили до сили опору є найвищим при стаціонарному обтіканні (для $\alpha < 15^\circ$). Зі збільшенням кута атаки якість крила зменшується і при $\alpha \approx 45^\circ$ досягає одиниці. При $\alpha > 45^\circ$ має місце швидке зростання сили опору, в той час як підймальна сила залишається постійною, через це якість крила падає до значень, менших за одиницю.

4. Аналіз полів тиску в області вказує на існування зони розрідження не лише в носовій частині профілів, як при великих числах Рейнольдса,

а й поблизу задньої крайки, що зумовлено впливом в'язкості. Зі збільшенням кута атаки інтенсивність цих зон істотно зростає.

5. Виявлено, що кращу динамічну якість мають тонкі крила, а вплив тілесності на динамічні характеристики профілю є істотним лише у стаціонарному потоці.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Mueller T.J. An overview of micro air vehicle aerodynamics / T.J. Mueller // *Progress in Aeronautics and Astronautics*, 2001. – V. 195. – P. 1–9.
2. Pines D. J. Challenges facing future micro-air-vehicle development / D.J. Pines, F. Bohorquez // *J. Aircraft*, 2006. – V. 34 (2). – P. 290–305.
3. Ifju P. Analysis of a flexible wing micro air vehicle / P. Ifju, B. Stanford, M. Sytsma, R. Albertani // *AIAA Paper*, 2006. – P. 3311.
4. Dickinson M. H. Unsteady aerodynamic performance of model wings at low Reynolds numbers / M.H. Dickinson, K.G. Geotz // *J. Experimental Biology*, 1993. – V. 174. – P. 45–64.
5. Wang Z.J. Vortex shedding and frequency selection in flapping flight / Z.J. Wang // *J. Fluid Mechanics*, 2000. – V. 410. – P. 323–341.
6. Taira K. Three-dimensional flows around low-aspect-ratio flat-plate wings at low Reynolds numbers / K. Taira, T. Colonius // *J. Fluid Mechanics*, 2009. – V. 623. – P. 187–207.
7. Zhang J. Route to a chaotic state in fluid flow past an inclined flat plate / J. Zhang, N.-S. Liu, X.-Y. Lu // *J. Physics Review*, 2009. – V. 79. – P. 045306: 1–4.
8. Yang D. Numerical simulation of flow past a rectangular flat plate / D. Yang, B. Pettersen, H.I. Andersson, V.D. Narasimhamurthy // *Proceeds of V Europ. Conf. Comp. Fl. Dyn. Lisbon, Portugal*, 14–17 June, 2010.
9. Yu D. A multi-block lattice Boltzmann method for viscous fluid flows / D. Yu, R. Mei, W. Shyy // *International J. Numerical Methods in Fluids*, 2002. – V. 39. – P. 99–120.
10. Lockard D.P. Evaluation of powerFLOW for aerodynamics applications / D.P. Lockard, L.-S. Luo, S.D. Milder, B.A. Singer // *J. Statistic Physics*, 2002. – V. 107. – P. 423–478.
11. Kunz P.J. Analysis, design and testing of airfoils for use at ultra-low Reynolds numbers / P.J. Kunz, I. Kroo // *Proceeds of the Conference on fixed, flapping and rotary vehicles at very low Reynolds numbers*, edited by T.J.Mueller, University of Notr-Dam, 2000. – P. 349–372.
12. Mueller T.J. Experimental studies of separation on a two-dimensional airfoil at low Reynolds numbers / T.J. Mueller, S.M. Batill // *AIAA J.*, 1982. – V. 20. – № 4. – P. 457–463.
13. Sunada S. Airfoil section characteristics at a low Reynolds number / S. Sunada, A. Sakaguchi, K. Kawachi // *J. Fluid Engineering*, 1997. – V. 119. – P. 129–135.
14. Sunada S. Comparison of wing characteristics at an ultralow Reynolds number / S. Sunada, K. Kawachi // *J. Aircraft*, 2002. – V. 39. – P. 331–338.
15. Koumoutsakos P. Direct numerical simulation of unsteady separated flows using vortex methods / P. Koumoutsakos – Ph.D. Thesis. California Institute of Technology, 1993. – 173 p.
16. Cottet G.-H. Vortex methods: theory and practice / G.-H. Cottet, P. Koumoutsakos – London: Cambridge University Press, 2000. – 312 p.
17. Kamemoto Y. Vortex methods / Y. Kamemoto, J. Tsutahara // *Proceeds of the 1-st International Conference of Vortex Motions*. Edit. Kamemoto and Tsutahara. Singapore, 2000. – 230 p.
18. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент (в математической физике, аэродинамике, теории упругости и дифракции волн) / И.К. Лифанов – М.: ТОО “Янус”, 1995. – 520 с.
19. Beale J.T. Vortex methods: higher order accuracy in two and three dimensions / J.T. Beale, A. Majda // *J. Mathematics Computers*, 1982. – V. 39. – № 159. – P. 29–52.

20. Белоцерковский С.М. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью / С.М. Белоцерковский, М.И. Ништ – М.: Наука, 1978. – 351 с.
21. Chorin A. J. Numerical study of slightly viscous flow / A. J. Chorin // J. Fluid Mechanics, 1973. – V. 57. – P. 785–796.
22. Graham J.M.R. Computation of viscous separated flows using a particle method / J.M.R. Graham – in Book” Numerical Methods of Fluid Mechanics, III”, Oxford, 1988. – P. 23–31.
23. Дынникова Г.Я. Движение вихрей в двумерных течениях вязкой жидкости / Г.Я. Дынникова // Известия РАН, Механика жидкости и газа, 2003. – № 5. – С. 11–19.
24. Ploumhans P. Vortex methods for high-resolution simulations of viscous flow past bluff bodies of general geometry / P. Ploumhans, G.S. Winckelmans // J. Computer Physics, 2000. – V. 165. – P. 354–406.
25. Горбань В.О. Вихревая структура потока при обтекании квадратной призмы: числовая модель та алгоритми управління / В.О. Горбань, І.М. Горбань // Прикладна гідромеханіка, 2005. – Т. 7. – № 2. – С. 8–26.
26. Koumoutsakos P. Boundary conditions for viscous vortex methods / P. Koumoutsakos, A. Leonard, F. Peprin // J. Computer Physics, 1994. – V. 113. – P. 52–61.
27. Черный Г.Г. Газовая динамика / Г.Г. Черный – М.: Наука, 1988. – 434 с.
28. Андронов П.Р. Вихревые методы расчета нестационарных гидродинамических нагрузок / П.Р. Андронов, С.В. Гувернюк, Г.Я. Дынникова – М.: Изд-во МГУ, 2006. – 184 с.
29. Kempka S.N. Accuracy consideration for implementing velocity boundary conditions in vorticity formulations / S.N. Kempka, M.W. Glass, J.S. Peery, J.H. Strickland // SANDIA Rep. N. SAND96-0583, UC-700, 1996. – 52 p.
30. Wu J.C. Numerical boundary conditions for viscous flow problems / J.C. Wu // AIAA J, 1996. – V. 14. – № 8. – P. 1042–1049.
31. Яненко М.М. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики / М.М. Яненко – Новосибирск: Наука, 1967. – 275 с.
32. Белоцерковский С.М. Математическое моделирование плоскопараллельного отрывного обтекания тел / С.М. Белоцерковский, В.Н. Котовский, М.И. Ништ, Р.М. Федоров – М.: Наука, 1988. – 232 с.
33. Nowakowski A. The pressure problem in the stochastic vortex blob method / A. Nowakowski, J. Rocicki, A. Styczek // ESAIM Proceed., – 1996. – V. 1. – P. 125–134.
34. Uhlman J.S. An integral equation formulation of the equations of motion of an incompressible fluid / J.S. Uhlman // NUWC-NPT Technical Report. – 10086, 1992. – 175 p.
35. Dynninkova G.Ya. The integral formula for pressure field in the nonstationary barotropic flows of viscous fluid / G.Ya. Dynninkova // J. Mathematics and Fluid Mechanics, – 2014. – V. 16. – P. 145–162.
36. Ламб Г. Гидромеханика / Г. Ламб – М.: ОГИЗ-Гостехиздат, 1947. – 928 с.
37. Abbot I.H. Theory of wing sections, including a summary of airfoil data / I.H. Abbot, A.E von Doenhoff – New York: Dover, 1959. – 330 p.
38. Gorban I.M. Flow control near a square prism with the help of frontal flat plates / I.M. Gorban, O.V. Homenko // Continuous and Distributed Systems III: Theory and Applications. Springer-Verlag, Berlin, 2016. – V. 69. – P. 353–387.
39. Karniadakis G.E. Three-dimensional dynamics and transition to turbulence in the wake of bluff objects / G.E. Karniadakis, G.S. Triantafyllou // J. Fluid Mechanics, 1992. – V. 238. – P. 1–30.
40. Eleni D.C. Evaluation of the turbulence models for the simulation of the flow over a National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) 0012 airfoil / D.C. Eleni, T.I. Athanasios, M.P. Dionissios // J. Mechanics Engineering Research, 2012. – V. 4. – № 3. – P. 100–111.

Стаття надійшла до редакції 10.02.17.

АНАЛІЗ, ОЦІНКА ТА ПРОГНОЗУВАННЯ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 311.3; 330.341.1

І.П. МАКАРЕНКО, О.Г. РОГОЖИН

СВІТОВІ ТЕНДЕНЦІЇ РОЗВИТКУ СИСТЕМ ІННОВАЦІЙНИХ ІНДИКАТОРІВ

***Анотація.** Розглянуто еволюційний процес розвитку інноваційних моделей та закономірності їх послідовної зміни. Виявлено взаємозв'язок між етапами розвитку інноваційних моделей та етапами розвитку систем індикаторів інноваційного розвитку. Здійснена систематизація методичних підходів до формування систем інноваційних індикаторів. Показано, що цей процес у світі досі не стандартизовано і країни розвивають такі індикатори, виходячи з національної специфіки. На прикладі ЄС показана важливість використання макроекономічних та інноваційних індикаторів в єдиному комплексі. Показана роль інноваційних індикаторів в євроінтеграційних процесах. Досліджено драйвери вдосконалення інноваційних індикаторів розвинених країн ЄС та країн, що швидко розвиваються. Проаналізовано системи індикаторів, розроблені експертами ООН, ОЕСР, Світового Банку, а також глобальні індекси інноваційного розвитку. Сформульовано рекомендації щодо основних напрямів створення системи інноваційних індикаторів в Україні.*

***Ключові слова:** інноваційні моделі розвитку, національні інноваційні системи, економіка знань, євроінтеграція, системи індикаторів, інноваційні індикатори, інтегральні індекси, системне макроекономічне середовище, економічна безпека.*

Вступ

Процес створення систем індикаторів інноваційного розвитку набув найбільшої інтенсивності в середині-кінці 2000-х рр. у «другому ешелоні» розвинених країн Західної Європи та Східної Азії. У технологічних і інноваційних лідерів (США та Японії) він був менш виразним, а індикатори, розроблені в цих країнах, важче використовувати в практичній діяльності державних органів і корпорацій. Ще меншою мірою цей процес торкнувся країн «третього» та «четвертого ешелонів», до яких належать і пострадянські країни. Тоді як в міжнародних організаціях процес розробки інноваційних індикаторів був дуже успішним. Чому так сталося? Чому спостерігається такий нерівномірний і строкатий

розвиток? Які завдання, крім основного, вирішувалися? Які особливості призвели до такого несподіваного результату?

Щоб відповісти на ці запитання, необхідно дослідити не тільки системи індикаторів як такі, але й умови, в яких вони сформувалися. Оскільки саме конкретно-історичні особливості розвитку соціально-економічних систем здатні загальмувати чи прискорити інноваційні процеси, що однаково небезпечно для соціуму. Новітня історія показала, що це може призводити до трагічних наслідків як всередині країн, так і в міжнародному масштабі. Вона засвідчила, які еволюційні форми підтримки науково-технічного прогресу (НТП) виявилися тупиковими, а які вивели свої країни в економічні лідери.

Особливо важливо отримати обґрунтовані відповіді на зазначені питання для умов сучасної України, яка має потенціал генерування інновацій, однак десятиліттями не може його реалізувати на практиці.

Метою статті є огляд основних тенденцій світового процесу створення систем інноваційних індикаторів для вироблення рекомендацій щодо формування такої системи в Україні. Для її досягнення вирішуються завдання:

- систематизації моделей інноваційного процесу;
- визначення етапів розвитку інноваційних індикаторів у світі в останні десятиріччя та станом на початок 2016 р.;
- огляд основних систем інноваційних індикаторів.

Систематичні дослідження світових тенденцій розвитку систем інноваційних індикаторів в Україні не здійснювалися. Водночас окремі важливі фрагменти цієї теми в різні часи розглядали М. Ворончук, О. Трофимчук, В. Соловійов, В. Кузьменко, І. Єгоров, І. Жукович, Ю. Рижкова, В. Чехун, В. Головатюк, В. Грига, С. Черненко, В. Найдюнов, А. Стояновський, В. Ляшенко, А. Землянкін, І. Підоричева, В. Мальцев, Г. Кореняко, І. Бортнік, В. Коцюбинський, А. Сорокіна та інші.

1. Етапи інноваційної інтеграції європейських країн

В Україні питання створення адекватної системи інноваційних індикаторів стоїть дуже гостро. Незважаючи на експерименти із запозичення та імплементації європейського досвіду, вона досі не створена, а показники, які використовує Держстат України [1], не задовольняють ні дослідників, ні політиків, ні практиків.

Разом із тим виявилось, що методичні підходи до розробки економічних, зокрема інноваційних індикаторів, які були успішно використані в розвинених країнах ЄС та ОЕСР, зазвичай важко реалізувати в країнах, що розвиваються. Причини цього можуть бути різними, але існує спільна думка про першорядність впливу фактору недостатнього розвитку інституційного середовища та економіки загалом. Тому для кожної країни доцільно створювати власну систему інноваційних індикаторів, що має відповідати її особливостям та функціонувати паралельно із системою макроекономічних індикаторів для забезпечення процесу виведення економіки на вищий рівень розвитку, якого вже досягли країни-лідери ЄС.

Тобто створення ефективної системи інноваційних індикаторів не вичерпує проблему належної інформаційної підтримки управління розвитком країн із ринками, що розвиваються. Необхідно також відслідковувати загальний рівень економічного розвитку, визначений основними макроекономічними

показниками, зокрема Системи національних рахунків (SNA), а також – стратегії економічного розвитку, що практично реалізуються.

На ці обставини мало хто з вітчизняних дослідників звертає увагу. Особливо на те, що європейська система інноваційних індикаторів (Європейське інноваційне табло, EIS) є лише складовою частиною, одним з кроків стратегії європейського економічного об'єднання, який у послідовності стадій зближення країн ЄС є не першим, а четвертим. Ці стадії стосуються третього (1992–2002 рр.) з чотирьох етапів інтеграції у складі загального об'єднувачого процесу європейських країн

На першій стадії економічної інтеграції конвергенція мала суто макроекономічне спрямування – зближення за загальноекономічним рівнем та досягнення певних значень макропоказників національних фінансових систем, відповідних копенгагенським критеріям економічного і монетарного союзу. Зокрема: рівнів дефіциту бюджету до ВВП ($\leq 2-3\%$); державного боргу до ВВП (до 60 %); базових рівнів інфляції – не більше 2% (не має перевищувати на 1,5% середній рівень інфляції трьох країн союзу із найменшою інфляцією); довгострокові відсоткові ставки не мають перевищувати 2% трьох країн об'єднувачого процесу з найменшою інфляцією; безробіття – до 6%; ВВП – не менше \$11 тис. на душу населення; валюта не повинна девальвувати протягом двох років і має коливатися в межах 2,25% тощо. Рівні безробіття та ВВП на душу населення не є копенгагенськими критеріями, але визначаються ними, що важливо як індикатор їх досягнення. Лише на четвертій стадії було передбачено зближення за рівнем інноваційного розвитку. Весь перехідний період до монетарного союзу євро зайняв три роки, запровадження євро також відбулося не водночас, а розтяглося на три роки. Тому без врахування контексту конвергенції неможливо адекватно зрозуміти соціально-економічний зміст європейських інноваційних індикаторів та інтегральних індексів [2, 3, 4].

Побудові системи інноваційних індикаторів в Європі передувала маастрихтський процес як складова загального об'єднувачого процесу, розпочатого після Другої світової війни зі створення «спільного ринку». Для індикаторів інноваційного розвитку особливо важлива його завершальна фаза – останні 10 років після підписання Маастрихтської угоди (07.02.1993 р.), коли визначилися «три колони» ЄС і стався вихід на четвертий та п'ятий – найвищі рівні економічної інтеграції.

Перш ніж постало питання про валютне об'єднання в процесі економічної інтеграції, були визначені індикатори – значення макроекономічних показників, критеріїв яких мали досягти всі країни-претенденти на входження в ЄС. Для подолання труднощів з їх досягнення і врахування національних особливостей, усім країнам було призначено певний термін. Наприклад, через наявність «слабкої ланки» (країн «латинської» Європи – Греції, Італії, Іспанії, Португалії), на час об'єднання дозволялося мати дефіцит держбюджету до 3%, хоч загальноприйнятим критерієм економічної безпеки вважається дефіцит до 2% від ВВП, досягти якого було по силам лише представникам «сильної», «протестантської» Європи [2]. Процес досягнення цих та інших визначених макроекономічних показників став першим кроком до економічного об'єднання Європи. Лише після цього розпочалася друга стадія економічного інтегрування – перехід на євро та створення економічних наднаціональних структур європейських країн. Тобто, якщо дотримуватися європейського досвіду зближення з ЄС, економіці, що

розвивається, неприпустимо ігнорувати макроекономічні показники (особливо SNA) в інноваційній політиці.

Певний набір макроекономічних показників залишився чинним орієнтиром і після створення європейського валютного союзу. Зокрема, це стосується значень інфляції, дефіциту бюджету, державного боргу, рівнів доходів на душу населення та безробіття. Даний факт є ознакою адекватного врахування європейськими політиками визначальної ролі стану макроекономічного середовища, залежного від рівня розвитку економічних систем та рівня соціальних стандартів. Нехтування цим неодмінно спричинило б ризики фінансового дисбалансу та втрат, які б унеможливили отримання позитивних результатів від спільної інноваційної діяльності. Тому запровадження індикаторів моніторингу інноваційної діяльності відбулося тільки по закінченні макроекономічної гармонізації країн ЄС, об'єднання європейських країн у Союз та досягнення консенсусу з інноваційної стратегії.

Змістом наступної, третьої стадії європейської економічної інтеграції стала започаткована Лісабонською стратегією (2000 р.) об'єднана політика ЄС вже на інноваційній основі. В рамках її реалізації розпочалося формування інноваційних платформ та економіки знань із акцентом на навчання протягом всього життя [5].

На цій стадії були визначені цілі та завдання, створені й апробовані інструменти «інноваційного» об'єднання європейських країн, зокрема індикатори Інноваційного табло. Запуск такого табло на національному та регіональному рівнях у всіх 27 країнах ЄС став початком переходу до інноваційної інтеграції – четвертої стадії економічної інтеграції.

На четвертій стадії яскраво виявилися європейські традиції християнської поваги та етики до людини та суверенітету країн. Визначені індикатори інноваційного зближення не висували жодних адміністративних чи законодавчих вимог. Країни мали вирішувати самостійно, яким чином і в якому темпі досягати вирівнювання між країнами в межах зазначених індикаторів. Єдиною вимогою була єдність мети розвитку, оформлена домовленістю про прийняття спільної стратегії в Лісабоні та наступних стратегій, що її доповнювали.

Концепція навчання протягом життя, що органічно поєдналася з Лісабонською стратегією (2000 р.), передбачала досягнення консенсусу в розумінні змісту перетворень у процесі такого навчання з метою спільної узгодженості інтеграційних зусиль. Звідси – урок для України: необхідно хоча б у експертному середовищі досягти належного усвідомлення гуманітарного змісту як основи європейської економічної та інноваційної політики.

Наші дослідники [6] зазвичай ігнорують цю ключову обставину, пропонуючи просто запозичити сучасні європейські індикатори та політику, транзитивно оминаючи всі попередні етапи євроінтеграційної гармонізації. Але намагання прискореними темпами запровадити орієнтири інноваційного табло європейського типу без попереднього досягнення першої стадії зближення (певних значень макроекономічних показників) закономірно призведе до передчасного стимулювання ліберальної моделі політики, що стане причиною зростання інфляції та інших загроз економічній безпеці.

На такі загрози центральні банки, як правило, реагують запровадженням рестриктивної (обмежувальної) монетарної політики з метою стримування інфляції. Але така політика неминуче викликає зростання відсоткових ставок,

що запускає процеси пригнічення і згортання малого та середнього бізнесу, гальмування промислового розвитку. Тобто саме того, чого свідомо уникали європейці, здійснюючи поступову, зважену політику. Розуміючи проблеми та виклики, які виникали на шляху об'єднаної процесу, вони створювали інструменти та методи їхнього подолання, ефективно контролювали процес, не шукаючи іноземні аналоги для запозичення, а вирішували проблеми власними силами. Головним орієнтиром для них були їхні власні особливості, які й обумовили появу унікальної системи індикаторів інноваційного розвитку – Інноваційного табло. Це стало черговим доказом усвідомлення важливості ролі саморегулювання (зокрема самообмеження) як альтернативи адміністративно-командному регулюванню у формуванні загальних міжнародних стандартів.

Передача важелів управління розвитком економікою від центрального банку до уряду, що сьогодні пропонується в Україні, також не вирішує проблему. По-перше, тому, що більшість молодих реформаторів є вихідцями з «традиційного» бізнесу та корпоративних структур, звичними до торгівлі (меркантилізму) й недостатньо розуміючими пріоритетне значення науки, інновацій і системного макроекономічного середовища. По-друге, зростання частки державних витрат навіть із метою створення інноваційної промисловості викликатиме ефект «витіснення», зменшення інвестицій [7, с. 251], а через це – витіснення малого та середнього бізнесу. Оскільки зростання державних витрат сприяє збільшенню відсоткових ставок в масштабах національної економіки.

Викликом для переходу на інноваційний шлях розвитку української економіки є подолання її еволюційного відставання від розвинутих країн. Останні вже зайняли світові ринки інноваційної продукції, що створює додаткову конкуренцію. Ліквідація розриву за рівнем розвитку часто ускладнюється через «зачароване коло» слабкої економіки – брак необхідних ресурсів спричиняється браком інноваційної продукції. Щоб розірвати це коло і раціонально використати дефіцитні ресурси, варто розробляти стратегію подолання зазначеного розриву, яка для виконавців та зовнішніх партнерів структурується етапами реалізації та описується індикаторами досягнення кожного певного етапу. Цим подається сигнал, зрозумілий і для зовнішніх партнерів, і для співвітчизників щодо того, які існують проблеми розвитку та адекватні відповіді на ці виклики.

З урахуванням зазначених обставин стає очевидною помилковість політики швидкого впровадження в Україні методів управління інноваційними процесами, притаманних розвиненим європейським країнам. Маємо пройти підготовчий період, протягом якого реалізувати заходи з вирівнювання структури економіки та досягнення значень макроекономічних показників, наближених до маастрихтських вимог, щонайменше стосовно рівнів інфляції, безробіття, державного дефіциту, боргу та доходів на душу населення. Також має бути поширена макроекономічна культура, основу якої становлять норми протестантської етики, притаманної англо-саксонській, зокрема, фінансово-банківській культурі.

Неможливість застосування однакового інформаційного інструментарію на різних стадіях розвитку національних економічних систем підтвердило наше дослідження випереджаючих індикаторів наближення соціально-економічних та валютно-фінансових криз. Як і у випадку з інноваційними індикаторами, спроби застосування прогнозних показників і методів,

використовуваних в Європі та світі, виявилися невдалими через структурну недосконалість економіки України та її інституційного середовища. Тобто через перебування на різних стадіях розвитку і необхідність контролю за вирішенням різних завдань [8, с. 103].

Для забезпечення найбільш соціально прийнятної та економічно продуктивного входження в європейський інноваційний простір доцільно обрати стратегію природної інтеграції з ним. Вона полягає не в «перестрибуванні», а в проходженні у пришвидшеному темпі всіх необхідних стадій еволюційного розвитку, який вже пройшли розвинені країни світу (і в досягненні всіх поставлених цілей на кожній із стадій). Перелік показників-індикаторів для кожної стадії задає цільові орієнтири, які необхідно досягти у певній послідовності для гармонійного входження у європейський простір та активізації інноваційних процесів. Стадії розвитку відображаються еволюційними змінами напрацьованих в світі моделей інноваційного процесу.

2. Еволюція моделей інноваційного процесу

Процес створення систем інноваційних індикаторів розпочався відносно недавно, оскільки визначення Й. Шумпетером категорії «інновація» сформульовано лише на початку ХХ ст. і було остаточно оформлено ним у праці «Ділові цикли» в 1939 р. [9].

Але практика управління інноваційними процесами в провідних країнах світу за допомогою двох економічних інститутів – підприємництва та держави – має значно тривалішу історію. Підприємницька практика управління інноваціями панувала протягом ХІХ ст., коли були послідовно створені два технологічні уклади як результат першої та другої промислової революції. Державне управління домінувало під час війн наприкінці ХІХ – у першій половині ХХ ст., викликане потребою вдосконалення зброї, що вимагало державного стимулювання промисловості та інновацій. Особливо яскраво вплив інституту держави виявився у прискоренні масштабних інновацій напередодні та під час Другої світової війни, коли відбувся перехід до двигуна внутрішнього згоряння та атомної енергетики. Жодний підприємець чи корпорація не були в змозі створити потік капіталів, здатний фінансувати ці проекти, що потребували напруження всієї національної економічної системи та узгодження дій кожного учасника. Це актуалізувало подальше зростання ролі держави, державних фінансів та передової науки, що могла фінансуватися лише з загальнодержавних джерел.

Першими на цей виклик відповіли Німеччина та СРСР. Другими – всі інші країни-лідери. І тільки у повоєнний період розпочалося наукове осмислення того, що сталося, у формі побудови і поєднання теоретичних моделей підприємництва, ринкових та державних стратегій. Трагедія Другої світової війни є сумною ілюстрацією і попередженням щодо того, якого масштабу може сягнути загроза безпеці у разі зволікання з інноваціями та гальмування їхнього розвитку.

У повоєнний період припустимо виділити чотири еволюційні етапи інноваційної (та науково-технічної) політики, які в різних промислово розвинутих країнах реалізовувалися в наступній послідовності, іноді з певними відхиленнями від них [10, с. 14-15]: політика технологічного

поштовху; політика ринкової орієнтації; політика соціальної орієнтації; зміна економічної структури господарського механізму.

Політика "технологічного поштовху" виходила з того, що пріоритетні напрями розвитку науки та техніки визначала держава в ході виконання своїх основних функцій оборони та безпеки. Вона володіє необхідними для цього матеріальними ресурсами, експертизою, інформаційним забезпеченням та контролює їх. Механізм генерування інновацій, що формується такою політикою, узагальнюється визначенням: «інновації, що підштовхуються кризою». Безпекова функція держави реалізується за якомога повної концентрації та тотального контролю наявних ресурсів для винайдення і виробництва інноваційних видів зброї та досягнення військового лідерства.

Політика «ринкової орієнтації» віддає провідну роль ринковому механізму в частині розподілу ресурсів та вибору напрямів розвитку науки та техніки в мирний, повоєнний період. Така політика передбачає певне дистанціювання держави від інноваційних процесів, делегування нею «маркетингових» функцій природним ринковим інститутам самоорганізації економіки. Акцент в державному управлінні інноваціями зміщується в бік опосередкованого впливу. Безпекова функція держави зміщує акцент в бік економічної безпеки, що полягає у посиленні антикризової політики, внутрішньої безпеки (дифузії інновацій з ВПК у цивільний сектор). Така політика сприяє прискореній реалізації інноваційних ніш та можливостей, із ними пов'язаних, створених у період політики технологічного поштовху. Механізм генерування інновацій в даному випадку узагальнюється визначенням: «інновації, що підтягаються ринком».

Політика «соціальної орієнтації» передбачає певне державне регулювання соціальних наслідків НТП (зокрема, створення соціальних автоматичних стабілізаторів), а процес ухвалення рішень базується на широкому соціально-політичному консенсусі із залученням широкої громадськості. Тому вектор інноваційного розвитку формується соціальним запитом. За такої політики безпекова функція держави реалізується у сприянні сталому розвитку, підтриманні фінансових балансів та досягненні економічного лідерства.

Формування постійно діючого механізму інновацій потребувало встановлення балансу між крайнощами двох попередніх видів політики. Забезпечення стабільно високих соціальних економічних стандартів формує стабільний і ємний ринок попиту на інноваційні товари тривалого використання широкого вжитку, що призводить до успішної реалізації створеного на попередніх етапах інноваційного потенціалу.

Цей вид політики також передбачає розроблення стратегій, політичних орієнтирів, індикаторів їх досягнення. Її, передусім, потребують розвинені країни «другого ешелону» лідерів (наприклад, європейські), де системи інноваційних індикаторів набули найбільшого розвитку. Наявність такої політики є сигналом, що в соціумі бракує певної форми етики, необхідної для самоорганізації інноваційних процесів, що компенсується допомогою з боку держави (її політикою та її індикаторами) для забезпечення збалансованого розвитку.

Четвертий етап – зміна економічної структури господарського механізму – зумовив потужний вплив передової технології на: розв'язання соціально-економічних проблем, зміну галузевої структури, взаємодію господарських суб'єктів, рівень і якість життя тощо. Усе це супроводжувалося виникненням нових форм організації механізмів управління розвитком науки і техніки та

їхньої взаємодії із підприємництвом. На цьому етапі відбувається завершення реалізації чинної парадигми розвитку і забезпечується готовність до корінних змін в економіці та політиці. Тобто до переходу на нову парадигму із новим змістовим наповненням інновацій та новою моделлю розвитку, що потребує перехідного періоду.

За фактом, найуспішніше подолали всі чотири етапи еволюції країни, які від початку дотримувалися політики ринкової орієнтації. Особливого успіху досягли ті з них, що посилювали ринкову орієнтацію в грошовій, фінансовій та валютній сферах, формуючи макроекономічне середовище, якому держава делегувала функції фінансового управління розвитком, зокрема інноваційним, корпорацій та економіки в цілому (США, Японія). В цих країнах лібералізм та демократія досягли найвищого рівня, що привело не до руйнації економіки, а до прискорення інноваційного саморозвитку, який і вивів їх у беззаперчні лідери. Саме через ринкову орієнтацію ці країни найменше потребували розробки індикаторів інноваційного розвитку. Високий рівень самоорганізації економіки був самодостатнім, що мінімізувало потребу у додаткових державних зусиллях та у створенні індикаторів моніторингу за їх ефективністю. Але такий вид політики потребує особливо високого рівня етики в банківській та фінансовій сферах, що поки що є великою рідкістю.

Не потребує додаткових пояснень неможливість механічного запозичення цього виду політики й автоматичного отримання позитивних результатів від неї у економіці будь-якої іншої країни. Перехід від потужного державного впливу на управління інноваціями до опосередкованого (за посередництва лише системного макроекономічного середовища із максимальним залученням фінансових ринків) за відсутності в суспільстві загальноприйнятої практики і культури християнського самообмеження здатний лише зашкодити економічній системі. Перехід має бути поступовим, із послідовним проходженням згаданих вище етапів, що обов'язково потребує розвитку інституту чесності перед Абсолютом [11]. Без цього неможливо створення банків швейцарського та британського типів, а без них – неможлива ефективна самоорганізація інноваційної економіки.

Про еволюційну закономірність зміни зазначених стадій розвитку свідчить також існування п'яти поколінь моделей інноваційного процесу (табл. 1), перші чотири з яких відповідні еволюційним етапам організації інноваційного процесу (інноваційної політики), описаним вище. П'яте покоління моделей відображає перехід на нову парадигму розвитку, пов'язану із реалізацією можливостей інформаційних технологій (перехідний період між парадигмами розвитку), і є першим поколінням моделей інноваційних процесів нової парадигми.

Кожне з п'яти поколінь моделей відобразило тогочасний стан інституалізації інноваційних процесів у їхній еволюції – від простих до складних форм. Їх розвиток пройшов крайнощі потужного державного та потужного ринкового впливів і привів до еволюційно обраного оптимуму.

На початковому етапі постулювалося пріоритетне значення науково-технічних досягнень, що відповідало класичній схемі адміністративного прискорення науково-технічного прогресу у формі «технологічного поштовху» [12]. Такі схеми довели свою ефективність у військово-промисловій гонці між світовими війнами, в часи «холодної війни» та досі популярні в деяких країнах.

Таблиця 1 – П'ять поколінь моделей інноваційного процесу

I. Технологічний поштовх (1950–1960 рр.)	Послідовний процес, ініційований пропозицією – науково-технічним «поштовхом». ВПК комерціалізує результати НДДКР. Акцент на державне замовлення та стимулювання НДДКР.
II. «Підтягання ринком» (середина 1960-х – 1970-ті рр.)	Ініціювання споживчим попитом (ринком), також як послідовний процес. Акцент не на державний тиск, а на маркетинг. Ринок стає джерелом інформації про корисність, корегує напрями НДДКР, які відіграють підпорядковану роль.
III. Парна модель (середина 1970-х – 1980-ті рр.)	Послідовна модель, доповнена контурами зворотного зв'язку від пізніших до попередніх стадій процесу. Відображає взаємодію «поштовху» та «підтягання». НДДКР і маркетинг збалансовані краще. Акцент на взаємодії НДДКР і маркетингу.
VI. Інтегрована модель (початок 1980-х до 1990 рр.)	Взаємодія розробників, що сформувалися паралельно, їх поєднання партнерськими і постачальницькими зв'язками – матрична модель управління. Тісна взаємодія із споживачами. Акцент на поєднанні НДДКР і виробництва. Горизонтальна співпраця, спільні підприємства та стратегічне партнерство.
V. Системно інтегрована мережева модель (після 1990 р.)	Тісно інтегрований паралельний розвиток, підтриманий передовою інформаційною технологією. Використання експертних систем та імітаційних моделей. Орієнтація на споживача як перспективна стратегія. Стратегічна інтеграція з основними постачальниками, включно із спільною розробкою нових продуктів та іншого. Горизонтальні зв'язки у формах: спільних підприємств, партнерських угруповань дослідників, спільних маркетингових досліджень тощо. Акцент на структурній гнучкості, швидкості розвитку (стратегії, орієнтовані на час), якості та інших нецінових факторах.

Джерело: побудовано на основі [13, с. 21]

Друга модель «підтягання ринком» акцентувала увагу на визначальній ролі потреб споживачів (ринків товарів і послуг), на задоволення яких спрямовуються прикладні розробки й виробництво. Але з огляду на проблему «провалів ринку» ця модель відобразила ще одну, протилежну крайність інноваційної політики.

Цей недолік було виправлено в третій моделі інноваційного процесу, згідно з якою науково-технічний прогрес і потреби ринків (суспільства взагалі) взаємозалежні. Однак структура цієї взаємозалежності в ній подана надто спрощено, недостатньо чітко відображена роль фірми як основного виробника інноваційної продукції. У 1980-х рр. структура взаємодій у процесі винаходу, виробництва і виведення на ринок інноваційної продукції була деталізована на всіх етапах інноваційної діяльності, особливо на рівні фірм [10].

Останнє, п'яте покоління моделей поєднало структуру інноваційного виробництва на рівні фірм із чинниками зовнішнього середовища на національному рівні – економічними, ресурсними, соціальними, політичними, інфраструктурними [14]. Цим було враховано вплив досліджених у 1990-х рр. структур НІС на діяльність інноваційних фірм як

регулятора інноваційного процесу. Яскравим представником цього покоління є модель формування так званої «інноваційної екосистеми» [15, 16].

Описані підходи до моделювання інновацій дослідники обґрунтовано критикують за їхню відірваність від даних емпіричних спостережень, недостатність і суперечливість теоретичного підґрунтя та за тенденцію розглядати інноваційну діяльність як ізольований процес [13, с. 54]. Однак із урахуванням цього брати до уваги зазначені моделі необхідно, оскільки саме вони пояснюють зміст і структуру сучасних систем показників-індикаторів статистичного моніторингу за перебігом інноваційних процесів на мікро- і макрорівні.

Слід зауважити, що далеко не все в описаному процесі вкладається у наведену схему. Ухил у бік ринкових моделей, особливо в США та частково в Японії, де поширені крайні ліберальні та лібертаріанські моделі, зупинило коливання еволюційного «маятника» у крайньому «ринковому» положенні. Можливо, саме через це їхні економіки стали найбільш інновативно сприятливими. Це підводить до думки про необхідність здійснення соціальних інновацій, які б сприяли реалізації інноваційного потенціалу економіки завдяки впровадженню особливого інституту «інноваційної етики», без якої важко реалізувати ліберальні моделі.

Необхідність державного впливу на інноваційний розвиток поставила перед деякими країнами та макрорегіонами світу завдання розроблення систем виміру ефективності такого впливу. Перш за все на це зреагували європейські країни та країни АТР. Для європейських країн цей крок був посилений інтеграційними процесами. В ЄС працюють над системами індикаторів Євростату [17], що оновлюються майже щорічно у складі основного інструмента вимірювання ступеня інноваційної інтеграції країн ЄС – Європейського інноваційного табло (European Innovation Scoreboard, EIS) [3, 4].

Розвиток республік СРСР до середини 1980-х рр. відбувався в умовах політико-ідеологічних обмежень, що унеможливлювали використання моделей економічного (ринкового) формату, оскільки заперечувалися ринкові інститути. Тоді як економічний формат та ринкові інститути стали єдино вірним еволюційним напрямом розвитку інновацій в цей період через необхідність потужної дифузії інновацій, чому можна було сприяти тільки шляхом підтягання ринком. Але в республіках СРСР, незважаючи на відсутність ринку та потужний державний вплив на НТП із гальмуванням дифузії інновацій в сектор товарів широкого вжитку протягом усієї історії, індикаторами інноваційного розвитку (можливими дороговказами для розробки стратегій з подолання цього розриву) не займалися, що сприяло краху системи. І в пострадянських країнах ними майже не займаються, що свідчить про відсутність реальної інноваційної політики та інноваційної моделі, на подив усьому світові.

В цей період розробка систем індикаторів вже була підтримана зусиллями міжнародних організацій, зокрема ОЕСР [18], Світового банку [19], Всесвітнього економічного форуму. З подачі ООН Корнельський університет (США) у творчій співдружності з INSEAD та WIPO (Світова організація інтелектуальної власності) розробив та підтримує систему періодичного моніторингу країн світу за Глобальним інноваційним індексом (Global Innovation Index, GII) [20]. Організація «R&D» Battelle розробила глобальну систему індикаторів [21], яка дає можливість прогнозувати інноваційний розвиток на основі показників фінансування наукових досліджень і розробок.

Макроекономічні умови розвитку економічних систем відображені показниками Системи національних рахунків (SNA) ООН в редакції 1993 та 1998 рр. За останні 20 років МВФ створив систему макроекономічних індикаторів платіжного балансу [22]. Ця система, прийнята всіма центральними банками, в узагальненому вигляді оцінює стан розвитку будь-якої суверенної країни у міжнародному порівнянні. І, як показала практика ЄС, її небажано відокремлювати від систем індикаторів інноваційного розвитку та інноваційної політики взагалі, оскільки саме вона задає для них загальноекономічний контекст.

Прогрес економік країн азійського макрорегіону пов'язують із удосконаленням їхніх національних інноваційних систем (НІС). Розробка інноваційних індикаторів для контролю за розвитком НІС в цих країнах стало важливою подією [12, 23, 24]. Після того, як країни Східної Азії піднялися у світових рейтингах загальноекономічного та інноваційного розвитку, багато чого з їх систем індикаторів було запозичено й поширено країнами Європи.

Процес створення систем інноваційних індикаторів, поступово прискорюючись, дійшов максимальної інтенсивності в 2008 році і продовжує розвиватися в глобальній економіці, значною мірою віддзеркалюючи національні особливості кожної країни.

У світовому масштабі він відбувається складно. На відміну від показників SNA ООН, інноваційні показники й досі не зведені в єдину систему міжнародних стандартів і розпорошені по багатьох документах. Це вимагає від кожної країни не лише врахування світового досвіду, а й визначення власного шляху формування ефективної системи таких індикаторів з огляду на національні особливості.

3. Розвиток систем інноваційних індикаторів у світі міжнародними організаціями

Процес розпочався в 1978 р., коли ЮНЕСКО були розроблені рекомендації з міжнародної стандартизації статистики у сфері науки і техніки. На основі зазначених рекомендацій Робочою групою з питань статистики науки і техніки ОЕСР було підготовлено керівництво «Frascati Manual» [18] (остання редакція 2002 р.), яке широко застосовується для статистичних оцінок виконання НДДКР і по теперішній час.

У середині 1990-х рр. спільним проектом ОЕСР та Євростату розроблені керівництва з людських ресурсів у сфері науково-технічних розробок «Sanbetta Manual» [25] та з інноваційної діяльності «Oslo Manual» [17] (остання редакція 2005 р.). Вони призначені для використання в країнах-членах ОЕСР, тобто там, де сформувалися розвинені економіки. Однак остаточно не з'ясовано, наскільки адекватно ними відображається ситуація в країнах, які не досягли рівня розвинених країн.

Значна частина сучасних оцінок про рівень розвитку науки і техніки в країнах світу отримується в результаті вимірювань на основі принципів, встановлених у Frascati Manual, де враховані Рекомендації ЮНЕСКО щодо стандартизації статистики у сфері науки і техніки. Цей підхід реалізовано і в OECD Science, Technology and Industry Scoreboard [26], що публікується з 1999 р., остання версія за 2015 р. У Science and Engineering Indicators, який розраховує National Science Foundation США, дані про НДДКР (R&D) щодо

персоналу і витрат доповнено показниками отриманого результату на основі підрахунку наукових публікацій і оформлених патентів, а також – фінансової віддачі від використання технологій та статистичних даних про торгівлю високотехнологічними товарами. Ці звіти виходять з 1989 р., остання версія – за 2016 р. [27].

У середині 1990-х років ОЕСР визначив основні принципи оцінки національних інноваційних систем різних країн: вимірювання потоків знань як інтелектуального капіталу та групування НІС у порівняльному полі ознак [28]. Наголошувалося на дефіциті інформації про потоки знань і на тому, що опосередковані статистичні індикатори (наприклад витрати на НДДКР, патенти, виробництво і торгівля високотехнологічною продукцією) дають лише наближення до структури потоків знань в інноваційних процесах. Із того часу пошук більш адекватних вимірювачів потоків інтелектуального капіталу відбувається на основі трьох аналітичних (методичних) підходів: інноваційні обстеження на рівні фірм – опитування соціологічними методами (innovation surveys), вивчення взаємодій у кластерах (cluster interactions), вивчення міжнародних потоків знань (international knowledge flows).

У 2004 р. Світовим банком у рамках програми «Знання для розвитку» (Knowledge for Development, K&D) запропоновано комплексний підхід для оцінки економіки, заснованої на знаннях. Розроблена ним методика (The Knowledge Assessment Methodology, КАМ) порівнює і вимірює готовність країн до переходу на модель розвитку, засновану на знаннях, із використанням десятків показників, які інтегруються у 12 індикаторів, що згортаються у чотири композитні субіндекси (економічного й інституційного режимів, освіти, інновацій, інформаційно-комунікаційних технологій), а ті, у свою чергу, у два інтегральні індекси: індекс знань (The Knowledge Index, KI) та індекс економіки знань (The Knowledge Economy Index, KEI). Останнє в часі ранжування країн світу за KEI здійснене у 2012 р. [19].

Результати досліджень Майкла Портера і його співробітників, оприлюднені в 2001 р., показали, якою великою мірою національне економічне середовище й інститути впливають на успіх інноваційної діяльності (на продуктивність перетворення інвестицій на інновації) і через це на конкурентоспроможність, і в країнах ОЕСР, і економіках, що розвиваються. Саме М. Портер поширив думку, що живучість інновацій в країні вимірюється її національною інноваційною спроможністю (national innovative capacity). Структура показників інноваційної спроможності орієнтована на врахування факторів, які уможливають успішну інноваційну діяльність в країні [29]: базова інноваційна інфраструктура; специфічне кластерне інноваційне середовище (взаємопов'язані фірми і організації, що комерціалізують винаходи); розвиток зв'язків між інноваційною інфраструктурою та кластерами.

Тому з 2001 р. у звітах Всесвітнього економічного форуму Global Competitiveness Report Survey (остання редакція за 2016 р.) в складі Індексу глобальної конкурентоспроможності (GCI) наводиться пов'язаний з інноваційною спроможністю субіндекс «Технологічна готовність» на основі індикаторів: наявність передових технологій, впровадження технологій на рівні фірм, прямі іноземні інвестиції та трансфер технологій, відсоток користувачів Internet, користувачів стаціонарного швидкісного Internet, середня швидкість Internet, користувачів мобільного швидкісного Internet. До складу GCI також

входить субіндекс «Інновації» за індикаторами: здатність до створення інновацій, якість науково-дослідних інститутів, витрати корпоративного сектора на НДДКР, науково-дослідна співпраця університетів і промисловості, державні закупівлі високотехнологічної продукції, наявність і кваліфікація науковців та інженерів, заявки на РСТ-патенти (патенти країн-учасників Договору про патентну співпрацю) [30].

Основними міжнародними системами власне інноваційних індикаторів є Глобальний інноваційний індекс ГІІ (щорічні звіти за 2007–2015 рр.) та Європейське інноваційне табло EIS (звіти за 2001–2009 рр.), реформоване у Інноваційне табло союзу, IUS (звіти за 2010–2015 рр.), що з 2016 р. знову зветься Європейське інноваційне табло EIS.

В останній версії ГІІ 2015 [20] для 141 країни на основі 79 вхідних показників-індикаторів розраховано 7 тематичних субіндексів: інституції (політичне середовище, регуляторне середовище, бізнес-середовище); людський капітал та дослідження (освіта, вища освіта, науково-дослідний сектор); інфраструктура (інформаційно-комунікаційні технології, загальна інфраструктура, екологічна збалансованість); розвиток ринків (кредит, інвестування, торгівля і конкуренція); витонченість бізнесу (освіченість працівників; інноваційні взаємодії, абсорбція знань); виробництво знань і технологій (створення знань, вплив знань, поширення знань); креативна продукція (нематеріальні активи, креативні товари та послуги, інтернет-виробництво). На їх основі отримують 4 результуючі показники: субіндекс інноваційних зусиль (вкладень і ресурсів); субіндекс інноваційного результату; індекс ГІІ (просте середнє від інтегральних субіндексів); рівень інноваційної ефективності (відношення субіндексів інноваційного результату та інноваційних зусиль).

У EIS 2016 [4] для 46 країн ЄС та його основних економічних партнерів і сусідів 25 вхідних показників поєднуються у 3 тематичні групи і 8 підгруп: інструменти реалізації (людські ресурси, система організації досліджень, фінансова підтримка); інноваційна діяльність фірм (інвестиції фірм у НДДКР та інновації, зв'язки та підприємництво, інтелектуальні активи); результати (фірми-новатори, економічний ефект).

Загалом, процес формування і теоретичного обґрунтування систем інноваційних індикаторів у світі ще далеко не закінчений. У найширшому з відомих нам узагальнень, здійсненому в 2007 р. [15], показники, що описують інновації, впорядковані і зведені в єдину систему відповідно до уявлення про основні компоненти і зв'язки в НІС як в «інноваційній екосистемі», що підтримує інноваційний процес на всіх стадіях і рівнях. Згідно із цим, визначено такі основні структурні блоки інноваційних індикаторів: умови здійснення інноваційної діяльності, інноваційні зусилля (вкладення і ресурси), інноваційна діяльність (її ділові моделі та технологічні процеси), науково-дослідний результат, економічний результат, вплив на суспільство (соціальний результат).

4. Українські реалії

За результатами дослідження еволюції моделей інноваційного розвитку стає зрозумілим, що Україна міцно «застрягла» на її першому етапі з домінуванням

уявленнь про виключну роль держави. І що така негнучкість загрожує її економічній та національній безпеці.

Для більшості країн світу, що розвиваються, здійснювати порівняльну оцінку за розробленими в ЄС чи міжнародними організаціями інноваційними індикаторами складно. Для отримання такої оцінки щодо України довгий час були доступні лише дані двох міжнародних обстежень – Глобального індексу конкурентоспроможності (GCI) та Глобального інноваційного індексу (ГІІ). У 2016 р. сталася визначна подія. Україна увійшла в орбіту спостережень Європейського інноваційного табло (EIS).

У GCI 2015–2016 [30, с. 354–355] за індикаторами конкурентоспроможності України станом на 2014 р. найгірша ситуація спостерігалася з: макроекономічним середовищем (134-та позиція в рейтингу), інституційним середовищем (130), розвиненістю фінансового ринку (121) та розвиненістю товарних ринків (106). А найкраща – із вищою освітою і навчанням (34), розміром ринку (45) та здоров'ям і початковою освітою (45).

Власне інноваційна діяльність оцінена на середньому рівні (54), тоді як технологічна готовність (86) і досконалість бізнесу, що створює потребу у інноваціях (91), – значно нижче середнього. Серед інноваційних індикаторів найкращі позиції відзначені за показниками наявність і придатність науковців та інженерів (29), якість науково-дослідних інститутів (43), патентування (50). А найгірша – за показником державних закупівель високотехнологічної продукції (98).

За інтегральним індексом ГІІ 2015 Україна отримала ранг вище середнього: 64-та позиція серед 141 країни (за ГІІ 2014 – 63-тя позиція). Ще вищий ранг маємо за субіндексом інноваційного результату (47), через розвинене винахідництво. Значно гірший – за субіндексом інноваційних зусиль (84), через недостатні фінансові вкладення і погані умови для інноваційної діяльності.

Згідно з ГІІ 2015 [20, с. 292] Україна відзначається дуже високим рівнем інноваційної ефективності (15-те місце у світі). Однак лише через те, що відбувається нестримна експлуатація залишкового науково-технічного потенціалу. Причому маємо сильні позиції тільки у двох субіндексах із семи: Людський капітал і дослідження (36), особливо: освіта (25), вища освіта (31), НДДКР (45); Виробництво знань і технологій (34), особливо: створення знань (14).

Найслабші позиції серед складових ГІІ 2015 Україна посіла в таких субіндексах:

– Інфраструктура (112), особливо загальна (127), екологічна збалансованість (121). Найгірші результати за показниками: капіталоутворення, % ВВП (140), енергоємності ВВП (116) та електронних державних послуг (112).

– Інституції (98), особливо політичне середовище (112). Найгірші позиції за показниками: легкість ліквідації бізнесу (121), верховенство закону (114) і якість регуляторного середовища (112).

– Інвестування (136), складовий субіндексу розвиток ринків (89).

– Інноваційні взаємодії (105), складовий субіндексу витонченість бізнесу (78). Тут найгірше із рівнем розвитку кластерів (122), тобто із розвитком інноваційних систем.

Європейське інноваційне табло EIS 2016 [4, с. 82] віднесло Україну до найнижчої категорії слабких інноваторів (Modest Innovator). Причому за останні 8 років (з 2008 р.) відставання від середнього по ЄС рівня поступово збільшувалося. За всіма вимірами і індикаторами маємо оцінку значно нижче середньої. Єдиним виключенням є частка населення із закінченою вищою освітою (131% від середнього). Найнижчий результат спостерігається за індикаторами: наукові публікації у державно-приватному співавторстві (13%), промислові зразки (дизайни) ЄС (2%), торгові марки ЄС (4%) та інвестиції венчурного капіталу (3%).

З 2008 р. рейтинг за 4 субіндексами поліпшився, особливо стосовно Інтелектуальних активів (середньорічний приріст на 5,0%). Найбільше зростання відбулося за індикаторами: промислові зразки ЄС (на 16%) та закордонні виплати резидентам за ліцензіями і патентами (на 13%). Найбільше падіння сталося за витратами на інновації, не пов'язаними з НДДКР (-6,5%), та продажами нової для ринку і фірм продукції (-5,2%).

Загалом міжнародні порівняння засвідчують, що в Україні активно здійснюється освітня, науково-дослідна і винахідницька діяльність, частина винаходів впроваджується, триває дифузія інновацій і знань, але всі інноваційні процеси пригнічені недосконалими інститутами та поганими економічними й соціальними практиками, несприятливими макроекономічними умовами, неефективним урядуванням і регулюванням.

Однією з основних причин цього є те, що в Україні виникла ситуація, коли державна інноваційна політика безсило «зависла» між першою та другою моделями організації інноваційного процесу: від державного впливу фактично відійшла, а до ринкових інструментів впливу не дійшла. Показово, що європейські країни та США, переходячи від першої моделі до другої, уникли цієї пастки, державний вплив на інноваційні процеси остаточно не припиняли, лише змінили його акценти.

Висновки

1. Розвиток систем індикаторів інноваційного розвитку розпочався відносно недавно, з другої половини ХХ ст. Системи індикаторів пов'язані з удосконаленням моделей інноваційного розвитку: «технологічного поштовху», «підтягання ринком», «соціальної орієнтації», докорінної «перебудови господарського механізму» тощо. Основні системи інноваційних індикаторів у світі поступово еволюціонують зі зміною теоретичних уявлень про закономірності і механізми перебігу інноваційних процесів.

2. Незважаючи на спроби ЮНЕСКО, інноваційні показники досі не зведені в єдину систему міжнародних стандартів і розпорошені по багатьох документах. Розвиток систем інноваційних індикаторів відбувається нерівномірно. Найбільш розвинені системи мають ЄС, Китай та Південна Корея, а також міжнародні організації – ООН, Світовий банк, ОЕСР. За ними йдуть США, Японія, Канада, Австралія. Замикають цей перелік країни пострадянського економічного простору. Кожна із систем індикаторів певних країн чи макрорегіонів відображає ті проблеми, які довелося вирішувати цим країнам, рівень їх гуманітарного та загальноекономічного розвитку, а також стратегії розвитку (зокрема інтеграційні).

3. Необхідною передумовою для формування ефективної системи інноваційних індикаторів має бути розробка стратегії інноваційного розвитку, тобто моделі, у якій кожний з індикаторів виступає в якості проміжної цілі на шляху до основної мети. Має бути витримана послідовна еволюційна зміна моделей від державного до ринкового та соціально-орієнтованого управління інноваціями, кожна з яких визначена своїми індикаторами, притаманними відповідним етапам розвитку.

4. Корегування системи інноваційних індикаторів має враховувати стан розвитку національної економіки, визначений основними макроекономічними показниками, досягнення певних порогових значень яких сигналізує про можливість необоротного переходу до наступних етапів.

5. По завершенні етапу наближення економіки України до значень макроекономічних показників, які встановив для своїх членів ЄС, доцільно розробити систему індикаторів зближення з європейською інноваційною системою. Успішне проходження етапу інноваційного зближення зробить процес інтеграції в європейську і світову інноваційні системи значно гармонійнішим та ймовірнішим. Наступний етап інтегрування в європейську інноваційну систему відкриє можливість досягнення вищих рівнів стандартів розвитку, виміряних системами світових індикаторів, наведених у нашому дослідженні.

6. У більшості систем індикаторів не розрізняються типи інновацій за масштабом (базові, радикальні, поліпшуючі) та змістом (продуктові, технологічні, організаційні та маркетингові). Фінансові інновації там взагалі не враховуються. На макрорівні вони відображені певними значеннями показників, що стали міжнародними стандартами Системи національних рахунків (SNA) та платіжного балансу. В межах цих стандартів відбуваються радикальні та поліпшуючі інновації у вигляді нових фінансових технологій платіжних систем.

7. Розвиток інноваційних процесів в Україні сьогодні відображений трьома міжнародними системами індикаторів, розроблених поза її межами і без урахування її специфіки: Глобальний інноваційний індекс (ГІІ), Глобальний індекс конкурентоспроможності (GCI), Європейське інноваційне табло (EIS). У процесі наближення до європейських соціально-економічних стандартів має бути створена національна система індикаторів, відповідна першій та другій моделям організації інноваційного процесу і спрямована на практичне використання в політиці євроінтеграції. При формуванні такої системи в Україні необхідно враховувати передусім досвід успішних азійських країн, особливо Південної Кореї та Китаю, а також виявлену послідовність етапів розвитку інноваційних моделей.

8. Україна перебуває на початковому етапі еволюції інноваційних моделей. Негнучкість у цьому процесі спричиняє загрозу для її економічної та національної безпеки. Інформаційна база для розрахунку показників в Україні залишається обмеженою, що також стримує подальше удосконалення системи її інноваційних індикаторів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Обстеження інноваційної діяльності в економіці України (за міжнародною методологією) // Наукова та інноваційна діяльність в Україні. Статистичний збірник. К.: Держкомстат, 2014. – С. 211–257.
2. ЕС. Пакт про стабільність і зростання: Копенгагенські критерії конвергенції країн Європи в економічний та монетарний союз. Режим доступу: http://europa.dovidka.com.ua/p.html#_Stability_and_Growth; http://europa.dovidka.com.ua/k.html#_Тoc90362276.
3. European Innovation Scoreboard 2007. Comparative analysis of innovation performance. February 2008. UNU-MERIT, Institute for the Protection and Security of the Citizen of the European Commission. Режим доступу: http://www.proinno-europe.eu/admin/uploaded_documents/European_Innovation_Scoreboard_2007.pdf
4. ЕС (2016), The European Innovation Scoreboard 2016. Internal Market Industry Entrepreneurship and SMEs, European Commission, Printed in Belgium, 96 pp. Режим доступу: <http://ec.europa.eu/DocsRoom/documents/17822>
5. Lisbon European Council 23 and 24 March 2000. Presidency Conclusions / Council of European Union – Brussels, 23 March 2000. 14 p.
6. Науковий та інноваційний потенціал України в міжнародних статистичних порівняннях / Єгоров І.Ю., Жукович І.А., Рижкова Ю.О. – К.: ДП «Інформ-аналіт. агентство», 2010. – 156 с.
7. Макаренко І.П. Макроекономічні умови формування та управління розвитком національних інноваційних систем (Анатомія економічних криз) / Макаренко І.П. – К.: Інтертехнологія, 2009. – 320 с.
8. Сценарно-поетапна модель валютно-фінансових криз: системи індикаторів / І.П. Макаренко, В.С. Найдъонов, О.Г. Рогожин, Я.В. Петраков. – К.: ПП «НВЦ «Профі», 2014. – 184 с.
9. Шумпетер Й. Теорія економічного розвитку. – М.: Прогресс, 1982. – 455 с.; Schumpeter J. Theorie der Wirtschaftlichen Entwicklung. – Leipzig, 1912; Schumpeter J. The Theory of Economic Development. – Cambridge, 1934; Schumpeter J. Business Cycles: A Theoretical, Historical and Statistical Analysis of the Capitalist Process. – N.Y.-L., 1939.
10. Проблеми становлення інноваційної політики в Україні / Макаренко І.П., Трофимчук О.М., Кузьменко В.П. та ін. // За ред. І.П. Макаренка. – К.: УІНСіР: Ін-т еволюц. економіки, 2004. – 124 с.
11. Кант, Иммануил Критика чистого разума. Режим доступу: <http://iakovlev.org/zip/kant1.pdf>, с. 329–330, 337; Кант, Иммануил Основы метафизики нравственности. Режим доступу: http://anna-ganzha.narod.ru/kant_omn_fr.pdf
12. Андрощук Г. Державна інноваційна політика // Інтелектуальна власність. – 2004. – С. 264 – 267.
13. Bae Yong-Ho, Song Sungsoo, Um Mi-Jung, Lee Dae-Hee, Hobday Michael. Case Study on Technological Innovation of Korean Firms. STEPI, 2002-11. – 182 с.
14. Lundval B.-A., ed. National Systems of Innovations – Towards a Theory of Innovation and Interactive Learning. – London: Pinter Publishers, 1992. – 234 p.; Nelson R., ed. National Innovation Systems: A Comparative Study. – N.Y.: Oxford University Press, 1993. – 524 p.
15. Milbergs Egils. Innovation & Globalization. Center for Accelerating Innovation. University of Maryland. Robert H.Smith school of business. November 8–9, 2007. Режим доступу: http://www.innovationecosystems.com/images/Global_Competitiveness_Talk_1.4_Final.pdf
16. Frenkel, Amnon; Maital, Shlomo (2014) Mapping National Innovation Ecosystems: Foundations for Policy Consensus. Edward Elgar Publishing Limited.– 252 p.
17. OECD (1997b), Oslo Manual. Proposed Guidelines for Collecting and Interpreting Technological Innovation Data (second edition), Paris.

18. Proposed Standard Practice for Surveys on Research and Experimental Development – Frascati Manual / OECD. Paris, 2002.
19. Knowledge Economy Index (KEI) 2012 Rankings. Режим доступу: www.worldbank.org/kam KAM Users Guide.
20. Cornell University, INSEAD, and WIPO (2015): The Global Innovation Index 2015: Effective Innovation Policies for Development, Fontainebleau, Ithaca, and Geneva. – 418 p. Режим доступу: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/igo/>
21. «R&D» Battelle. Режим доступу: <http://www.battelle.org/newsroom/press-releases/2014-global-funding-forecast>
22. Balance of payments and international investment position manual. – Washington, D.C.: International Monetary Fund, 2009. 6th ed. 351 p. Режим доступу: <http://www.imf.org/external/pubs/ft/bop/2007/bopman6.htm>
23. Byung Woo Kim. R&D as Intangible Capital and Economic Growth. Innovation Policy Brief. Vol.17. 2007. Режим доступу: http://www.stepi.re.kr/eng/brief_10th.pdf
24. Schaaper, M. (2009), "Measuring China's Innovation System: National Specificities and International Comparisons", OECD Science, Technology and Industry Working Papers, 2009/1. – 100 pp. Режим доступу: <http://www.oecdilibrary.org/oecd/content/workingpaper/227277262447>
25. The Measurement of Human Resources Devoted to Science and Technology – Canberra Manual / OECD; Eurostat (The Measurement of Scientific and Technological Activities Series). Paris, 1995.
26. OECD (2015), OECD Science, Technology and Industry Scoreboard 2015: Innovation for growth and society, OECD Publishing, Paris. Режим доступу: http://dx.doi.org/10.1787/sti_scoreboard-2015-en
27. Science & Engineering Indicators 2016. Режим доступу: <http://www.nsf.gov/statistics/2016/nsb20161/#/report>
28. OECD (1997) National Innovation Systems. Analytical Approaches to National Innovation Systems. Режим доступу: <http://www.oecd.org/dataoecd/35/56/2101733.pdf>
29. Porter Michael E., Stern Scott. National Innovative Capacity. 2001. Режим доступу: http://www.isc.hbs.edu/Innov_9211.pdf
30. WEF (2016), The Global Competitiveness Report 2015–2016: Full Data Edition, World Economic Forum, Geneva. Режим доступу: http://www3.weforum.org/docs/gcr/2015-2016/Global_Competitiveness_Report_2015–2016.pdf

Стаття надійшла до редакції 09.11.16.

УДК 519.86

А.П. МАХОРТ

ПРО РІВНОВАГУ ВІДКРИТОЇ ЕКОНОМІЧНОЇ СИСТЕМИ ЗА НАЯВНОСТІ МОНОПОЛІСТІВ ТА ЗАЛЕЖНИХ ВІД ЦІН СПОЖИВЧИХ УПОДОБАНЬ

***Анотація.** Досліджено відкриту економічну систему, утворену ненасичуваними споживачами. Частина споживачів є водночас і виробниками товарів. Враховано наявність оподаткування суб'єктів економічної системи. Використано принципи рівноваги Вальрасового типу. Запропоновано алгоритм розв'язання задачі про економічну рівновагу у випадку комплексної дії монопольних явищ та впливу цін на формування споживчих уподобань. Наведено обмеження на модельні характеристики, які забезпечують існування рівноваги такої економічної системи. Знайдено стани рівноваги з прийнятними для всіх суб'єктів економічної системи рівнями споживання. Вказано інтервали можливих значень рівноважних характеристик. Відзначено залежність реалізації конкретного стану рівноваги економічної системи від вибору стратегії оподаткування.*

***Ключові слова:** рівновага, попит, пропозиція, оподаткування, монополісти, ціноутворення.*

Вступ

Дослідження економічних систем (зокрема національних) дає змогу виявляти чинники, що можуть впливати на подальше функціонування цих систем. Знання чинників впливу має допомогти уникнути реалізації несприятливих сценаріїв.

Є різні напрями економічного моделювання, їх використання обумовлено потребою з'ясування того чи іншого аспекту функціонування економічних систем. Рівноважні підходи ефективні у з'яванні причин появи дисбалансів, а також для оцінки можливостей економічного зростання. Один з таких підходів ґрунтується на принципах рівноваги за Л. Вальрасом [1, 2]. Залежно від ситуації на ринку вплив різних чинників на економічну систему може змінюватись. Тому врахування в моделі загальної ринкової рівноваги за Вальрасом додаткових чинників впливу може надати нову інформацію про поведінку економічної системи.

Монополізм істотно впливає на ціноутворення в національних економіках. На ціноутворення впливають і споживчі уподобання. Є й зворотний вплив цін товарів на формування споживчих уподобань [1, 3]. Широкий клас моделей рівноваги пов'язаний з вимогою існування досконалої конкуренції [2], що ставить під сумнів адекватність їх застосування до економічних систем з монополістами. Натомість модель економіки, запропонована у [1], дозволяє це зробити.

Регулювання ринків товарів і послуг здійснюється за допомогою різних важелів впливу, зокрема, кредитуванням, зміною відсоткової ставки. Вплив цих інструментів відображається у кейнсіанських моделях рівноваги, де немає обмеження досконалої конкуренції, але ефекти монополізації

економіки враховуються опосередковано. Тоді як у моделі рівноваги Вальрасового типу існує можливість явним чином описати присутність монополістів в економічній системі. Економічні реалії засвідчують, що серед інструментів регулювання діяльності монополістів на перший план виходить стратегія оподаткування. В широкому сенсі до неї можна віднести і такі традиційні засоби впливу на монополістів, як штрафи. Розроблена нами економічна модель у явному вигляді враховує наявність оподаткування.

Водночас розрахунки за цією моделлю стикаються із значними труднощами забезпечення даними, зокрема щодо випуску і споживання кожної позиції товарів і послуг. На національному рівні ситуацію з інформаційним забезпеченням певною мірою рятує практика складання таблиць витрати-випуск, здійснюваного статистичними службами не лише пострадянських країн, але й Німеччини, Великобританії, Японії тощо.

Об'єктом дослідження є національна економічна система, в якій наявні виробники-монополісти. Предметом дослідження – з'ясування умов встановлення рівноваги у такій економічній системі. Метою – виявлення умов усунення негативного впливу явищ монополізму на економічну систему та визначення станів рівноваги, перебування в яких прийнятно для всіх її суб'єктів. Критерієм прийнятності станів рівноваги визначено рівні задоволення потреб суб'єктів економічної системи (отримані зі співвідношення суми всіх запланованих витрат і величини здобутого прибутку для кожного суб'єкта економічної системи). Враховано також вплив цінового фактору на формування споживчих уподобань в національній економічній системі. Цей чинник може змінити характеристики прийнятних станів рівноваги.

1. Опис моделі економічної системи та постановка задачі

Національну економічну систему розглядаємо як сукупність l суб'єктів, кожний з яких прагне здобути певну кількість потрібних йому товарів. Різновидів товарів є n . Частина з l споживачів товарів спроможні виготовляти один з n можливих типів товарів і володіти запасами інших типів товарів. Щоб придбати потрібний їм новий товар, такі суб'єкти економічної системи виставляють на продаж товари (та послуги, які в широкому сенсі також є товарами), виготовлені в процесі свого виробництва, або ж з запасу. В економічній системі є і $l - n$ чистих споживачів, які отримують фінансовий ресурс для придбання потрібних ним товарів виключно із зовнішніх джерел. Засобом утворення зовнішнього фінансування є перерозподіл капіталу, отриманого в результаті оподаткування суб'єктів економічної системи (враховуються всі види оподаткування).

Пропозиція товарів в національній економічній системі матиме структуру

$$\Psi_k = x_k - \sum_{i=1}^n a_{ki} x_i - \sum_{i=1}^n b_{ki} + \sum_{i=1}^n b_{ki}^1 - e_k + i_k, \quad k = \overline{1, n}, \quad (1)$$

де $x = \{x_i\}_{i=1}^n$ – обсяги випуску виготовлених в процесі виробництва товарів і послуг, $\{b_{ki}^1\}_{k=1}^n$ – обсяги запасу товарів у i -го виробника, $\{a_{kj}\}_{k=1}^n$ – витрати

на виготовлення одиниці випуску j -го товару, $\{b_{kj}\}_{k=1}^n$ – частина витрат виробництва, що використовується для його утримання у працездатному стані (тут враховано амортизаційні витрати і витрати, пов'язані з удосконаленням технологій, та інші, що безпосередньо не стосуються виготовлення товарів), $\{e_i\}_{i=1}^n$ – обсяги експорту товарів за межі національної економічної системи, $\{i_i\}_{i=1}^n$ – обсяги імпорту товарів.

В результаті своєї діяльності на ринку виробники можуть дістати чистий (за вирахуванням податків) прибуток, величина якого розраховується за формулою

$$\tilde{D}_j(p) = \pi_j x_j \left(p_j - \sum_{k=1}^n a_{kj} p_k \right) - \pi_j \sum_{k=1}^n b_{kj} p_k + \pi_j \sum_{k=1}^n b_{kj}^1 p_k, \quad j = \overline{1, n}, \quad (2)$$

де $\pi = \{\pi_i\}_{i=1}^n$ – вектор оподаткування виробників (враховано всі види податків), а $p = \{p_i\}_{i=1}^n$ – вектор цін товарів. Оподаткування забезпечить утворення капіталу, який дозволить фінансувати чистих споживачів. Рівні їх прибутків $\{\tilde{D}_j(p)\}_{j=n+1}^l$ формуватимуться відповідно до можливостей перерозподілу

$$\sum_{j=n+1}^l \tilde{D}_j(p) = \sum_{j=1}^n (1 - \pi_j) D_j(p).$$

Інтерес до товарів суб'єктів економічної системи, або ж їх споживчі уподобання, формуватимуть попит на товари в економічній системі. Попит залежить від величини прибутку і може бути записаний у вигляді

$$\Phi_k = \frac{1}{p_k} \sum_{i=1}^l \Lambda_{ik}(p) \tilde{D}_i(p), \quad k = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Величини $\Lambda_{ik}(p)$ описують попит i -го споживача на k -й товар. Нехай елементи матриці $C(p) = \|c_{kj}(p)\|_{k=1, j=1}^{n, l}$ визначають потреби суб'єктів економічної системи у нових товарах, в залежності від того, яка ціна цих товарів. Тоді, якщо споживачі є ненасичуваними, тобто планують витратити весь свій прибуток на придбання нових товарів, їх остаточний вибір товарів зі списку бажаних буде наступним (відповідно до того, що $c_{si}(p)$ – це кількість s -го товару, який цікавить i -го споживача)

$$\Lambda_{ik}(p) = \frac{c_{ki}(p) p_k}{\sum_{s=1}^n c_{si}(p) p_s}, \quad i = \overline{1, l}, \quad k = \overline{1, n}, \quad (4)$$

Наявність банківських послуг та цінних паперів у списку можливих товарів робить припущення про ненасичуваність споживачів таким, що відповідає економічним реаліям. Ненасичуваність не означає необмеженість споживання. Є максимальний набір бажаних товарів, що ними цікавиться i -й споживач $\{c_{ki}^0\}_{k=1}^n$, $i = \overline{1, l}$. На склад товарів в цьому наборі вже не впливатиме привабливість їх цін. Так само є і мінімальний набір товарів $\{c_{ki}^1\}_{k=1}^n$, $i = \overline{1, l}$, потреба в яких зберігатиметься незалежно від рівня ціни. Також вважатимемо, що елементи c_{kj}^1 утворюють матрицю $C^1 = \|c_{kj}^1\|_{k=1, j=1}^{n, l}$ без нульових рядків і стовпчиків та має місце обмеження $c_{kj}^1 \leq c_{kj}(p) \leq c_{kj}^0$. За вартістю спожитих товарів чистий прибуток суб'єктів економічної системи може бути записаний у вигляді

$$\tilde{D}_j(p) = y_j \sum_{s=1}^n c_{sj} p_s, \quad j = \overline{1, l}. \quad (5)$$

Для виробників вираз (5) має дорівнювати виразу (2). Причому $y = \{y_i\}_{i=1}^l$ є вектором ступенів задоволення потреб споживачів. Він відображає, яку частину товарів з бажаного набору дозволяє придбати величина наявного у споживача прибутку, тому компоненти цього вектора набуватимуть значень з інтервалу $(0, 1]$.

Вважатимемо, що економічна система функціонує протягом певного періоду часу. В цьому періоді частина характеристик економічної системи буде заданою, тому що споживачі визначилися зі своїми уподобаннями (їх описують елементи матриць $\|c_{kj}^1\|_{k=1, j=1}^{n, l}$, $\|c_{kj}^0\|_{k=1, j=1}^{n, l}$), відомі запаси товарів у

виробників $\|b_{kj}^1\|_{k, j=1}^{n, l}$ та технології виробництва їх товарів, які складаються з виробничих витрат $\|a_{kj}\|_{k, j=1}^n$ та амортизаційних і інших витрат $\|b_{kj}\|_{k, j=1}^n$.

Відомими є і вектори $\{e_i\}_{i=1}^n$ й $\{i_i\}_{i=1}^n$, які описують структуру зовнішньоекономічних зв'язків. Кожен виробник вибудовує свою стратегію поведінки. Серед виробників в економічній системі можуть бути і монополісти (нехай їх кількість $n - t$). Вибрані стратегії поведінки повинні надати виробникам можливість здобути прибуток в результаті своєї діяльності. Монополісти мають змогу впливати на рівень цін своїх товарів. Вважатимемо, що вони будують свої стратегії з огляду на це. Решта виробників такої переваги позбавлені. Їх поведінка ґрунтується на регулюванні обсягів випуску товарів. Тому до заданих характеристик слід додати ще й ціни на товари монополістів $(p_{t+1}^0, \dots, p_n^0)$ і обсяги випусків товарів решти виробників (x_1^0, \dots, x_t^0) . Крім того, рівні оподаткування прибутків $(\pi_1^0, \dots, \pi_t^0)$ мають бути відомими суб'єктам економічної системи. Що ж до стратегії оподаткування монополістів, то її розглядатимемо як

важиль впливу на монополістів. Решта характеристик економічної системи може змінювати свої значення, відповідно до зміни стану економічної системи.

Для визначення поточного стану економічної системи необхідно, щоб встановилась рівновага, або баланс між попитом і пропозицією. Тоді всі економічні характеристики набувають певних рівноважних значень. Згідно з принципами рівноваги за Вальрасом [1, 2], слід дотримуватися рівності попиту і пропозиції в економічній системі, щоб досягти станів із прибутковим виробництвом для всіх її суб'єктів [1]. Відповідно до виразів (1), (3), (4) і (5) запишемо

$$\sum_{j=1}^l c_{kj}(p)y_j = x_k - \sum_{i=1}^n a_{ki}x_i - \sum_{i=1}^n b_{ki} + \sum_{j=1}^n b_{kj}^1 - e_k + i_k, \quad k = \overline{1, n}. \quad (6)$$

Необхідно також, щоб чистий прибуток виробників компенсував вартість їх витрат

$$\pi_j x_j \left(p_j - \sum_{k=1}^n a_{kj} p_k \right) - \pi_j \sum_{k=1}^n b_{kj} p_k + \pi_j \sum_{k=1}^n b_{kj}^1 p_k = y_j \sum_{s=1}^n c_{sj}(p) p_s, \quad j = \overline{1, n}. \quad (7)$$

Поточний стан економічної системи описуватимуть рівні задоволення потреб суб'єктів економічної системи $\{y_i\}_{i=1}^l$, ціни $\{p_i\}_{i=1}^l$, обсяги випусків $\{x_i\}_{i=t+1}^n$, рівні оподаткування монополістів $\{\pi_i\}_{i=t+1}^n$, відносно яких і розв'язуватимемо систему рівнянь (6), (7). Серед імовірних станів рівноваги економічної системи визначимо лише ті, перебування в яких буде прийнятним з огляду на рівень задоволення потреб усіх її суб'єктів.

2. Оптимальний стан рівноваги

Наведемо алгоритм визначення рівноважних характеристик. Припустимо, що матриця $A = \|a_{kj}\|_{k,j=1}^n$ нерозкладна, зі спектральним радіусом меншим за

одиницю. Введемо матрицю $\|d_{kj}(p)\|_{k=1,j=1}^{n,l}$ і величини $\{b_i\}_{i=1}^n$

$$d_{kj}(p) = \sum_{s=1}^n (E - A)_{ks}^{-1} c_{sj}(p), \quad b_k = x_k - \sum_{s=1}^n (E - A)_{ks}^{-1} \left[\sum_{i=1}^n b_{si} - \sum_{j=1}^n b_{sj}^1 + e_s - i_s \right].$$

За таких умов рівняння (7) можна подати у вигляді

$$\sum_{j=1}^l d_{kj}(p)y_j = b_k, \quad k = \overline{1, n}. \quad (8)$$

Зауважимо, що у виразі (8) частина величин (b_1^0, \dots, b_l^0) є заданими. Вважатимемо їх додатними. Тоді припущення щодо структури і властивостей

матриць A і $C(p)$ гарантуватиме те, що матричні елементи $d_{kj}(p)$ теж набуватимуть лише додатних значень.

Вимоги щодо матриці A дають змогу трансформувати і вираз (8), який запишемо у формі операторного рівняння

$$p_k = P_k(p), \quad k = \overline{1, t}, \quad (9)$$

$$P_k(p) = \sum_{j=1}^t (E - A)^{-1}_{jk} \left[\sum_{s=t+1}^n a_{sj} p_s^0 + \frac{y_j}{\pi_j x_j} \sum_{s=1}^n c_{sj}(p) p_s + \frac{1}{x_j} \sum_{s=1}^n (b_{sj} - b_{si}^1) p_s \right], \quad k = \overline{1, t}.$$

Великі обсяги запасу товарів можуть поставити під сумнів потребу у виробництві таких типів товарів. Щоб запобігти цьому, вважатимемо, що елементи матриці запасу товарів задовольняють нерівностям

$$\frac{y^m}{\pi_j} c_{sj}^1 + b_{sj} - b_{sj}^1 \geq 0, \quad j = \overline{1, t}, \quad s = \overline{1, t}.$$

де y^m – найнижчий (заданий) прийнятний для всіх споживачів в економічній системі рівень задоволення потреб.

Припустимо, що рівноважні значення компонентів вектора ступенів задоволення потреб споживачів (y_1, \dots, y_t) описуються рівнянням

$$y_s = \Delta_1 (\alpha_s - \lambda_s) + \sum_{k=1}^t (\alpha_k - \lambda_k) d_{ks}(p), \quad s = \overline{1, t}, \quad (10)$$

де величини $\{\alpha_i - \lambda_i\}_{i=1}^t$ є розв'язком операторного рівняння

$$\alpha_k - \lambda_k = \tilde{\Theta}_k(p, \alpha_1 - \lambda_1, \dots, \alpha_t - \lambda_t), \quad k = \overline{1, t}, \quad (11)$$

$$\tilde{\Theta}_k(p, \alpha_1 - \lambda_1, \dots, \alpha_t - \lambda_t) = \frac{\Delta_0}{\Delta_1^2} \left(b_k^0 - \sum_{k=t+1}^n d_{ks}(p) \alpha_s^1 \right) - \frac{1}{\Delta_1} \sum_{j=1}^t \left[\sum_{i=1}^n d_{ki}(p) d_{ji}(p) \right] \times$$

$$\times (\alpha_j - \lambda_j) - \frac{1}{\Delta_1} \left(\sum_{j=1}^t d_{kj}(p) (\alpha_j - \lambda_j) + \sum_{j=1}^t d_{jk}(p) (\alpha_j - \lambda_j) \right), \quad k = \overline{1, t}.$$

постійні Δ_0, Δ_1 є заданими, їх значення вибираються з умов

$$\left(\sum_{j=n+1}^l d_{kj} - \Delta_1 \right) (b_k^0 - \Delta_0 b_k^0) > 0, \quad k = \overline{1, t},$$

$$y^m \left| \sum_{j=n+1}^l d_{kj} - \Delta_1 \right| \leq |b_k^0 - \Delta_0 b_k^0| \leq y^M \left| \sum_{j=n+1}^l d_{kj} - \Delta_1 \right|, \quad k = \overline{1, t},$$

де y^M – найвищий рівень задоволення потреб споживачів в економічній системі (він є заданий). Заданими є і сукупність параметрів $(\alpha_{t+1}^1, \dots, \alpha_n^1)$.

Теорема. Нехай справедлива вимога

$$\sum_{k=1}^t \sum_{j=1}^t (E - A)_{jk}^{-1} \frac{1}{x_j^0} \max_{s \in [1, t]} \left(\frac{y^M}{\pi_j} c_{sj}^0 + b_{sj} - b_{sj}^1 \right) < 1,$$

а для заданих значень постійних Δ_0, Δ_1 та величин σ^m, σ^M , вибраних з умови

$$y^m \leq \sigma^m \left(\Delta_1 + \sum_{k=1}^t d_{ks}^1 \right) \leq \sigma^M \left(\Delta_1 + \sum_{k=1}^t d_{ks}^0 \right) \leq y^M, \quad s = \overline{1, t},$$

виконуються нерівності

$$\frac{\Delta_0}{\Delta_1} \left(b_k^0 - \sum_{s=t+1}^n d_{ks}^1 \alpha_s^1 \right) - \frac{\sigma^m}{\Delta_1^2} \left(\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^l d_{ki}^1 d_{ji}^1 + \Delta_1 \sum_{i=1}^t d_{ki}^1 + \Delta_1 \sum_{i=1}^t d_{ik}^1 \right) \leq \sigma^M, \quad s = \overline{1, t},$$

$$\frac{\Delta_0}{\Delta_1} \left(b_k^0 - \sum_{k=t+1}^n d_{ks}^0 \alpha_s^1 \right) - \frac{\sigma^M}{\Delta_1^2} \left(\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^l d_{ki}^0 d_{ji}^0 + \Delta_1 \sum_{i=1}^t d_{ki}^0 + \Delta_1 \sum_{i=1}^t d_{ik}^0 \right) \geq \sigma^m, \quad s = \overline{1, t}.$$

Тоді існують додатні вектори $\{y_i\}_{i=1}^t$ з компонентами, які перебуватимуть в інтервалі значень $[y^m, y^M]$, $\{\alpha_i - \lambda_i\}_{i=1}^t$ і $\{p_i\}_{i=1}^t$, що розв'язують систему рівнянь (9)–(11).

Доведення. Щоб показати існування розв'язку системи рівнянь (9)–(11), скористаємось принципом Шаудера [4] (про існування нерухомої точки

відображення). Оцінимо суму $\sum_{k=1}^t P_k(p)$ за умови $y^m \leq y_k \leq y^M, k = \overline{1, t}$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^t P_k(p) &\leq \sum_{k=1}^t \sum_{j=1}^t (E - A)_{jk}^{-1} \left[\sum_{s=t+1}^n a_{sj} p_s^0 + \frac{y_j}{\pi_j x_j^0} \sum_{s=1}^n c_{sj}^0 p_s + \frac{1}{x_j^0} \sum_{s=1}^n (b_{sj} - b_{sj}^1) p_s \right] \leq \\ &\leq \sum_{k=1}^t \sum_{j=1}^t (E - A)_{jk}^{-1} \left[\sum_{s=t+1}^n a_{sj} p_s^0 + \frac{y^M}{\pi_j x_j^0} \sum_{s=1}^n c_{sj}^0 p_s + \frac{1}{x_j^0} \sum_{s=1}^n (b_{sj} - b_{sj}^1) p_s \right] \leq \\ &\leq \sum_{k=1}^t \sum_{j=1}^t (E - A)_{jk}^{-1} \left[\sum_{s=t+1}^n a_{sj} p_s^0 + \frac{y^M}{\pi_j x_j^0} \sum_{s=t+1}^n c_{sj}^0 p_s^0 + \frac{1}{x_j^0} \sum_{s=t+1}^n b_{sj} p_s^0 \right] + \\ &+ \sum_{k=1}^t \sum_{j=1}^t (E - A)_{jk}^{-1} \frac{1}{x_j^0} \max_{s \in [1, t]} \left(\frac{y^M}{\pi_j} c_{sj}^0 + b_{sj} - b_{sj}^1 \right) \sum_{s=1}^t p_s. \end{aligned}$$

В той же час, можна підібрати параметр $\rho_0 > 0$, для якого матимемо ланцюжок нерівностей

$$\begin{aligned}
 P_k(p) &\geq \sum_{j=1}^t (E-A)_{jk}^{-1} \left[\sum_{s=t+1}^n a_{sj} p_s^0 + \frac{y_j}{\pi_j x_j^0} \sum_{s=1}^n c_{sj}^1 p_s + \frac{1}{x_j^0} \sum_{s=1}^n (b_{sj} - b_{sj}^1) p_s \right] \geq \\
 &\geq \sum_{j=1}^t (E-A)_{jk}^{-1} \left[\sum_{s=t+1}^n a_{sj} p_s^0 + \frac{y^m}{\pi_j x_j^0} \sum_{s=1}^n c_{sj}^1 p_s + \frac{1}{x_j^0} \sum_{s=1}^n (b_{sj} - b_{sj}^1) p_s \right] \geq \\
 &\geq \sum_{j=1}^t (E-A)_{jk}^{-1} \left[\sum_{s=t+1}^n a_{sj} p_s^0 + \frac{y^m}{\pi_j x_j^0} \sum_{s=t+1}^n c_{sj}^1 p_s^0 + \frac{1}{x_j^0} \sum_{s=t+1}^n b_{sj} p_s^0 \right] + \\
 &+ \rho_0 \sum_{j=1}^t (E-A)_{jk}^{-1} \frac{1}{x_j^0} \sum_{s=1}^t \left(\frac{y^m}{\pi_j} c_{sj}^1 + b_{sj} - b_{sj}^1 \right) \geq \rho_0, \quad k = \overline{1, t}.
 \end{aligned}$$

Виберемо

$$\frac{\sum_{k=1}^t \sum_{j=1}^t (E-A)_{jk}^{-1} \frac{1}{x_j^0} \left[x_j^0 \sum_{s=t+1}^n a_{sj} p_s^0 + \frac{y^M}{\pi_j} \sum_{s=t+1}^n c_{sj}^0 p_s^0 + \sum_{s=t+1}^n b_{sj} p_s^0 \right]}{1 - \sum_{k=1}^t \sum_{j=1}^t (E-A)_{jk}^{-1} \frac{1}{x_j^0} \max_{s \in [1, t]} \left(\frac{y^M}{\pi_j} c_{sj}^1 + b_{sj} - b_{sj}^1 \right)} \leq \rho,$$

тоді, якщо справедливі обмеження $y^m \leq y_k \leq y^M$, $k = \overline{1, t}$, оператор $\{P_k(p)\}_{k=1}^t$ переводитиме саму в себе компакту опуклу множину

$$P_y = \left\{ p_k \geq \rho_0, \quad k = \overline{1, t}, \quad \sum_{k=1}^t p_k \leq \rho \right\}.$$

Зауважимо, що відповідно до припущення про властивості матриці попиту $C(p)$ на множині P_y мають виконуватись умови щодо її елементів $c_{kj}^1 \leq c_{kj}(p) \leq c_{kj}^0$, звідки випливатиме обмеження

$$d_{kj}^1 = \sum_{s=1}^n (E-A)_{ks}^{-1} c_{sj}^1 \leq d_{kj}(p) \leq d_{kj}^0 = \sum_{s=1}^n (E-A)_{ks}^{-1} c_{sj}^0.$$

Тому для кожного вектора з множини P_y на підставі умов теореми можна записати оцінки

$$\begin{aligned}
 \tilde{\Theta}_k &\leq \frac{\Delta_0}{\Delta_1^2} \left(b_k^0 - \sum_{k=t+1}^n d_{ks}^1 \alpha_s^1 \right) - \frac{1}{\Delta_1^2} \sum_{j=1}^t \left[\sum_{i=1}^n d_{ki}^1 d_{ji}^1 \right] (\alpha_j - \lambda_j) - \\
 &- \frac{1}{\Delta_1} \left(\sum_{j=1}^t d_{kj}^1 (\alpha_j - \lambda_j) + \sum_{j=1}^t d_{jk}^1 (\alpha_j - \lambda_j) \right) \leq \frac{\Delta_0}{\Delta_1^2} \left(b_k^0 - \sum_{k=t+1}^n d_{ks}^1 \alpha_s^1 \right) - \\
 &- \frac{1}{\Delta_1} \sigma^m \left(\sum_{j=1}^t d_{kj}^1 + \sum_{j=1}^t d_{jk}^1 \right) - \frac{1}{\Delta_1^2} \sigma^m \sum_{j=1}^t \left[\sum_{i=1}^n d_{ki}^1 d_{ji}^1 \right] \leq \sigma^M \quad k = \overline{1, t} \\
 \tilde{\Theta}_k &\geq \frac{\Delta_0}{\Delta_1^2} \left(b_k^0 - \sum_{k=t+1}^n d_{ks}^0 \alpha_s^1 \right) - \frac{1}{\Delta_1^2} \sum_{j=1}^t \left[\sum_{i=1}^n d_{ki}^0 d_{ji}^0 \right] (\alpha_j - \lambda_j) -
 \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{\Delta_1} \left(\sum_{j=1}^t d_{kj}^0 (\alpha_j - \lambda_j) + \sum_{j=1}^t d_{jk}^0 (\alpha_j - \lambda_j) \right) \geq \frac{\Delta_0}{\Delta_1^2} \left(b_k^0 - \sum_{k=t+1}^n d_{ks}^0 \alpha_s^1 \right) -$$

$$-\frac{1}{\Delta_1^2} \sigma^M \sum_{j=1}^t \left[\sum_{i=1}^n d_{ki}^0 d_{ji}^0 \right] - \frac{1}{\Delta_1} \sigma^M \left(\sum_{j=1}^t d_{kj}^0 + \sum_{j=1}^t d_{jk}^0 \right) \geq \sigma^m, \quad k = \overline{1, t}.$$

Це означає, що $\forall p \in P_y$ оператор $\{\tilde{\Theta}_i(\alpha_1 - \lambda_1, \dots, \alpha_t - \lambda_t)\}_{i=1}^t$ переводитиме саму в себе множину

$$M_p = \left\{ \alpha_k - \lambda_k \in R, \quad \left| \frac{\sigma^M + \sigma^m}{2} - \alpha_k + \lambda_k \right| \leq \frac{\sigma^M - \sigma^m}{2}, \quad k = \overline{1, t} \right\}.$$

За таких умов компоненти вектора $\{y_i\}_{i=1}^t$, визначені виразом (10), міститимуться в потрібному інтервалі значень

$$y^m \leq \Delta_1 \sigma^m + \sigma^m \sum_{k=1}^t d_{ks}^1 \leq y_s \leq \Delta_1 \sigma^M + \sigma^M \sum_{k=1}^t d_{ks}^0 \leq y^M, \quad s = \overline{1, t}.$$

Теорему доведено.

Рівняння вигляду (11) з'являються в процесі розв'язання оптимізаційної задачі [5]

$$\min_{(y_1, \dots, y_n)} F^0(p), \quad F^0(p) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n [\beta_j(p) - y_j]^2, \quad (12)$$

за додаткових вимог

$$\sum_{j=1}^n d_{kj} y_j + \Delta_1 y_k = \Delta_0 b_k^0, \quad k = \overline{1, t}. \quad (13)$$

де величини $\{\beta_i(p)\}_{i=1}^n$ подаються виразами

$$\beta_s(p) = \Delta_1 \alpha_s + \sum_{k=1}^t \alpha_k d_{ks}(p), \quad s = \overline{1, t},$$

$$\beta_s(p) = \Delta_0 \alpha_s^1 + \sum_{k=1}^t \alpha_k d_{ks}(p), \quad s = \overline{t+1, n}.$$

Функція Лагранжа оптимізаційної задачі (12), (13) матиме вигляд

$$L^0(p) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n [\beta_j(p) - y_j]^2 + \sum_{k=1}^t \lambda_k \left[\sum_{j=1}^n d_{kj}(p) y_j + \Delta_1 y_k - \Delta_0 b_k^0 \right].$$

Відповідно, перевірка необхідних і достатніх умов існування мінімуму призведе до умови

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 L^0(p)}{\partial y_i \partial y_j} y_i y_j = \sum_{s=1}^n y_s^2 > 0,$$

яка виконується для довільно вибраного ненульового вектора (y_1, \dots, y_n) , та до появи рівнянь

$$\frac{\partial L^0(p)}{\partial y_s} = y_s - \beta_s(p) + \sum_{k=1}^t \lambda_k (\Delta_1 \delta_{ks} + d_{ks}(p)) = 0, \quad s = \overline{1, n}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial L^0(p)}{\partial \lambda_k} = \sum_{j=1}^n d_{kj}(p) y_j + \Delta_1 y_k - \Delta_0 b_k^0 = 0, \quad k = \overline{1, t}. \quad (15)$$

З рівностей (14), (15) і отримаємо рівняння відносно множників Лагранжа $\{\lambda_i\}_{i=1}^t$ (11).

Щодо рівноважних значень компонентів вектора ступенів задоволення потреб споживачів (y_{t+1}, \dots, y_n) , то вони отримуються з виразу (14).

Для того, щоб вони містились у потрібному діапазоні значень $[y^m, y^M]$ достатньо виконання умови, наведеної у публікації [5]

$$y^m - \Delta_0 \alpha_s^1 \leq \sigma^m \sum_{k=1}^t d_{ks}^1 \leq \sigma^M \sum_{k=1}^t d_{ks}^0 \leq y^M - \Delta_0 \alpha_s^1, \quad s = \overline{t+1, n},$$

Для знаходження решти компонентів $\{y_i\}_{i=n+1}^l$ використовуємо екстремальну задачу

$$\min_{(y_{n+1}, \dots, y_l)} F^1(p), \quad F^1 = \frac{1}{2} \sum_{j=n+1}^l [\beta_j(p) - y_j]^2, \quad (16)$$

за додаткових вимог

$$b_k^0 - \Delta_0 b_k^0 + \Delta_1 y_k = \sum_{j=n+1}^l d_{kj}(p) y_j, \quad k = \overline{1, t}, \quad (17)$$

$$y^m \leq y_k \leq y^M, \quad k = \overline{n+1, l}. \quad (18)$$

Існує додатний вектор $\{\alpha_i^1\}_{i=1}^t$, за якого величини $\{\beta_i(p)\}_{i=1}^n$ описуються виразом

$$\beta_s = \sum_{k=1}^t \alpha_k^1 d_{ks}(p), \quad s = \overline{n+1, l},$$

а задача (16)–(18) розв'язна [5]. Рівноважні значення ступенів задоволення потреб чистих споживачів $\{y_i\}_{i=n+1}^l$ визначаються формулою

$$y_s = \sum_{k=1}^t d_{ks}(p) \sum_{j=1}^t \tilde{\mu}_{kj}^{-1} (b_j^0 - \Delta_0 b_j^0 + \Delta_1 y_j), \quad s = \overline{n+1, l},$$

де p – рівноважний вектор цін, $\{y_i\}_{i=1}^t$ – рівноважні ступені задоволення

потреб споживачів, а $\|\tilde{\mu}_{kj}^{-1}\|_{k,j=1}^t$ – матриця, обернена до $\left\| \sum_{i=n+1}^l d_{ki}(p) d_{ji}(p) \right\|_{k,j=1}^l$.

Зауважимо, що компоненти вектора $\{y_i\}_{i=1}^l$ одночасно задовольняють рівнянням (13) і (17), тому вони задовольнятимуть і рівнянню (8).

Рівноважні обсяги випуску товарів монополістами (x_{t+1}, \dots, x_n) однозначно визначаються за рівноважними цінами і ступенями задоволення потреб споживачів

$$x_k = \sum_{j=1}^l d_{kj}(p) y_j + \sum_{s=1}^n (E - A)_{ks}^{-1} \left[\sum_{i=1}^n b_{si} - \sum_{j=1}^n b_{sj}^1 + e_s - i_s \right], \quad k = \overline{t+1, n}.$$

Гарантувати їх додатні значення можна, у випадку виконання умови

$$x_k^m = y^m \sum_{j=1}^l d_{kj}^1 + \sum_{s=1}^n (E - A)_{ks}^{-1} \left[\sum_{i=1}^n b_{si} - \sum_{j=1}^n b_{sj}^1 + e_s - i_s \right] > 0, \quad k = \overline{t+1, n}.$$

Ступені задоволення потреб споживачів є розв'язком оптимізаційних задач, і в цьому сенсі знайдені рівноважні характеристики описують оптимальний стан рівноваги економічної системи. Його реалізацію можна забезпечити вибором стратегії оподаткування кожного з монополістів. З виразу (7) отримаємо,

$$\pi_j = \frac{\sum_{s=1}^t c_{sj}(p) y_j p_s + \sum_{s=t+1}^n c_{sj}(p) y_j p_s^0}{p_j^0 x_j - \sum_{k=1}^t (a_{kj} x_j + b_{kj} - b_{kj}^1) p_k - \sum_{k=t+1}^n (a_{kj} x_j + b_{kj} - b_{kj}^1) p_k^0}, \quad j = \overline{t+1, n}. \quad (19)$$

Визначимо межі можливих значень рівноважних характеристик. Умови теореми допускають існування додатного розв'язку рівняння (7) з матрицею

$$C(p) = \left\| c_{kj}^0 \right\|_{k=1, j=1}^{n, l} \text{ і вектором } y = y^M. \text{ Для цього розв'язку } \{p_i\}_{i=1}^t, \{\pi_i\}_{i=t+1}^n$$

вираз (7) можна переписати у вигляді

$$p_k = \sum_{s=1}^n \tilde{G}_{sk}[n, y^M, c^0] p_s, \quad k = \overline{1, n},$$

$$\tilde{G}_{sk}[\kappa, \theta, \xi] = \sum_{j=1}^n (E - A)_{jk}^{-1} \left[\frac{\theta}{\pi_j x_j} \xi_{sj} + \frac{1}{x_j} (b_{sj} - b_{sj}^1) \right], \quad s, k = \overline{1, n}.$$

Вектор цін додатний, тому, згідно з теоремою Перрона (про існування власного вектора з додатними компонентами, який відповідає найбільшому власному значенню), спектральний радіус матриці $\left\| \tilde{G}_{sk}[n, y^M, c^0] \right\|_{k,s=1}^n$ дорівнюватиме одиниці. З властивостей невід'ємних матриць [7], що ґрунтуються на оцінках $\tilde{G}_{sk}[n, y, c^0] \geq \tilde{G}_{sk}[t, y^M, c^0], k, s = \overline{1, t}$, випливає, що спектральний радіус матриці $\left\| G_{sk}(n, x) \right\|_{k,s=1}^t$ буде меншим за одиницю. Тому справедливе відображення

$$p_k(y^M, c^o) = \sum_{j=1}^t (E - G[t, y^M, c^o])_{jk}^{-1} \sum_{s=t+1}^n \left(\sum_{i=1}^t (E - A)_{ij}^{-1} a_{si} + G_{sk}[t, y^M, c^o] \right) p_s^0, \\ k = \overline{1, t},$$

На підставі цього відображення отримуємо оцінки щодо можливих значень рівноважних цін

$$p_k^M = p_k(y^M, c^o) \geq p_k \geq p_k^m = p_k(y^m, c^1), \quad k = \overline{1, t}.$$

Можна отримати граничні оцінки і для рівнів оподаткування монополістів. Згідно із функціональною залежністю величин $\{\pi_i\}_{i=t+1}^n$ у виразі (19) від елементів матриці $C(p)$, компонентів векторів p, y, x , запишемо

$$\Pi_j(\xi, \eta, \theta, \chi) = \frac{\theta \sum_{s=1}^t \xi_{sj} \eta_s + \theta \sum_{s=t+1}^n \xi_{sj} p_s^0}{p_j^0 \chi_j - \sum_{k=1}^t (a_{kj} \chi_j + b_{kj} - b_{kj}^1) \eta_k - \sum_{k=t+1}^n (a_{kj} \chi_j + b_{kj} - b_{kj}^1) p_k^0}, \quad j = \overline{t+1, n}.$$

Тоді значення рівнів оподаткування i -го монополіста перебуватимуть в межах інтервалу $[\Pi_i(c^1, p^m, y^m, x^M), \Pi_i(c^0, p^M, y^M, x^m)]$, де величини

$$x_k^M = y^M \sum_{j=1}^l d_{kj}^0 + \sum_{s=1}^n (E - A)_{ks}^{-1} \left[\sum_{i=1}^n b_{si} - \sum_{j=1}^n b_{sj}^1 + e_s - i_s \right], \quad k = \overline{t+1, n}.$$

визначатимуть верхні границі рівноважних значень обсягів випуску товарів і послуг монополістами, а $x^m = \{x_i^m\}_{i=t+1}^n$, відповідно, – нижні границі.

Висновки

В результаті здійсненого дослідження були узагальнені раніше отримані результати [1, 3, 6] стосовно врахування впливу цін товарів і послуг на формування споживчих уподобань суб'єктів національної економічної системи, що ставить елементи матриці попиту такої системи у моделі Вальрасового типу в залежність від вектора цін.

На відміну від [1], в нашій версії моделі враховано наявність монополістів в національній економічній системі.

У [3] нами розглядався випадок заданих рівнів задоволення потреб споживачів. У [6] нами досліджена рівновага у випадку матриці попиту спеціального вигляду $C(p) = \|c_{kj} f_k^0(p)\|_{k=1, j=1}^{n, l}$. Тепер же ми пропонуємо визначати рівні задоволення потреб споживачів з умови економічної рівноваги.

Запропонований алгоритм визначення характеристик станів рівноваги національної економічної системи дає змогу з'ясувати умови функціонування всіх суб'єктів економічної системи в прийнятному для них режимі, із запобіганням проявам потенційно негативних впливів монопольних явищ. Наведено засіб реалізації (вибір стратегії оподаткування) прийнятних станів рівноваги.

Наведені результати можуть бути застосовані до аналізу реальних економічних систем. Зокрема, у [8] зазначено, як пов'язати модельні економічні характеристики (в тому числі й елементи матриці попиту) зі статистичними даними, зібраними за міжнародною методикою системи національних рахунків (відомою в Україні також як таблиця витрати-випуск), які описують економіку України, та виконані деякі сценарні розрахунки.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гончар М.С. Математичні основи інформаційної економіки / М.С. Гончар – К.: Ін-т теор. фізики, 2007, – 464 с.
2. Debreu G. Existence of competitive equilibrium. Handbook of Mathematical Economics / Debreu G. / ed. by K.J. Arrow and M.D. Intriligator. – Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1982. – vol. II. – P. 698–742.

3. Махорт А.Ф. О влиянии зависимости структуры потребления товаров от цены на равновесие в экономической системе / А.Ф. Махорт // Кибернетика и системный анализ, 2015. – № 2. – С. 52–61.
4. Канторович Л.В. Функциональный анализ / Л.В. Канторович, Г.П. Акилов – М.: Наука, 1977, – 442 с.
5. Махорт А.П. Про алгоритми визначення станів рівноваги відкритої економічної системи за наявності монополістів / А.П. Махорт // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2016. – № 4.
6. Махорт А.П. Вплив монополізму та оподаткування на економічну систему / А.П. Махорт // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2013. – № 3. – С. 30–44.
7. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер – М.: Наука, 1966, – 576 с.
8. Махорт А.Ф. О влиянии потребительских предпочтений на равновесие в открытой экономической системе / А.Ф. Махорт // Кибернетика и системный анализ. – 2016. – № 4. – С. 11–28.

Стаття надійшла до редакції 19.07.16.

УДК 004.942 : 626/627 ; 504.05

Д.В. СТЕФАНИШИН

ПРО РИЗИКИ ГІДРОЕНЕРГЕТИЧНОГО БУДІВНИЦТВА У ДНІСТРОВСЬКОМУ КАНЬЙОНІ

***Анотація.** Проаналізовано план будівництва каскаду з шести нових гідроелектростанцій на Дністрі, яке передбачено в Програмі розвитку гідроенергетики України до 2026 р. і має здійснюватися в межах Дністровського каньйону. Розглянуто передумови будівництва, що склалися у соціальній сфері, у сферах сільського господарства, туризму, рекреації та охорони природи. Наголошено на основних ризиках будівництва каскаду, серед яких виділено і проаналізовано ризик, пов'язаний з повеневою небезпекою. Вказано на можливість зростання повеневого ризику для розташованих вище за течією прирічкових територій Дністра і його приток. Обґрунтовано необхідність детального аналізу всіх ризиків гідроенергетики, як системних, серед яких ризики, що пов'язані зі шкодою, яка завдається населенню та довкіллю, так і ризиків втрачених можливостей.*

***Ключові слова:** гідроенергетичне будівництво, Дністровський каньйон, повенева небезпека, ризик втрачених (невикористаних) можливостей.*

Вступ

Натепер в Україні все ще відсутня традиція належної наукової експертизи планів природокористування, зокрема гідроенергетичних проєктів, реалізація яких може спричинити значну шкоду довкіллю та населенню, в тому числі і іншим суб'єктам господарювання. Прийняті рішення в гідроенергетиці (чи то у великій, чи в «малій») не ґрунтуються на системних оцінках діяльності, причинно-наслідковому аналізі проблем, які при цьому можуть виникнути, наукових прогнозах та інтерпретаціях наслідків природокористування, складених на основі сучасних математичних моделей, врахуванні різних сценаріїв розвитку природно-техногенних процесів, що відбуваються в руслах рік та на водозборах, не виходять з басейнового принципу щодо використання водних ресурсів річок та принципу раціонального використання земельних ресурсів прирічкових територій тощо.

Можна навести багато прикладів нераціонального, а подекуди і відверто варварського природокористування («бурштинова лихоманка», безконтрольна вирубка лісів тощо), яке має місце в нашій країні. Серед них найбільш кричущим, на нашу думку, може стати будівництво каскаду гідроелектростанцій (ГЕС) у Дністровському каньйоні [1] – як приклад необґрунтованого, навіть авантюрного державного рішення щодо використання природних ресурсів, шкода від якого може значно перевищити можливі вигоди і відповідальність за яке, зрештою, мають нести, в тому числі і перші особи держави.

Питання про те, в якій мірі нові ГЕС на Дністрі здатні посприяти вирішенню проблеми енергодефіциту, в тому числі і в маневрених

потужностях, в країні або регіоні, чи взагалі такий енергодефіцит наразі насправді існує, і чи не може він бути подоланий, наприклад, за рахунок альтернативних джерел відновлюваної енергії (вітру, сонця, біомаси) – ми залишимо відкритими. Хоча б тому, що ці питання в нашій країні стали предметом сумнівних бізнес-маніпуляцій і політичних спекуляцій, тоді як цивілізований світ давно вже спрямовує зусилля насамперед на енергозбереження і ощадливе використання природних ресурсів, зокрема гідроенергетичних. Однак немає жодних сумнівів в тому, що критика проекту будівництва каскаду ГЕС у Дністровському каньйоні екологами, громадськістю та активістами [2–4] щодо негативного впливу на природоохоронні об'єкти, населення і довкілля є більш ніж справедливою, оскільки такий вплив, як показує практика гідроенергетичного будівництва, в тому числі і у нас в країні, буде неминучим і безперечно негативним [5–7]. На нашу думку, предметом дискусії в цьому конкретному випадку може бути лише те, наскільки тяжкими виявляться його наслідки для екології Дністра та місцевого населення і чи можуть втрати бути виправдані отриманими вигодами.

1. Передісторія проблеми та її загальний аналіз

Проект будівництва каскаду з шести ГЕС на Дністрі (п'яти руслових низьконапірних і однієї з середнім напором дериваційної) на ділянці ріки між с. Устя (Чернівецька обл.) та с. Вістря (Тернопільська обл.) (рис. 1) було презентовано у листопаді 2015 р. фахівцями ПАТ «Укргідроенерго» як одну з важливих складових частин амбіційної Програми розвитку гідроенергетики України до 2026 р. [1]. Програма і, відповідно, цей проект знайшли підтримку в уряді. Водночас план гідроенергетиків щодо будівництва ГЕС в межах Дністровського каньйону, який визнано одним із семи природних чудес України, неминуче викликав негативну реакцію екологів і громадськості [2–4]. Те, що таких ГЕС має бути побудовано аж шість, мабуть, тільки підлило масла до вогню. Тому очевидні пояснення проектувальників, що більша їх кількість – це для того, щоб зменшити вплив на навколишнє середовище, що гідроелектростанції низьконапірні, з порівняно невеликими за площею водосховищами і, таким чином, з меншими площами затоплень і підтоплень, не спрацювали.

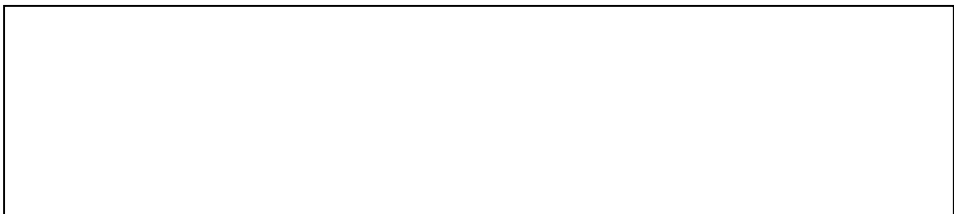


Рисунок 1 – Розміщення каскаду ГЕС у Дністровському каньйоні (карти Google Earth)

За твердженнями авторів проекту, окрім енергетичних перспектив (загальна потужність шести ГЕС каскаду має скласти 386 МВт), в результаті будівництва мають бути створені передумови для поліпшення захисту

місцевого населення від паводків на Дністрі – завдяки 147 млн м³ протиповіневої ємності їх водосховищ. До соціально-економічних вигод будівництва каскаду було віднесено також створення нових транспортних переходів через Дністер (зокрема, в межах національних парків, де доведеться ще й прокласти дороги), покращення умов водопостачання (мабуть, жителів тих населених пунктів, які буде ліквідовано й перенесено із зон затоплення і підтоплення) й рекреації (пошукання любителів зеленого туризму та річкового сплаву), економію газу, нові робочі місця тощо [1]. Окремо автори проекту пообіцяли, що вироблена на ГЕС енергія буде використовуватися у бюджетній сфері – школах, дитсадках, лікарнях, фельдшерсько-акушерських пунктах, а також для опалення та гарячого водопостачання населення. Правда, яким саме чином ця енергія може бути спрямована виключно на потреби знедолених, не пояснюється.

В той же час, як у нас вже ведеться, тим що у Дністровському каньйоні згідно з прийнятими раніше державними рішеннями уже сформовано національні природні парки, автори проекту і особи, що приймали рішення щодо можливості будівництва ГЕС, особливо не переймалися. Не заслужили на увагу з боку функціонерів ПАТ «Укргідроенерго» та міністрів і унікальні природні умови Дністровського каньйону (рис. 2), які сприяють розвитку високоефективного сільського господарства, рекреації (рис. 3) та туризму.

Рисунок 2 – Дністровський каньйон. Справа – м. Заліщики

Рисунок 3 – Пляж в м. Заліщики в 30-х рр. минулого століття.
Зліва на протилежному березі Дністра – Румунія (нині – с. Кострижівка
Чернівецької обл.) [8]

Однак, якщо відкинути емоції і забути про те, що розвиток країни, добробут та здоров'я її громадян визначаються не лише успіхами в бізнесі та економіці, а й станом довкілля, екологічним благополуччям територій проживання людей та відсутністю грубого втручання в усталений спосіб життя місцевого населення, то єдиним прийнятним виправданням доцільності цього будівництва в сучасних умовах, коли нові технології в енергетиці, будівництві, конструюванні тощо дозволяють знижувати затрати в альтернативних галузях і забезпечувати ефективність все більш складних альтернативних рішень, можуть бути лише ті вигоди, які не можна реалізувати іншим шляхом, окрім будівництва каскаду ГЕС, тобто тільки те, що ми можемо втратити або чим ми ризикуємо у випадку відмови від гідротехнічного будівництва в каньйоні. Чи можемо ми іншим способом

отримати встановлену потужність 386 МВт з альтернативних відновлюваних джерел енергії? Мабуть, що можемо. Наприклад, прийнята недавно в експлуатацію вітрова електростанція «Старий Самбір-1», потужністю 13,2 МВт, має чотири вітротурбіни по 3,3 МВт. Отже, замість будівництва каскаду ГЕС на Дністрі можна ввести в експлуатацію ще 113 подібних вітроагрегатів. За оцінками, таке рішення в енергетиці може виявитись навіть дешевшим. Чи можуть бути побудовані (якщо є в цьому необхідність) додаткові транспортні переходи через Дністер без будівництва гребель? Звичайно, що можуть. При цьому не треба буде прокладати нові шляхи тощо. Чи можна поліпшити ситуацію з туризмом і рекреацією в каньйоні без будівництва ГЕС? Скоріше за все, що так. Більш того, фахівці з туризму стверджують [9], що будівництво в каньйоні завдасть шкоди туризму, який вже розвивається на Дністрі, особливо «зеленому» туризму, що мінімально впливає на довкілля. Досвід використання вітчизняних водосховищ у сфері рекреації теж не є переконливим [10], адже розвиток рекреації на водосховищах потребує значних капіталовкладень і може, зрештою, виявитись серйозною екологічною проблемою при відсутності необхідної і вельми затратної інфраструктури [6, 7, 11]. Чи може виявитись так, що кращі можливості для розвитку сільського господарства, туризму, рекреації, транспорту, зрештою і енергетики можуть дати альтернативні рішення? Цілком можливо. Так чи інакше, ключовим моментом аналізу доцільності чи недоцільності будівництва ГЕС в Дністровському каньйоні може стати оцінка ризику, оскільки ми не впевнені в результатах нашої діяльності в альтернативних напрямках, і, в першу чергу, оцінка ризику втрачених можливостей [12–14], адже проектувальники стверджують, що будівництво нових шести ГЕС на Дністрі, окрім всього, може посприяти захисту населення від паводків, чого інші енергетичні альтернативи не нададуть.

2. Формалізація проблеми та мета статті

В економіці (бізнесі), зокрема і в природокористуванні, важливим атрибутом, який використовується з метою формалізації задачі прийняття рішення в умовах невизначеності, є ризик. Це пов'язано з тим, що, по-перше, прийняття рішень здійснюється в умовах неповноти інформації про умови та наслідки господарювання, по-друге, діяльність суб'єктів господарювання направлена на майбутнє, яке априорі не є визначеним. Відповідно оцінка і порівняння можливих альтернатив (варіантів, планів тощо) здійснюються в умовах невизначеності, де ризик використовується як інструмент її розкриття і подолання [12–20].

Проблемами оцінки та врахування ризику, зокрема, в природокористуванні, в різні роки займалися такі відомі вчені, як В.В. Вітлінський, А.Б. Качинський, М.О. Клименко, О.М. Ларічев, В.А. Легасов, Г.В. Лисиченко, Ц.Є. Мірцхулава, Е. Мушик, П. Мюллер, Я.С. Наконечний, Н.Д. Панкратова, Б.Н. Порфірьєв, А.Ф. Реймерс, А.Ю. Ретеюм, Г.А. Хміль, Н.В. Хохлов, А.С. Шапкін, Є.А. Яйлі, О.І. Ястремський, P.F. Ricci, W. Rowe, P. Slovic, C. Starr та інші. При цьому об'єднуючим в дослідженнях ризику, що проводились різними вченими в різних галузях діяльності людини, є його неминучість і об'єктивність.

Слід зазначити, що наразі національні стратегії більшості країн світу щодо власного економічного розвитку й забезпечення екологічної і техногенної безпеки орієнтуються на концепцію прийняттого («ненульового», «практично досяжного мінімального» тощо), а не «нульового» ризику. При цьому неможливість досягнення нульового ризику пояснюється також і тим, що відмова від раціонального природокористування (наприклад, від будівництва гідроелектростанції, яка б стимулювала економіку тощо) теж може бути пов'язана з ризиком [12–20]. Цю складову повного ризику зазвичай називають ризиком втрачених (або ж невикористаних) можливостей [12–14, 16]. Найпростіше ризик втрачених можливостей пов'язати з так званими «нульовими» альтернативами або з бездіяльністю, якщо остання жодним чином не пов'язується з прямими збитками. Ризик в цьому випадку і буде ризиком втрачених можливостей – у вигляді не отриманих, але можливих вигод від діяльності. Загалом поняття ризику втрачених можливостей не є новим, оскільки в багатьох прикладних завданнях прийняття рішень в умовах невизначеності ризик визначається не стільки ймовірними збитками, скільки відсутністю сподіваних позитивних результатів [15, 16].

Так, при попарному порівнянні альтернатив [12–14], сукупний (повний) ризик кожної з допустимих альтернатив може визначитися у вигляді лінійної комбінації можливих втрат l , пов'язаних з цим рішенням (капітальні затрати, операційні витрати, збитки, штрафи тощо), та сподіваних позитивних результатів (вигод, надбань, переваг) g , що можуть бути отримані у випадку альтернативного рішення:

$$r_{i,j} = l_i + g_j; i, j = \overline{0, n}; i \neq j, \quad (1)$$

де ризик $r_{i,j}$ у формі (1) можна витлумачити як ризик альтернативи a_i за умови, що носій рішення відмовляється від альтернативи a_j ; складову l_i сукупного ризику $r_{i,j}$ альтернативи a_i при порівнянні a_i з альтернативою a_j , $i \neq j$, – як системний (або власний) ризик альтернативи a_i ; складову g_j , $j = \overline{0, n}$, $i \neq j$, альтернативи a_j при порівнянні a_i з альтернативою a_j , $i \neq j$, – як несистемний ризик альтернативи a_i або як ризик втрачених (невикористаних) можливостей альтернативи a_i в порівнянні з альтернативою a_j .

При цьому задача багатокритеріальної оптимізації на зліченній множині допустимих альтернатив $\mathbf{A} = \{a_i\}$, $i = \overline{1, n}$ при попарному їх порівнянні зводиться до наступної задачі оптимізації [14]:

$$d_{opt} = \{a_{i,opt} \mid a_{i,opt} \in \mathbf{A} \wedge r_{i,opt} = \min(r_{i,j}, r_{j,i}) \forall (a_i, a_j)\}, i, j = \overline{1, n}, i \neq j, \quad (2)$$

де $r_{i,j}$, $r_{j,i}$ – повні ризики, відповідно, альтернативи a_i при її порівнянні з a_j , та a_j в порівнянні з a_i : $r_{i,j} = l_i + g_j$, $r_{j,i} = l_j + g_i$, де l_i , l_j та g_i , g_j – значення відповідним чином нормованих згорток критеріїв, що мінімізуються

та максимізуються, для альтернатив a_i і a_j , відповідно, представлені у формі ризиків: l_i, l_j – власних (системних) ризиків альтернатив a_i, a_j та g_j, g_i – ризиків втрачених (невикористаних) можливостей.

Отже, можна припустити, що чим більшими можуть виявитися вигоди від будівництва каскаду ГЕС у Дністровському каньйоні з точки зору захисту населення від паводків, тим легше можна буде виправдати це будівництво як таке, що мінімізує власний сукупний ризик в порівнянні з іншими альтернативними рішеннями. Відповідно нами й була сформульована основна мета цієї статті – проаналізувати рішення щодо будівництва каскаду ГЕС у Дністровському каньйоні на предмет захисту населення від паводків.

3. Аналіз повеневої ситуації на Дністрі в контексті будівництва каскаду ГЕС у Дністровському каньйоні

Катастрофічні повені на Дністрі є характерним елементом його гідрологічного режиму – звичайними для ріки природними явищами. Вони повторюються майже через кожні 10–15 років і охоплюють значні території, завдаючи народному господарству та населенню значної шкоди [21]. Загалом територія басейну Дністра відноситься до одного із найбільш паводконебезпечних регіонів Європи та світу [22]. Тому плани гідроенергетичного будівництва на Дністрі та його притоках, так чи інакше, мають ув'язуватися з планами протипаводкових заходів. Однією з функцій вже побудованого і найбільшого водосховища на Дністрі – водосховища Дністровського гідровузла – є захист населення від паводків.

В основному сильні паводки на Дністрі формуються у верховій частині його басейну, в літній і осінній періоди, за рахунок дощового стоку, на північно-східному макросхилі Українських Карпат. Характерно, що на цій ділянці Дністра ліві і праві його притоки впадають в головну ріку своєрідними скупченнями («вузлами»). Особливо виразно ця особливість проявляється при злитті Бистриці Підбужської, Тисьмениці і Верещиці (один вузол) та Щирки, Зубри і Колодниці (другий вузол). Менше згущені сходження Болозівки і Стрв'яжу з Дністром та таких потужних рік, як Стрий, Свіча, Бережниця і Луг з Дністром на виході з території Львівської області. Подібні вузли є і далі вниз за течією Дністра за межами Львівської області (Лімниця, Луква, Гнила Липа). Цю специфіку гідрографії слід обов'язково враховувати при прогнозуванні паводкових розливів у долині Дністра.

Автори проекту каскаду ГЕС у Дністровському каньйоні наголошують, що однією з задач будівництва буде зменшення повеневої небезпеки для населення, яке проживає в регіоні. Саме для цього проектом і передбачено створення протипаводкових ємностей на водосховищах каскаду загальним об'ємом 147 млн м³ [1]. Однак задамося питанням, що або кого саме мають захищати водосховища каскаду від паводків, і чи справді захищатимуть.

Території в межах каньйону. При створенні водосховищ рівні води в каньйоні, які відповідатимуть рівням постійного затоплення прирічкових територій, де розташовуються населені пункти, будуть вище рівнів, що спостерігаються на Дністрі при регулярних паводках. Це пов'язано з тим, що

більшість поселень у Дністровському каньйоні розміщуються на пологих берегах численних меандр (рис. 4).

Рисунок 4 – Дністер біля сіл Луг, Мостище, Делева Івано-Франківської обл.

Сумнівно, що жителі всіх населених пунктів, які розташовані в каньйоні, отримують захист від повеней. Скоріше навпаки при паводках більшість з поселень зазнаватимуть додаткової шкоди. Частину поселень взагалі прийдеться ліквідувати і переносити.

Території вниз по течії Дністра. Навряд, що визначена в проєкті загальна протиповінева ємність водосховищ каскаду здатна суттєво посприяти протиповіневному захисту територій, що розташовані нижче за течією, адже вона складатиме менше третини протиповіневої і лише біля 8% від корисної ємності Дністровського водосховища (корисний об'єм – 2 млрд м³, протипаводковий – 600 млн м³). А останнє, як показує практика, наразі не забезпечує належний захист від паводків розташованого вниз по течії від Дністровських ГЕС-1 і ГЕС-2 м. Могилів-Подільського та інших населених пунктів в середній і нижній течії Дністра. Однією з причин такої ситуації є як недоліки схеми регулювання паводків, прийнятої в затвердженому проєкті Дністровського гідровузла, так і її порушення на користь гідроенергетики та інших зацікавлених водокористувачів на Дністровському водосховищі. Схема розроблялася на акумуляцію паводків у водосховищі без урахування прогнозів і може гарантувати зрізання максимальних витрат паводків 1–10% ймовірності перевищення лише до 2600 м³/с. При цьому, якщо припливна витрата менше 2600 м³/с, то вона транзитом скидається через Дністровський гідровузел та гідроспоруди буферного гідровузла Дністровської ГЕС-2. Рівень води у Дністровському водосховищі підтримується на позначці, яка не перевищує нормальний підпірний рівень, НПР = 121,000 м. Якщо припливна витрата більше 2600 м³/с і протипаводкова ємність ще не заповнена, в нижній б'єф має скидатися витрата 2600 м³/с, з можливим форсуванням рівня води у водосховищі до позначки ФПР = 125,000 м. Проблема в тім, що натепер величина форсування рівня води у Дністровському водосховищі обмежена. Ці обмеження стали однією з причин катастрофічної повені у м. Могилів-Подільському при паводку 2008 р. (рис. 5).

Рисунок 5 – Повінь 2008 р. у м. Могилів-Подільський
(<http://finger.hiblogger.net/159082.html>)

Звичайно, ємність додаткових водосховищ каскаду дозволить дещо зменшити кількість обов'язкових форсувань рівнів води у Дністровському водосховищі вище НПР при паводках, припливні витрати яких перевищують 2600 м³/с. Однак реально при цьому «захищатимуться» від затоплення і підтоплення лише готелі (рис. 6) та інші подібні «рекреаційні» об'єкти, які в останні роки були побудовані на берегах водосховища.

Рисунок 6 – Готель «Услад» на правому березі Дністровського водосховища

Чи буде при цьому врятований від чергової катастрофічної повені на Дністрі Могилів-Подільський, залежить від того, яка витрата скидатиметься з Дністровського водосховища в нижній б'єф Дністровської ГЕС-1. Якщо продовжуватиме діяти обмеження на форсування рівня води у водосховищі на 4 м вище НПР до ФПР, то при паводку, подібному до того, що стався у 2008 р., місто знову зазнає затоплень і підтоплень.

Території вверх по течії від каньйону. Не підлягає сумнівам твердження про те, що будівництво каскаду ГЕС у Дністровському каньйоні аж ніяк не сприятиме захисту від повеней населених пунктів, що розташовані вверх по течії [9]. Це настільки очевидно, що й проєктанти не заперечуватимуть.

Однак, будівництво каскаду ГЕС в Дністровському каньйоні може нести для територій вище за течією Дністра, починаючи від сіл Довге і Маріямпіль, де має виклинюватися водосховище першої ступені каскаду ГЕС, додаткові повеневі ризики.

Вище за течією від каньйону Дністер протікає в широкій, озероподібній долині (рис. 7), ширина якої сягає 13-15 км, де при повенях одночасно може збиратися, напевно, найбільша в басейні Дністра маса води [21]. Тут розміщуються пригирлові ділянки і кількох його приток (Бистриці, Лукви, Лімниці, Сівки, Свіржа, Гнилої Липи та ін.), прирічкові території яких при паводках зазнають можливо найбільших збитків (рис. 8, 9).

Рисунок 7 – Долина Дністра біля с. Маріямпіль (<http://mariampil.if.ua/photo/6>)

а)

б)

Рисунок 8 – Липнева повінь 2008 р.: а) на Лімниці у місці впадіння в Дністер [<http://valentyn.io.ua/album163445>] (зверху справа Бурштинська ТЕС); б) на Бистриці нижче Івано-Франківська (<https://vovaf.wordpress.com>)

Рисунок 9 – Липнева повінь 2008 р. в м. Галич (<http://pravda.if.ua/news-4004.html>)

Про можливість зростання повеневого ризику для прирічкових територій Дністра і його приток перед каньйоном при будівництві в ньому каскаду ГЕС можуть також свідчити наведені нижче в таблиці дані щодо максимальних витрат води на водопостах, розташованих на Дністрі: «Галич» та «Заліщики».

Аналіз наведених в таблиці гідрологічних рядів показує, що, в середньому, максимальні витрати води Дністра на водопосту «Галич» (перед каньйоном) складають майже 80% від витрат на розташованому нижче за течією водопосту «Заліщики» (в каньйоні). З врахуванням максимальних витрат Бистриці це відношення сягає 90%. При цьому, з 1970 р. по 1998 р., при паводках сумарна максимальна витрата Дністра (біля Галича) і Бистриці перевищувала максимальну витрату Дністра біля Заліщиків 9 разів (в 50% випадків).

Таблиця 1 – Спостережені максимальні витрати води на водопостах, м³/с

Роки	«Галич»	«Галич» + Бистриця	«Заліщики»
1970	2020	2116	2950
1971	972	1004	1320
1972	517	547	863
1973	1560	1617	1780
1974	3130	3361	3300
1975	2390	2458	2190
1976	1840	1924	2030
1977	1040	1051	1240
1978	1020	1054	1710
1979	1480	1524	1780
1980	3580	3916	3910
1981	1620	1854	1710
1982	1660	1707	2010
1983	1200	1270	1350
1984	1770	2044	1880
1985	1210	1261	1230

1986	782	796	1140
1987	758	784	954
1988	1640	1678	2250
1989	2430	2706	2700
1990	385	405	514
1991	1630	1751	1920
1992	1140	1162	1310
1993	1720	1971	1940
1994	981	994	1570
1995	775	791	1070
1996	1970	2216	2810
1997	1200	1575	1370
1998	3380	3625	4080

Це може пояснюватися тим, що в долині Дністра вище сіл Довге і Маріямпіль відбувається трансформація паводків, як у водосховищі. Тобто повинь на Дністрі не лише формується на вході до каньйону, вона природним чином затримується перед ним. Тому існує небезпека, що каскад ГЕС в каньйоні сприятиме додатковому стримуванню паводкових вод в долині Дністра вище за течією, що може збільшити повеневий ризик для великої кількості населених пунктів, розташованих в долині Дністра та на його притоках від с. Довге до Галича і вище за течією, включаючи м. Івано-Франківськ, м. Бурштин та ін.

Висновок

За результатами досліджень можна зробити наступний висновок. Єдиним реальним виправданням будівництва ГЕС в Дністровському каньйоні могло б бути покращення умов захисту населення від паводків в басейні Дністра. Тільки цю вигоду не можна забезпечити в інших рішеннях щодо енергетики, рекреації, транспортних переходів, забезпечення людей роботою тощо. Ця вигода могла б розглядатися як ризик втрачених (або невикористаних) можливостей. Однак, з багатьох причин, будівництво ГЕС в каньйоні її не здатне забезпечити. Більш того, воно може ще й посилити повеневу небезпеку.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. http://provse.te.ua/wp-content/uploads/2016/07/presentati-on_2026.pdf.
2. <http://gazeta.dt.ua/business/ges-na-dnistri-ek-onomich-na-vigoda-i-ekologichne-liho-.html>.
3. <http://te.20minut.ua/Podii/yaki-sela-mozhe-pidtopiti-na-dnistri-cherez-ghes-10477435.html>.
4. http://teren.in.ua/2016/01/04/kaskad_hes_na_dnistri_buty_chy_ne_buty_foto/.
5. Ivashintsov D.A. Ecological and sociodemographic consequences of hydrotechnical construction (Problems of safety and risk) / D.A. Ivashintsov, D.V. Stefanishin, A. B. Veksler // Power Technology and Engineering. Vol. 27. Issue 12. December, 1993. – P.P. 685–691. DOI: 10.1007/BF01545709.

6. Environmental experience gained from reservoirs in operation. Trans. of the 18-th Int. Cong. on Large Dams. – Vol. 2. – Q.69. Durban-South Africa, 1994. – 780 p.
7. Гидроэнергетика и окружающая среда / [Под общ. ред. Ю. Ландау и Л.А. Сиренко]. – К.: Либра, 2004. – 484 с.
8. <http://wia-domosci.dziennik.pl/historia/ciekawostki/zdjecia/497332,14,zaleszczyki-prze-dwojenny-kurort-plaza-wakacje-zdjecia.html> (посилання на сайт надано О. Стефанишин).
9. <http://www.golos.com.ua/article/277934>.
10. Путренко В.В. Геоінформаційна система «Гідровузли України» – важливий елемент підтримки управлінських процедур / В.В. Путренко, Д.Е. Бенатов, Д.В. Стефанишин // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2016. – 1(3 (79)). – С. 46–53.
11. Авакян А.Б. Водохранилища / А.Б. Авакян, В.П. Салтанкин, В.А. Шарапов. – М.: Мысль, 1987. – 325 с.
12. Стефанишин Д.В. Вибрані задачі оцінки ризику та прийняття рішень за умов стохастичної невизначеності / Д.В. Стефанишин. – К.: Азимут-Україна, 2009. – 104 с.
13. Стефанишин Д.В. Про перспективи гідроенергетики в Україні та вибір варіанту розвитку Дніпровського каскаду з врахуванням ризику / Д.В. Стефанишин // Гідроенергетика України. – 2010. – № 3. – С. 5–11.
14. Стефанишина-Гаврилюк Ю.Д. Прийняття рішень у природокористуванні з урахуванням ризику невикористаних можливостей на підставі попарного порівняння альтернатив / Ю.Д. Стефанишина-Гаврилюк, Д.В. Стефанишин // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2016. – № 3. – С. 51–62.
15. Мушик Э. Методы принятия технических решений / Э. Мушик, П. Мюллер / Пер. с нем. – М.: Мир, 1990. – 206 с.
16. Ястремський О.І. Основи теорії економічного ризику / О.І. Ястремський. – К.: АртЕк, 1997. – 248 с.
17. Rowe W. An anatomy of risk / W. Rowe // W. J. Wiley. 1997. – 488 p.
18. Бернстайн П. Против богов: Укрощение риска / П. Бернстайн // Пер. с англ. – М.: ЗАО «Олимп-Бизнес», 2000. – 400 с.
19. Вітлінський В.В. Економічний ризик: ігрові моделі / В.В. Вітлінський, П.І. Верченко, А.В. Сігал, Я.С. Наконечний. – К.: КНЕУ, 2002. – 446 с.
20. Панкратова Н.Д. Оцінювання багатофакторних ризиків в умовах концептуальної невизначеності / Н.Д. Панкратова, Н.І. Недашківська // Кибернетика и системный анализ. – 2009. – № 2. – С. 72–82.
21. Адаменко О.М. Про причини та можливості попередження й зниження катастрофічних наслідків регіональних паводків у західному регіоні України / О.М. Адаменко // Географія. – № 6. – 2009. – С. 9–16.
22. Сусідко М.М. Районування території України за ступенем гідрологічної небезпеки / М.М. Сусідко, О.І. Лук'янець // Наук. праці УкрНДГМІ. – Вип. 253. – 2004. – С. 196–204.

Стаття надійшла до редакції 27.11.16.

РЕФЕРАТИ / ABSTRACTS

**ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ
INFORMATION TECHNOLOGY IN ECONOMY**

УДК 004.04

Повышение эффективности управления предприятием за счет трансформации ИТ-инфраструктуры / Довгий С.А., Копейка О.В. // Математическое моделирование в экономике. – 2017. – № 1-2. – С. 7–16.

Рассматривается вопрос модернизации ИТ-инфраструктуры с целью повышения эффективности управления предприятием. Создается типичная перспективная системная архитектура ИТ-инфраструктуры, проектируется система компонентов, что описывают: общие подходы к построению архитектуры системы; ИТ-сервисы (технологические системы), которые решают задачи предприятия; логическую модель ИТ-инфраструктуры предприятия.

UDC 004.04

Improving enterprise management efficiency by transforming its IT infrastructure / Dovgy S.O., Kopyika O.V. // Mathematical modeling in economy. – 2017. – № 1-2. – P. 7–16.

The article describes the question of the IT infrastructure modernization in order to improve enterprise management efficiency. There are creates a typical perspective system architecture of the IT infrastructure, designed the system components, that describe: common approaches to the system architecture construction; IT services (technology systems), which solve the enterprise problems; logical model of the enterprise IT infrastructure.

УДК 004.056:004.052

Иерархия факторов типовых сценариев реализации DDOS-атак. Часть 1 / Качинский А.Б., Ткач В.М., Поденко А.А. // Математическое моделирование в экономике. – 2017. – № 1-2. – С. 17–30.

Предложена методология иерархической структуризации когнитивных карт, позволяющая определить приоритетность устранения причинных факторов для предотвращения реализации DDoS-атак.

UDC 004.056:004.052

Hierarchy of factors of DDOS-attacks typical implementation scenarios. Volume 1 / Kachynskiy A.B, Tkach V.M., Podenko A.A. // Mathematical modeling in economy. – 2017. – № 1-2. – P. 17–30.

The methodology of cognitive maps hierarchical structuring was suggested, which allows to prioritize the elimination of the causative factors to avoid DDoS-attacks realization.

УДК 519.1, 514.128

О применении алгебраической комбинаторики к проблемам кодировки и криптографии / Пустовит А.С., Устименко В.А. // Математическое моделирование в экономике. – 2017. – № 1-2. – С. 31–46.

В статье представлен краткий обзор отечественных исследований по применению алгебраической комбинаторики к защите информации. Разработанная теория позволила построить новые нелинейные алгоритмы защиты информации, которые могут быть использованы в задачах электронного бизнеса, управления и коммерции. Параметры одного из потоковых алгоритмов представлены в таблицах. Описаны его специфические свойства.

UDC 519.1, 514.128

Algebraic Combinatorics of application for problems coding and cryptography / Pustovit O.S., Ustimenko V.O. // Mathematical modeling in economy. – 2017. – № 1-2. – P. 31–46.

This article provides a brief overview domestic research on applications of algebraic combinatorics to information security. The theory made it possible to build new nonlinear algorithms for protection of information which can be used in problems of e-business, management and commerce. Parameters of a streaming algorithms presented in the tables. The specific properties are described.

УДК 004.5:004.6:004.89:007.51:528.933

Множественные характеристики онтологических систем / Приходнюк В.В., Стрижак А.Е. // Математическое моделирование в экономике. – 2017. – № 1-2. – С. 47–61.

Рассматривается множественность бинарных отношений между концептами онтологических систем. Определяются особенности процесса образования таксономических структур на основе использования гиперотношения множественной упорядоченности. Введены и определены свойства множественной упорядоченности. Определено их влияние на процессы формирования различных таксономических структур и категорий. Формулируются условия по определению истинности множественного гиперотношения, которое выражает свойство индуктивности упорядоченных множеств концептов таксономий. Описываются функциональные свойства множественных характеристик онтологических систем.

UDC 004.5:004.6:004.89:007.51:528.933

Multiple characteristics of ontological systems / Prykhodniuk V., Stryzhak O. // Mathematical modeling in economy. – 2017. – № 1-2. – P. 47–61.

The multiplicity of binary relations between concepts of ontological systems is considered. Specific features of the formation process of taxonomic structures are determined on the basis of the use of hyperrelations of multiple ordering. Introduced and defined the properties of multiple ordering. Their influence on the formation of various taxonomic structures and categories is determined. The conditions are formulated for determining the truth of multiple hyperrelations, which expresses the property of inductance of ordered sets of taxonomy concepts. Functional properties of multiple characteristics of ontological systems are described.

МАТЕМАТИЧНІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ МОДЕЛІ В ЕКОНОМІЦІ MATHEMATICAL AND INFORMATIONAL MODELS IN ECONOMY

УДК 519.8

Кооперативная ресурсная модель сбалансированного развития / Полумиенко С.К., Горда С.Е. // Математическое моделирование в экономике. – 2017. – № 1-2. – С. 62–73.

Рассматривается ресурсный подход к построению модели сбалансированного развития на основе кооперативной игры. Определена базисная система индикаторов состояния ресурсов, их агрегаты, включающие количественные и качественные оценки. Определены элементы кооперативной игры, которая отображает развитие всей системы, а также ее участники и их стратегии, состоящие в изменении ресурсов. Решение игры основывается на векторе Шепли; задаваемое им разделение и соответствует совокупной стратегии сбалансированного развития.

UDC 519.8

Cooperative resource balanced development model / Polumiienko S.K., Gorda S.E. // Mathematical modeling in economy. – 2017. – № 1-2. – P. 62–73.

It is considered the resource approach to building of balanced development model based on the cooperative game. There are defined basic indicators of system resources, their aggregates including quantitative and qualitative evaluations of resources. There are defined elements of cooperative game that reflects the development of the system as well as its participants and their strategies of resources changing. The game solution is based on Shapley value. The given by it payoff division reflects corresponding strategy of balanced development.

УДК 519.854.2

Задачі побудови комбінованих і роздільних маршрутів перевезення дрібнопартійних вантажів у внутрішніх зонах ієрархічної автотранспортної мережі / Васянін В.О. // Математичне моделювання в економіці. – 2017. – № 1-2. – С. 74–92.

В роботі запропоновані математичні формулювання задач побудови комбінованих і роздільних маршрутів для перевезення дрібнопартійних вантажів у внутрішніх зонах обслуговування магістральних вузлів ієрархічної транспортної мережі. Проведено огляд методів і алгоритмів розв'язання подібних задач. Відзначається можливість розв'язання сформульованих задач за допомогою відомих пакетів змішаного і цілочисельного лінійного програмування.

UDC 519.854.2

Vehicle routing problems with simultaneous and split delivery and pickup of small-lot cargo in the internal service areas of trunk nodes of hierarchical transport network / Vasyanin V.A. // Mathematical modeling in economy. – 2017. – № 1-2. – P. 74–92.

The paper presents mathematical formulations of the vehicle routing problems with simultaneous and split delivery and pickup of small-lot cargo in the internal service areas of trunk nodes of hierarchical transport network. A review of methods and algorithms for solving such problems is conducted. It is marked the possibility of solving the formulated problems by known packages of mixed and integer linear programming.

УДК 53.043+004.942

Исследование изотопного обмена в системе «оксид трития – природный минерал» / Кряжич О.А., Коваленко А.В. // Математическое моделирование в экономике. – 2017. – № 1-2. – С. 93–101.

В статье представлены результаты экспериментов по исследованию изотопного обмена между тритиевой водой и природными минералами. Сделан акцент на глинистые минералы – глины с каолинитами. По результатам исследований были проанализированы изменения удельной активности тритиевой воды при добавлении глинистых минералов в условиях изменения температурного режима. Сделаны выводы относительно дальнейших направлений исследований по теме.

UDC 53.043+004.942

Research of isotope exchange in the system "tritium oxide - natural mineral" / Kryazhych O.O., Kovalenko O.V. // Mathematical modeling in economy. – 2017. – № 1-2. – P. 93–101.

In the article presents the results of experiments on the study of isotopic exchange between trititional water and natural minerals. Focus on clay minerals – clay with kaolin. The results of the studies analyzed changes in the specific activity water when adding clay minerals under conditions of changing temperature. Conclusions regarding future research directions on the theme.

УДК 004.8:519.85:656.7

Моделирование зависимых от времени проблем поиска оптимальных маршрутов: обзор / Гуляницкий Л.Ф., Павленко А.И. // Математическое моделирование в экономике. – 2017. – № 1-2. – С. 102–116.

Рассмотрены задачи поиска оптимальных маршрутов сетями общественного транспорта. Приведены подходы для представления расписания с помощью графов в зависимых от времени задачах поиска оптимальных путей для железнодорожных и авиасетей. Проанализированы типовые задачи поиска оптимальных путей в зависимых от времени сетях.

UDC 004.8:519.85:656.7

Modelling of time-dependent problems of search of optimal routes: overview / Hulianytskyi L., Pavlenko A. // Mathematical modeling in economy. – 2017. – №1-2. – P. 102–116.

We consider the problem of optimal dynamic time-dependent route planning in public transport networks. The paper describes approaches to represent schedule within graphs for the time-dependent shortest path problems in rail and air networks. Common types of time-dependent shortest path problems in dynamic networks are reviewed.

УДК 532.526

Моделирование вязкого течения по наклонному аэродинамическому профилю при низких числах Рейнольдса / Горбань И.Н., Лебедь А.Г. // Математическое моделирование в экономике. – 2017. – № 1-2. – С. 117–140.

Представлена вихревая численная схема для моделирования вязкого течения по наклонному аэродинамическому профилю. Выполнены расчеты динамических характеристик симметрических профилей NASA0008 и NASA0018 при $Re = 500$ в широком диапазоне углов атаки.

UDC 532.526

Numerical modeling the viscous flow over an inclined airfoil at low Reynolds numbers / Gorban I.M., Lebid O.G. // *Mathematical modeling in economy*. – 2017. – № 1-2. – P. 117–140.

The high-resolution vortex numerical scheme for the simulation of the viscous flow over an inclined airfoil is developed. The aerodynamic characteristics of NACA0008 and NACA0018 airfoils are calculated in the wide range of the angle of attack.

АНАЛІЗ, ОЦІНКА ТА ПРОГНОЗУВАННЯ В ЕКОНОМІЦІ ANALYSIS, EVALUATION AND FORECASTING IN ECONOMY

УДК 311.3; 330.341.1

Мировые тенденции развития систем инновационных индикаторов / Макаренко И.П., Рогожин А.Г. // *Математическое моделирование в экономике*. – 2017. – № 1-2. – С. 141–158.

Рассмотрен эволюционный процесс развития инновационных моделей и закономерности их последовательного изменения. Выявлена взаимосвязь между этапами развития инновационных моделей и этапами развития систем индикаторов инновационного развития. Осуществлена систематизация методических подходов к формированию систем инновационных индикаторов. Показано, что этот процес в мире еще не стандартизован и страны развивают такие индикаторы, исходя из национальной специфики. На примере ЕС показана важность использования макроэкономических и инновационных индикаторов в едином комплексе. Показана роль инновационных индикаторов в евроинтеграционных процессах. Исследованы драйверы совершенствования инновационных индикаторов развитых стран ЕС и быстро развивающихся стран. Проанализированы системы индикаторов, разработанные экспертами ООН, ОЕСР, Мирового Банка, а также глобальные индексы инновационного развития. Сформулированы рекомендации относительно основных направлений формирования системы инновационных индикаторов в Украине.

UDC 311.3; 330.341.1

World trends of the systems of innovation indicators development / Makarenko I.P., Rogozhin O.G. // *Mathematical modeling in economy*. – 2017. – №1-2. – P. 141–158.

The process of innovative models evolution and regularity of its consecutive change is considered. It is discovered interconnection between the stages of innovative models development and the stages of the systems of innovation indicators development. Systematization of methodical approaches to the construction of innovation indicators is carried out. It is revealed that this process is not standardized in the world until now and countries develop such indicators coming from a national specific. The importance of joint use of macroeconomic and innovation indicators is rotined on the example of EU. It is shown the role of innovation indicators in eurointegration processes. It is investigated the drivers of improvement the innovation indicators in the developed countries of EU and in the quickly developing countries. The systems of indicators elaborated by the UN, OESR and World Bank experts are analysed as well as global indexes of innovative development. It is formulated the recommendations of basic directions of creating the system of innovation indicators in Ukraine.

УДК 519.86

О равновесии открытой экономической системы при наличии монополистов и зависимых от цен потребительских предпочтений / Махорт А.Ф. // Математическое моделирование в экономике. – 2017. – №1-2 – С. 159–171.

Исследована открытая экономическая система, созданная ненасыщаемыми потребителями. Часть потребителей способна также и производить свои товары. Учтено наличие налогообложения субъектов экономической системы. Используются принципы равновесия Вальрасового типа. Предложен алгоритм решения задачи об экономическом равновесии в случае комплексного действия монопольных явлений и влияния цен на формирование потребительских предпочтений. Приведены ограничения на модельные характеристики, которые обеспечивают существование равновесия такой экономической системы. Определены состояния равновесия с приемлемыми для всех субъектов экономической системы уровнями потребления. Указаны интервалы возможных значений равновесных характеристик. Отмечена зависимость реализации конкретного состояния равновесия экономической системы от выбора стратегии налогообложения.

UDC 519.86

On equilibrium of an open economy with monopolies and consumers interests depended on prices / Makhort A.Ph. // Mathematical modeling in economy. – 2017. – № 1-2. – P. 159–171.

There is an investigation of an open economy created by insatiable consumers. The part of consumers can product own goods. The model takes into account a taxation of subjects of the economy. The equilibrium principles are a Walrasian type. There is a solution algorithm of the equilibrium problem in case of a complex action of a monopoly effect and a price dependence of a formation of consumers interests. Presented limitations of model characteristics of the economy prove an equilibrium existence. The characteristics of discovered equilibrium states guarantee an acceptable level of a needs satisfaction of all economy subjects. There is an area of possible values of the equilibrium characteristics. The realization of a particular equilibrium state depends on a choice of a taxation strategy.

УДК 004.942 : 626/627 ; 504.05

О рисках гидроэнергетического строительства в Днестровском каньоне / Стефанишин Д.В. // Математическое моделирование в экономике. – 2017. – № 1-2. – С. 172–183.

Проанализирован план строительства каскада из шести новых гидроэлектростанций на Днестре, предусмотренного в Программе развития гидроэнергетики Украины до 2026 г., которое должно осуществляться в пределах Днестровского каньона. Рассмотрены условия строительства, сложившиеся в социальной сфере, в сферах сельского хозяйства, туризма, рекреации и охраны природы. Акцентировано внимание на основных рисках строительства каскада, среди которых выделен и проанализирован риск, связанный с опасностью наводнений. Отмечена возможность увеличения риска наводнений для расположенных выше по течению приречных территорий Днестра и его приток. Обоснована необходимость детального анализа всех рисков гидроэнергетики, как системных, среди которых риски, связанные с вредом населению и окружающей среде, так и рисков потерянных (неиспользованных) возможностей.

UDC 004.942 : 626/627 ; 504.05

On the risks of hydropower construction in the Dniester canyon / Stefanyshyn D.V. // Mathematical modeling in economy. – 2017. – № 1-2. – P. 172–183.

Analyzed was a plan to build a cascade of six new hydropower plants on the river Dniester, which is stipulated in the Program of hydropower development in Ukraine till 2026 and should be carried out within the Dniester canyon. The preconditions of the construction, prevailing in the social sphere, agriculture, tourism, recreation and nature conservation were considered. The major risks of the cascade construction were emphasized and the risk associated with flood hazard was identified and analyzed among them. It is specified on possibility the increase the flood risk for located upstream riverside areas of the Dniester River and its tributaries. The necessity of a detailed analysis of the risks of hydropower both the system risks, including the risks associated with the harm caused to the population and the environment, and the risks of lost (unused) opportunities was grounded.

ІНФОРМАЦІЯ ПРО АВТОРІВ INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Васянін Володимир Олександрович – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (Україна, м. Київ).

Горбань Ірина Миколаївна – кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник відділу технічної гідромеханіки Інституту гідромеханіки НАН України (Україна, м. Київ).

Горда Сергій Євгенович – аспірант Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (Україна, м. Київ).

Гуляницький Леонід Федорович – доктор технічних наук, завідувач відділом Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України (Україна, м. Київ).

Довгий Станіслав Олексійович – член-кореспондент НАН України, академік НАПН України, доктор фізико-математичних наук, професор, заслужений діяч науки і техніки України, директор-організатор Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (Україна, м. Київ).

Качинський Анатолій Броніславович – доктор технічних наук, професор, Національний інститут стратегічних досліджень при Президентові України (Україна, м. Київ).

Коваленко Олександр Васильович – кандидат технічних наук, завідувач лабораторією ФТПДЯВ Інституту ядерних досліджень НАН України (Україна, м. Київ).

Копійка Олег Валентинович – доктор технічних наук, провідний науковий співробітник Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (Україна, м. Київ).

Кряжич Ольга Олександрівна – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (Україна, м. Київ).

Лебідь Олексій Григорович – кандидат технічних наук, заступник директора з наукової роботи Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (Україна, м. Київ).

Макаренко Ігор Петрович – кандидат економічних наук, директор Інституту еволюційної економіки (Україна, м. Київ).

Махорт Андрій Пилипович – кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, старший науковий співробітник лабораторії математичного моделювання відділу синергетики Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова Національної академії наук України (Україна, м. Київ).

Павленко Анна Ігорівна – аспірантка Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України (Україна, м. Київ).

Поденко Аліна Андріївна – магістр, випускник кафедри інформаційної безпеки фізико-технічного інституту Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», IT-спеціаліст ТОВ «Inter Cars Ukraine» (Україна, м. Київ).

Полумієнко Сергій Костянтинович – доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, завідувач відділу прикладної інформатики Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (Україна, м. Київ).

Приходнюк Віталій Валерійович – аспірант Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (Україна, м. Київ).

Пустовіт Олександр Сергійович – аспірант, провідний інженер Інституту телекомунікацій та глобального інформаційного простору Національної академії наук України (ІТГП НАНУ) (Україна, м. Київ).

Рогожин Олексій Григорович – доктор економічних наук, провідний науковий співробітник Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (Україна, м. Київ).

Стефанишин Дмитро Володимирович – доктор технічних наук, провідний науковий співробітник, професор кафедри гідротехнічних споруд Національного університету водного господарства та природокористування (НУВГП) (Україна, м. Рівне).

Стрижак Олександр Євгенійович – доктор технічних наук, провідний науковий співробітник Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (Україна, м. Київ).

Ткач Володимир Миколайович – кандидат економічних наук, доцент кафедри інформаційної безпеки фізико-технічного інституту Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» (Україна, м. Київ).

Устименко Василь Олександрович – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач відділу онтологічних систем та прикладної алгебраїчної комбінаторики Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (Україна, м. Київ).

© Авторські і суміжні права належать авторам окремих публікацій, Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України, Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Інституту економіки і прогнозування НАН України.

© Авторские и смежные права принадлежат авторам отдельных публикаций, Институту телекоммуникаций и глобального информационного пространства НАН Украины, Институту кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Институту экономики и прогнозирования НАН Украины.

Copyright © authors of publications, Institute of Telecommunications and Global Information Space of NAS of Ukraine, Glushkov Institute of Cybernetics of NAS of Ukraine, Institute for Economics and Forecasting of NAS of Ukraine. All rights reserved.

ДО УВАГИ АВТОРІВ ЖУРНАЛУ

Зміст матеріалів, що направляються до редакції, повинен відповідати профілю та науково-технічному рівню журналу. Тематика журналу стосується математичного моделювання у всіх сферах господарської діяльності, тобто, економіки в її широкому розумінні.

Кожна наукова стаття повинна мати вступ, розділи основної частини та висновки, а також анотацію і ключові слова трьома мовами (українською, російською та англійською). Також трьома мовами подаються реферати до статті, які будуть розміщені в електронному варіанті журналу «Математичне моделювання в економіці» на сайті журналу.

Усі представлені в редакцію рукописи проходять ретельне багатоланкове рецензування відповідними фахівцями за профілем статті. Якщо сумарна оцінка рецензентів менша за встановлений поріг, рукописи відхиляються. Автору надсилається відповідне повідомлення. Матеріали, отримані від автора, редакцією не повертаються. Після доопрацювання автор може подати матеріал повторно, з виконанням усіх процедур подачі матеріалу.

Статті, що були представлені в редакцію і прийняті після рецензування, але не попали в поточний номер журналу, будуть надруковані в наступних номерах журналу.

Зміст статті та якість написання або перекладу (українською або англійською мовами) переглядаються коректорами журналу, проте відповідальність за зміст та якість статті несуть автори матеріалу. До статті можуть бути внесені зміни редакційного характеру без згоди автора.

Розділ журналу, до якого буде віднесена стаття, визначається редакцією, узгоджується – головним редактором або його заступником.

Остаточний висновок щодо публікації матеріалів схвалює редакційна колегія журналу.

Електронна версія журналу, правила оформлення та вимоги до статей, зміни і доповнення до тематичних розділів будуть оперативно подаватися в Інтернеті на сайті журналу «Математичне моделювання в економіці» www.mmejournal.in.ua

Журнал також представлений на сайті Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України <http://itgip.org/> у розділі «Видавнича діяльність».

Виконавчий редактор – О.О. Кряжич, канд. техн. наук.

Надруковано:

Видавничий дім «Юстон»
01034, м. Київ, вул. О. Гончара, 36.
Тел.: (044) 360-22-66
Реєстраційне свідоцтво НБ № 153324 від 05.11.2012 р.

Підписано і здано до друку 23.03.2017. Формат 70X108/16. Папір офсетний.
Офсетний друк. Умовн. друк. арк. 20.2
Обл.-вид. арк. 17.3 Тираж 300 примірників Замовлення № _____

КИЇВ 2017