

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ**  
**ІНСТИТУТ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ**  
**І ГЛОБАЛЬНОГО ІНФОРМАЦІЙНОГО ПРОСТОРУ**  
**ІНСТИТУТ КІБЕРНЕТИКИ ім. В.М. ГЛУШКОВА**  
**ІНСТИТУТ ЕКОНОМІКИ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ**

# **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ЕКОНОМІЦІ**

№ 3-4 (7), липень-грудень 2016 р.

**Міжнародний науковий журнал**

Заснований у липні 2014 р.  
Виходить 4 рази на рік

Журнал включено до Переліку наукових фахових видань України,  
в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових  
ступенів доктора і кандидата наук за напрямками фізико-математичні, технічні та  
економічні науки

(Наказ Міністерства освіти і науки України від 09.03.2016. № 241)

**КИЇВ 2016**

## РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

Головний редактор – **С.О. Довгий**, д-р фіз.-мат. наук, чл.-кор. НАНУ  
Заступник головного редактора – **О.М. Трофимчук**, д-р техн. наук,  
чл.-кор. НАНУ

### Члени редколегії:

**В.П. Вишневський**, д-р екон. наук,  
акад. НАНУ  
**В.М. Геєць**, д-р екон. наук, акад. НАНУ  
**Л.Ф. Гуляницький**, д-р техн. наук  
**Ю.І. Калюх**, д-р техн. наук  
**Ю.Г. Кривонос**, д-р фіз.-мат. наук,  
акад. НАНУ  
**С.І. Левицький**, д-р екон. наук  
**Р.М. Лепа**, д-р екон. наук  
**О.О. Любіч**, д-р екон. наук  
**В.О. Романов**, д-р техн. наук

**В.А. Пепеляєв**, д-р фіз.-мат. наук  
**В.О. Петрухін**, д-р техн. наук  
**С.К. Полумієнко**, д-р фіз.-мат. наук  
**О.Г. Рогожин**, д-р екон. наук  
**І.В. Сергієнко**, д-р фіз.-мат. наук,  
акад. НАНУ  
**М.І. Скрипниченко**, д-р екон. наук,  
чл.-кор. НАНУ  
**Д.В. Стефанишин**, д-р техн. наук  
**П.І. Стецюк**, д-р фіз.-мат. наук  
**В.О. Устименко**, д-р фіз.-мат. наук

### МІЖНАРОДНА РЕДАКЦІЙНА РАДА

**О.М. Ведута**, д-р екон. наук, проф., Росія  
**М. Вохозка**, проф., Чеська Республіка  
**Р. Еспехо**, проф., Великобританія  
**А. Крайка**, проф., Польща  
**А. Леонард**, проф., Канада  
**П. Миколайчак**, проф., Польща  
**С.О. Нурмінський**, д-р фіз.-мат. наук,  
проф., Росія

**В.М. Полтерович**, д-р екон. наук,  
проф., акад. РАН, Росія  
**В.І. Суслов**, д-р екон. наук, проф.,  
чл.-кор. РАН, Росія  
**Ю.С. Харін**, д-р фіз.-мат. наук, проф.,  
чл.-кор. НАНБ, Білорусь  
**Г. Ширз**, проф., Великобританія  
**М. Ячимович**, проф., акад. ЧАНМ,  
Чорногорія

---

Рекомендовано до друку Вченою радою Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (протокол № 10 від 15.11.2016 р.)

*Журнал публікує оригінальні та оглядові статті, матеріали проблемного та дискусійного характеру, науково-практичні матеріали з питань математичного моделювання в різних сферах господарювання, інформаційного забезпечення процесу моделювання і прогнозування, розвитку кібернетичної складової і застосування сучасних програмно-апаратних засобів для математичного моделювання.*

### ОСНОВНІ ТЕМАТИЧНІ РОЗДІЛИ ЖУРНАЛУ

- Інформаційні технології в економіці
- Математичні та інформаційні моделі в економіці
- Аналіз, оцінка та прогнозування в економіці
- Дискусійні повідомлення

---

#### АДРЕСА РЕДАКЦІЇ

03186, м. Київ, Чоколівський бульв., 13,  
Інститут телекомунікацій і глобального  
інформаційного простору НАН України  
Телефони: (044) 245-87-97  
(044) 524-22-62

Свідоцтво про реєстрацію  
КВ № 20259-10659 Р від 14.07.2014

Електронна версія журналу в Інтернеті  
[www.mmejournal.in.ua](http://www.mmejournal.in.ua) українською,  
російською та англійською мовами

## ЗМІСТ

### ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

**Полумієнко С.К., Стрижак О.Є., Трофимчук О.М.**

Ресурсно-онтологічний підхід до оцінки рівня національного розвитку..... 7

**Мокін В.Б., Дзюняк Д.Ю.**

Метод оцінювання параметрів стаціонарних джерел викидів на основі моделі Гауса за даними оперативного моніторингу зони розсіювання ..... 28

**Роуланд З., Врбка Я.**

Оптимізація структури капіталу компанії з метою максимізації прибутку з використанням нейронних мереж на прикладі низки будівельних компаній ..... 38

**Крета Д.Л.**

Інформаційна технологія аналізу та оцінки забруднення складових довікля..... 45

**Сулер П.**

Оптимізація структури капіталу компанії для максимізації прибутку за допомогою нейронних мереж на прикладі будівельних компаній ..... 59

### МАТЕМАТИЧНІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ МОДЕЛІ В ЕКОНОМІЦІ

**Коваленко О.В., Кряжич О.О.**

Розподіл тритію в органічній речовині рослин на прикладі кульбаби лікарської..... 66

**Калюх Ю.І., Клименков О.А., Берчун Я.О.**

Прикладна реалізація моделей ґрунтового середовища в геотехніці: від моделі Біо до моделі граничної рівноваги..... 77

**Васянін В.О., Ушакова Л.П.**

Задачі побудови маршрутів доставки та збірки для перевезення дрібнопартійних вантажів у внутрішніх зонах ієрархічної автотранспортної мережі..... 104

**Венгерський П.С., Шинкаренко Г.А.**

Чисельне дослідження енергетичних рівнянь варіаційної задачі сумісного руху поверхневих і підземних водних потоків на водозаборі..... 134

<b>Макаренко І.П.</b> Моделювання макроекономічного середовища здійснення трансмісій...	148
<b>Флакс В.Л.</b> Атрибуція доходів інтернет-магазину на основі проходження покупцем воронки замовлення .....	160
<b>АНАЛІЗ, ОЦІНКА ТА ПРОГНОЗУВАННЯ В ЕКОНОМІЦІ</b>	
<b>Глушкова В.В.</b> Концепція В.М. Глушкова з управління науково-технічним прогресом.....	169
<b>Путренко В.В., Назаренко С.Ю.</b> Визначення якості повітря на основі інтелектуального аналізу даних дистанційного зондування.....	178
<b>Омельянчик Д.А.</b> Емпірична валідація агентно-орієнтованих моделей на прикладі моделі промислового виробництва у Польщі.....	190
<b>РЕФЕРАТИ</b> .....	199
<b>ІНФОРМАЦІЯ ПРО АВТОРІВ</b> .....	206

# CONTENTS

## INFORMATION TECHNOLOGY IN ECONOMY

<b>Polumiienko S., Stryzhak O., Trofymchuk O.</b> Resource-ontological approach to the national development evaluation.....	7
<b>Mokin V., Dziuniak D.</b> The method of estimating the parameters of stationary emission source based on the Gaussian model according to real-time monitoring dispersal zone .....	28
<b>Rowland Z., Vrbka J.</b> Optimization of a company's property structure aiming at maximization of its profit using neural networks with the example of a set of construction companies.....	38
<b>Kreta D.</b> The method of estimating the parameters of stationary emission source based on the Gaussian model according to real-time monitoring dispersal zone .....	45
<b>Suler P.</b> Optimizing the capital structure of the company to maximize its profits by using neural networks on the example of building companies.....	59

## MATHEMATICAL AND INFORMATIONAL MODELS IN ECONOMY

<b>Kovalenko O., Kryazhych O.</b> The distribution of tritium in the organic matter of plants on the example of the taraxacum .....	66
<b>Kalykh Yu., Klymenkov O., Berchun Ya.</b> Applied implementation of models of soil medium in geotechnics: from model Bio to model the limit equilibrium .....	77
<b>Vasyanin V., Ushakova L.</b> Vehicle routing problems with delivery and collection of small-lot cargo in the internal service areas of trunk nodes of hierarchical transport network...	104
<b>Venherskyi P.S., Shynkarenko G.A.</b> Numerical study energy equations variational problem of joint motion of surface and underground water flows at watershed.....	134

<b>Makarenko I.</b> Modelling of macroeconomic environment of transmissions realization.....	148
<b>Flaks V.L.</b> Funnel based reventure attribution of online campaigns.....	160
<b>ANALYSIS, EVALUATION AND FORECASTING IN ECONOMY</b>	
<b>Glushkova V.</b> The concept of V. M. Glushkov of management scientific and technical progress .....	169
<b>Putrenko V., Nazarenko S.</b> Determination of air quality based on data mining of remote sensing data...	178
<b>Omelianchyk D.</b> Empirical validation of agent-based models: model of industrial production in Poland .....	190
<b>ABSTRACTS</b> .....	199
<b>INFORMATION ABOUT THE AUTHORS</b> .....	206

## ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 004.5:004.6:004.89:355/359

С.К. ПОЛУМІЄНКО, О.Є. СТРИЖАК, О.М. ТРОФИМЧУК

### РЕСУРСНО-ОНТОЛОГІЧНИЙ ПІДХІД ДО ОЦІНКИ РІВНЯ НАЦІОНАЛЬНОГО РОЗВИТКУ

***Анотація.** Пропонується загальна схема опису та аналізу процесів національного розвитку на основі визначення його статичних факторів – наявних ресурсів системи та їх порівняльних оцінок. Для формування та подальшого аналізу агрегованих оцінок та індексів пропонується є використання онтологічних засобів обробки необхідної інформації.*

***Ключові слова:** індикатор, індекс, оцінка, таксономія, семантика.*

#### Вступ

Робота продовжує огляд [1] різнобічних систем індикаторів та індексів оцінки рівня сталого розвитку та національної безпеки, забезпечення яких в сукупності формує ключові фактори національного розвитку країни. Судячи з огляду, при їх оцінці частіше використовуються підходи, спрямовані на узгодження різнобічних за властивостями об'єктів та процесів, які характеризують систему. Водночас, саме через різнобічність таке узгодження виконується далеко не завжди, окремі індикатори та індекси, незважаючи на їх визнання та широке застосування, мають достатньо синтетичний характер та не враховують всі фактори розвитку. Особливо це стосується методів оцінки рівня національної безпеки, які, крім поширених методів оцінки рівня сталості розвитку, включають необхідність аналізу внутрішніх та зовнішніх впливів та загроз життєдіяльності системи.

Основою зазначених методів зазвичай є певна система показників - індикаторів, яка відображають всі статичні фактори розвитку, та, на основі якої можуть бути розроблені необхідні засоби аналізу динаміки системи, впливів та загроз її життєдіяльності.

Такими статичними факторами надалі вважаються різнобічні ресурси системи та їх поточні та перспективні властивості. Саме виходячи з ресурсів, учасники системи виконують певні стратегії, які й представляють динаміку системи. Найбільш повно це відображається в процесах забезпечення національної безпеки, де потенційні стратегії можна зіставити з різнобічними загрозами, спрямованими на систему та її учасників.

Більш того вказана система індикаторів, як множина показників сталого розвитку та національної безпеки, спроможна відобразити різні рівні взаємодії системних складових, які визначають різні процеси, що коюються у державі.

## 1. Індикатори стану ресурсів життєдіяльності системи

Будемо виходити з наступних передумов.

1. Необхідні для забезпечення процесів національного розвитку ресурси мають відображати всі його фактори та включати характеристики наступних складових сукупних та індивідуальних ресурсів:

- природно-кліматичні;
- соціально-демографічні;
- інформаційно-комунікаційні та науково-технологічні;
- фінансово-економічні;
- інфраструктурні;
- оборонно-військові, критичні об'єкти, «об'єкти-заручники»;
- урядові;
- політичні;
- інтелектуальні, морально-етичні та інші види ресурсів, що відображають норми та традиції використання ресурсів, життєдіяльності суспільства тощо.

2. Опис ресурсів є оцінкою стану життєдіяльності суспільства, для аналізу її тенденцій, впливів на неї використовуються засоби, які не відносяться до переліку ресурсів.

3. В залежності від виду, вихідних завдань, ресурси розглядаються, насамперед, на регіональному, а також на національному рівнях.

4. Перелік ресурсів має ґрунтуватися на ефективно досяжній, регулярній та достовірній інформації, бути інформативним при мінімумі показників.

5. Кожен з ресурсів описується незалежною від інших ресурсів величиною, тобто не є певним відношенням, коефіцієнтом та іншим показником, наприклад не є традиційною величиною ВВП на душу населення, яка є результатом розрахунків.

Крім цього, ресурси характеризуються їх взаємовпливом, правилами використання, критичним рівнем та іншими показниками та вербальними визначеннями. В літературі з наведених вище категорій ресурсів традиційно розглядаються тільки природні та економічні ресурси [2 – 6]. Особлива увага приділяється їх кількісним оцінкам, істотно менше – якісним. Нижче пропонується синтез цих підходів, який полягає в кількісній та якісній оцінці ресурсів, їх сукупних властивостей.

З урахуванням розглянутих систем індикаторів, інтегральних індексів та підходів до їх формування, наводиться потребує подальшого доопрацювання перелік індикаторів, що характеризує стан національного розвитку, а саме ресурсів, якими володіє країна на національному та регіональному рівнях. В якості джерел інформації визначені Держстат (частина інформації відповідає прийнятому класифікатору видів економічної діяльності [7]), та Мінприроди, останнім дається найбільш повна інформація щодо екологічного стану регіонів країни [8]. Виділені наступні ресурси та їх категорії (табл. 1).



Таблиця 1 – Базові індикатори стану ресурсів регіону

Категорія	Групи базових індикаторів	Кількість індикаторів (властивостей)
Природні ресурси	Земельні ресурси	76 (12)
	Корисні копалини	
	Водні ресурси	
	Атмосфера	
	Тваринний та рослинний світ	
	Відходи та небезпечні хімічні речовини	
	Фінансування заходів з реновації	
Соціальні ресурси	Чисельність населення:	95 (37)
	Здоров'я	
	Матеріальне забезпечення	
	Житлове забезпечення	
	Освіта	
	Особиста безпека	
	Соціальна інфраструктура	
Економічні ресурси	Громадянська активність	100 (36)
	Валові заощадження населення	
	Грошові іноземні перекази населенню	
	Економічні втрати населення внаслідок природних лих	
	Економічні втрати населення внаслідок кризових явищ	
	Внутрішній борг	
	Зовнішній борг	
	Дефіцит бюджету Пенсійного фонду	
	Бюджетні витрати: за видами:	
	Кількість співробітників наукових установ	
	Кількість публікацій в зарубіжних наукових виданнях	
	Кількість патентів	
	Обсяг інвестицій за видами діяльності	
	Дохід від інновацій за видами економічної діяльності	
Дохід за видами економічної діяльності та їх підвидами		
Інфра-структура	Довжина річок	49 (28)
	Довжина узбережжя	
	Довжина автомагістралей	
	Площа автомагістралей	
	Довжина автотранспортних доріг регіонального рівня	
	Площа автотранспортних доріг регіонального рівня	
	Кількість легкових автомобілів	
	Кількість вантажних автомобілів	
	Кількість ДТП	
	Кількість смертей від ДТП	

	Довжина енергетичних магістралей	
	Кількість аварій на енергетичних магістралях	
	Довжина мереж водопостачання та відведення	
	Кількість аварій в системах водопостачання та відведення	
	Довжина залізничних шляхів	
	Кількість потягів	
	Кількість пасажирів	
	Обсяг регіонального вантажу	
	Кількість аеропортів	
	Кількість пасажирів	
	Обсяг регіонального вантажу	
	Довжина ліній інших видів транспорту	
	Критичні об'єкти, об'єкти-заручники - кількість, площа та довжина охорони в цілому та за видами	
Інформаційні ресурси	Кількість Інтернет-користувачів	33 (35)
	Кількість користувачів соцмереж в регіоні	
	Кількість співробітників ІТ-компаній	
	Кількість фрілансерів	
	Обсяг доходів ІТ-компаній	
	Кількість Інтернет-видань, новинних порталів регіону	
	Кількість Інтернет-магазинів, що працюють в регіоні	
	Кількість органів влади, що використовують засоби електронного урядування	
	Кількість наданих електронних послуг	
	Кількість населення, що скористалось послугами електронного урядування	
	Кількість кібератак за напрямками:	
	Кількість заражених комп'ютерів	
	Кількість випадків встановлення шкідливого програмного забезпечення	
	Кількість крадіжок особистих даних	
	Кількість злочинів з використанням методів, що керуються даними	
	Кількість випадків фішингу, соціальної інженерії	
	Кількість кіберзлочинів	
	Кількість фахівців поліції та СБУ, що займаються питаннями кібербезпеки	
	Кількість фахівців, що займаються питаннями кібербезпеки	
	Кількість сайтів супротивників у вільному доступі	
Кількість відвідувань сайтів супротивників		
Кількість фахівців поліції та СБУ, що		

	займаються засобами інформаційної війни за напрямками	
Оборонно-військові ресурси	Оборонні	20 (26)
	Військові	
Урядові ресурси	Кількість органів державної влади	31 (29)
	Кількість співробітників органів державної влади	
	Витрати на органи влади державного рівня	
	Кількість органів влади регіону (по регіонах)	
	Кількість співробітників органів влади регіону (по регіонах)	
	Витрати на органи влади регіонального та місцевого рівнів (по регіонах)	
	Кількість комп'ютерів	
	Кількість Інтернет-користувачів в органах влади	
	Кількість органів, що надають електронні послуги	
	Обсяг наданих електронних послуг	
	Кількість органів, що перейшли на електронне урядування	
	Кількість співробітників СБУ, вищих військових установ	
	Витрати на СБУ, вищі військові установи	
	Кількість співробітників судів	
	Кількість співробітників прокуратури	
	Обсяг дефіциту/профіциту регіонального бюджету	
	Обсяг імпорту зброї	
	Обсяг експорту зброї	
	Міжнародні ресурси	
Кількість смертей від внутрішнього конфлікту		
Кількість смертей від зовнішнього конфлікту		
Кількість політичних мітингів, демонстрацій		
Кількість проявів сепаратизму		
Кількість терактів		
Кількість населення, що давало хабарі		
Обсяг імпорту товарів і послуг		
Кількість торгових партнерів		
Роялті та ліцензійні платежі, сплата)надходження		
Кількість країн-союзників		
Кількість догорів про співробітництво		
Кількість країн-супротивників		
Витрати на підтримку та розвиток		

	зовнішніх відносин	
	Кількість військових, що брала/бере участь у миротворчих місіях ООН	

Зазначена в останньому стовпчику таблиці кількість індикаторів є орієнтовною, оскільки, по-перше, окремі з них відповідають всім елементам категорії індикаторів, наприклад, більше, ніж 15 видам економічної діяльності, а, по-друге, потребують додаткового доопрацювання при аналізі конкретних даних. Загалом використовується біля 600 базових індикаторів.

Властивості є спільними характеристиками кожної з категорій ресурсів та розглядаються по регіонах країни, при цьому вони можуть мати кількісні або якісні ознаки та оцінки. Наприклад, для одного регіону наявність лісу є домінуючою характеристикою, яка відобразиться площею його відносної території, а для іншого – наявність лісу або парку вже є результатом створення його людиною. При цьому при незначній порівняльній площі такий ліс або парк буде дуже важливим для суспільства з рекреаційної та інших точок зору. Якісні оцінки можуть визначатися певною шкалою, наприклад, якість води – придатна або непридатна для вживання, придатна після очищення для вживання людиною або технічного використання. Звісно кожен з ресурсів має притаманні лише йому властивості, хоча можна виділити й їх спільні, крім відносного обсягу, характеристики.

Властивості індикаторів, що пропонуються, наведемо на прикладі природних, соціальних та управлінських ресурсів.

Властивості природних ресурсів:

1. доступність, можливість використання;
2. стабільність або стійке існування протягом певного часу;
3. самостійне відновлення;
4. якість до використання;
5. якість після використання та самостійного або штучного відновлення;
6. тиск при використанні:
  - екстенсивний, інтенсивний, виснажливий, наприклад вирубка лісів, що включає їх насадження або ні;
  - відношення до ресурсу зі сторони:
7. екологічної системи, наприклад, ушкодження лісу внаслідок нестачі води, забраної на зрошення;
8. економічної системи, наприклад, повне знищення внаслідок видобутку;
9. соціальної системи, наприклад, внаслідок скидання населенням побутових та будівельних відходів в лісах, парках тощо;
10. вплив на інші ресурси – його необхідність для існування інших ресурсів, наприклад, землі або води;
11. потенціал майбутнього використання;
12. потенціал відновлення та ін.

Властивості соціальних ресурсів:

1. стабільність;
  - відношення до ресурсу зі сторони:
2. екологічної системи, наприклад, ушкодження лісу внаслідок нестачі води, забраної на зрошення;

3. економічної системи, наприклад, низькі зарплати та пенсії, прожитковий мінімум, високі тарифи;

4. соціальної системи, наприклад, зневага, приниження, до оточуючих та ін.;

5. управлінської системи – органів влади, захист особистих прав, свобода та вибору, недоторканність майна та ін.;

6. рівень тиску зі сторони інших систем;

7. рівень тиску зі сторони інших регіонів;

8. рівень тиску зі сторони інших країн;

9. ризик бідності;

10. навантаження непрацездатного населення на працездатне;

11. схильність до колективної, групової життєдіяльності;

12. вплив на інші ресурси: – необхідність для їх існування та розвитку; – психологічні риси:

13. морально-етичні якості, культура, працьовитість тощо;

14. індивідуалізм, відношення до оточуючих;

15. взаємоповага, взаємодопомога;

16. відношення до колективного майна, наприклад, ліси, парки;

17. толерантність до іммігрантів, гомосексуалістів;

18. дискримінація і насильство по відношенню до меншин;

19. релігійна терпимість;

20. якість медичних послуг

21. якість закладів освіти;

22. якість одержаної освіти; необхідних навичок;

23. витрати часу на освіту;

24. важливість освіти для успіху на ринку праці;

25. важливість освіти для успіху власного бізнесу;

– самооцінка;

26. здоров'я;

27. якості життя;

28. рівня індивідуальної безпеки;

29. рівня безпеки співтовариств;

30. сприйняття алкоголю, наркотиків;

31. сприйняття органів влади;

32. сприйняття безпеки та злочинності;

33. сприйняття ситуації в країні, задоволення нею;

34. схильність до демонстрацій, актів непокорі, страйків;

35. схильність до терористичних дій та їх сприйняття;

36. довіра органам влади;

37. майбутній потенціал та ін..

Наведений перелік характеризує підхід до визначення порівняльних якісних оцінок ресурсів, потребує аналізу на реальних даних та до його проведення не претендує на повноту та завершеність. Крім цього, перелік має відповідати конкретним завданням знаходження напрямів подальшого розвитку суспільства.

До категорії урядових ресурсів відносяться різнобічні органи державної та регіональної влади (органи місцевого самоврядування не розглядаються), які власно й мають знаходити напрямки розвитку системи, проводити

внутрішню та зовнішню політику, виходячи з поточної ситуації, яка оцінюється, в тому числі, наведеними індикаторами.

Водночас, управлінська система теж характеризується своїми кількісними та якісними характеристиками. Опис властивостей урядових ресурсів, з однієї сторони, відображається станом властивостей всіх розглянутих вище ресурсів, оскільки завдання розвитку всієї системи є головним завданням державної або регіональної влади. З іншої сторони, є об'єктивні та суб'єктивні причини, які будуть відрізняти детальні характеристики діяльності регіональної або державної влади у відношенні різних регіонів. До цих причин, наприклад, відносяться різні за складом природні ресурси, економічний потенціал, рівень фахівців сфери управління, їх розуміння, навички, власні інтереси, що відображаються й в рівні корупції, тощо. Виходячи з цього, перелік властивостей урядових ресурсів складається, насамперед, з характеристик стану інших ресурсів та, надалі, з якості впливу на них зі сторони різних гілок влади, узгодженості та ефективності їх діяльності та інших факторів управління. Відповідні оцінки задаються через наступні властивості урядових ресурсів.

1. доступність органів влади;
2. можливість впливу на орган влади;
3. швидкість прийняття рішень за зверненнями;
4. сприйняття діяльності органу влади;
5. рівень важливості органу влади для нормальної життєдіяльності регіону або країни в разі нештатних ситуацій, припинення роботи, пошкодження;
6. можливість ушкодження діяльності;
7. результат впливу на інші ресурси як відношення до:
  - населення;
  - бізнесових кіл;
  - інших регіонів;
  - державної влади;
  - влади інших країн;
8. рівень тиску зі сторони інших систем (зокрема, економічних), регіонів та країн;
9. рівень важливості для забезпечення безпеки та оборони;
10. рівень суперечливості інтересів політичних груп в органах влади;
11. послідовність та спадкоємність виконання рішень при змінах влади;
12. рівень орієнтації на інтереси політичних та бізнесових груп, коаліцій в органах влади;
13. корпоративна етика, рівень соціальних стосунків;
14. сприйняття населенням ситуації в країні, заходів з її поліпшення органами влади;
15. схильність населення до актів непокори, страйків;
16. рівень кваліфікації та підготовки керівництва у порівнянні зі світовим;
17. рівень кваліфікації персоналу у порівнянні зі світовим;
18. рівень ефективності діяльності у порівнянні зі світовим;
19. рівень зарплати;
20. сприйняття та розуміння методів інформаційної війни керівництвом різних рівнів;
21. рівень доступу до стрілецької зброї та легких озброєнь;

- 22.рівень політичної нестабільності;
- 23.ймовірність бурхливих демонстрацій;
- 24.масштаб політичного терору;
- 25.рівень організованого конфлікту (внутрішнього);
- 26.рівень відносин з іншими регіонами та країнами;
- 27.рівень відносин з сусідніми країнами;
- 28.рівень договорів про співробітництво та підтримку.
- 29.рівень використання потенціалу діяльності;

Як і вище, введені властивості можуть відноситися як до характеристики окремого ресурсу, так і їх сукупності, включаючи всю категорію разом. Розглянуті на прикладі природних ресурсів методи нормування (див. далі), дозволяють це зробити. Розширимо їх на сукупність всіх ресурсів та введемо узагальнені агреговані оцінки, які враховують відносний обсяг та різнобічні властивості ресурсів.

## 2. Зважені оцінки ресурсів

Будемо використовувати  $M$ -бальну шкалу, вважаючи, що її елементи  $q_j(r_i)$ , приймають цілочисельні значення від  $0$  до  $M$  та задані на переліку всіх ресурсів  $r_i, i = 1, 2, \dots, I$ . Одержуємо наступний вираз, який дає сукупну оцінку властивостей кожного з ресурсів  $r_i$ , –

$$q(r_i) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \frac{q_j(r_i)}{M}. \quad (1)$$

Виходячи з (1), сформуємо зважену сукупну оцінку  $rq_i$  відносного обсягу ресурсу з урахуванням його властивостей:

$$rq_i = r_i * q(r_i). \quad (2)$$

Будемо розподіляти ресурси по категоріях  $k$  (вище було введено 7 категорій), та видах  $n$ , тобто виділятимемо, зокрема, види водних, земельних та інших ресурсів в категорії природних ресурсів. Введемо сукупну зважену оцінку  $R_{k,n}$  по оцінках ресурсів  $rq_i$  по видах  $n$  категорії  $k$  з урахуванням їх властивостей та порівняльної ваги:

$$R_{k,n} = \sum_{i \in n_k} rq_{k,i} * w_i, \quad \sum_{i \in n_k} w_i = 1, \quad 0 \leq w_i \leq 1, \quad (3)$$

де сума береться по всіх ресурсах  $i$ , що відповідають виду  $n$  в категорії  $k$ ,  $w_i$  – вагові коефіцієнти,

$$R_k = \sum_n R_{k,n}. \quad (4)$$

Величина  $R_k$  виражає сукупний зважений обсяг ресурсів категорії  $k$  в межах регіону країни, якому відповідають й вагові коефіцієнти  $w_i$ . Водночас

ці коефіцієнти можуть відповідати й оцінці ресурсів державного рівня, наприклад, оборонно-військових. Для врахування важливості різних категорій ресурсів на додаток до вагових коефіцієнтів  $w_i$  за аналогією з індексом CNP [9], вводяться вагові коефіцієнти категорій ресурсів. На основі (6) - (7) введемо

$$Res = \sum_k R_k u_k, \sum_k u_k = 1, 0 \leq u_k \leq 1, \quad (5)$$

де  $Res$  – сума зважених агрегованих ресурсів регіону,  $u_k$  - вагові коефіцієнти.

Таким чином, набір оцінок  $Res$  відображає зважений порівняльний агрегований стан ресурсів по регіонах країни, проте не відображає взаємовідношення між різними видами ресурсів, їх позитивний або негативний вплив на стан регіону, його розвиток. Для врахування цього будемо використовувати агрегати – об’єднання ресурсів.

Розглянемо побудову таких агрегатів на прикладі природних ресурсів. Замість суто відносних значень ресурсів  $r_i$  будемо використовувати їх зважені оцінки  $rw_i=rq_i*w_i$  з суми (3), що враховують якісні характеристик ресурсів. Оскільки розглядається тільки одна категорія природних ресурсів будемо опускати відповідний індекс та використовувати позначення  $rw_{n,i}$ , маємо 8 видів ресурсів, тобто  $n = 1, \dots, 8$ .

Змінимо позначення в табл. 2, а в останньому стовпчику введемо один з можливих варіантів агрегатів видів ресурсів.

Таблиця 2 – Агрегати та індикатори категорії природних ресурсів

Базові індикатори	Зважена відносна оцінка	Агрегат	
Земельні ресурси			
Площа території	$rw_{1,1}$	$a_{11} = rw_{1,1}$	$A_1 =$ $(a_{14} + a_{15}) /$ $(a_{11} - a_{13})$
<i>Землі в природному стані</i>			
Ліси і інші лісовкриті площі	$rw_{1,2}$	$a_{1,2} = rw_{1,2} +$ $rw_{1,3} + \dots$ $+ rw_{1,12}$	
Заповідні землі та парки:			
Природні заповідники	$rw_{1,3}$		
Біосферні заповідники	$rw_{1,4}$		
Національні природні парки	$rw_{1,5}$		
Регіональні ландшафтні парки	$rw_{1,6}$		
Заказники	$rw_{1,7}$		
Пам’ятки природи	$rw_{1,8}$		
Заповідні урочища	$rw_{1,9}$		
Ботанічні сади	$rw_{1,10}$		
Дендрологічні парки	$rw_{1,11}$		
Непридатні для використання в сільському господарстві землі, можливі для лісорозведення	$rw_{1,12}$		
<i>Площа територій, покритих поверхневими водами</i>	$rw_{1,13}$	$a_{1,3} = rw_{1,13}$	



<i>Землі господарювання</i>				
Сільськогосподарські угіддя	$rw_{1,14}$	$a_{1,4} = rw_{1,14} + .. + rw_{1,23}$		
Забудовані землі	$rw_{1,15}$			
Площа військових об'єктів	$rw_{1,16}$			
Площа оборонних об'єктів	$rw_{1,17}$			
Площа (довжина) небезпечних об'єктів, об'єктів-заручників	$rw_{1,18}$			
Площа зруйнованих та небезпечних об'єктів та територій внаслідок військових конфліктів, терактів	$rw_{1,19}$			
Площа родовищ горючих корисних копалин	$rw_{1,20}$			
Площа родовищ металевих корисних копалин	$rw_{1,21}$			
Площа родовищ неметалевих корисних копалин	$rw_{1,22}$			
Відкриті землі без або з незначним рослинним покривом	$rw_{1,23}$			
<i>Непридатні для використання або забруднені землі</i>				
Площа відвалів родовищ горючих корисних копалин	$rw_{1,24}$	$a_{1,5} = rw_{1,24} + .. + rw_{1,34}$		
Площа відвалів родовищ металевих корисних копалин	$rw_{1,25}$			
Площа відвалів родовищ неметалевих корисних копалин	$rw_{1,26}$			
Площа забруднення, в тому числі для організованого складування твердих побутових відходів	$rw_{1,27}$			
Площі складів, непридатні та заборонені до використання	$rw_{1,28}$			
Площа місць неорганізованого складування відходів	$rw_{1,29}$			
Критичні землі	$rw_{1,30}$			
Відкриті заболочені землі	$rw_{1,31}$			
Площа (довжина) поширення зсувів	$rw_{1,32}$			
Площа поширення підтоплення	$rw_{1,33}$			
Інші землі	$rw_{1,34}$			
Корисні копалини				
Обсяг горючих копалин	$rw_{2,35}$	$a_{2,6} = rw_{2,35} + rw_{2,36} + rw_{2,37}$	$A_2 = a_{2,6}/3$	
Обсяг металевих копалин	$rw_{2,36}$			
Обсяг неметалевих копалин	$rw_{2,37}$			
Водні ресурси				
Обсяг наявної води:			$A_3 = a_{3,7} - a_{3,8} + a_{3,9} - a_{3,10} + a_{3,11} + a_{3,12}$	
	поверхневої	$rw_{3,38}$		$a_{3,7} = rw_{3,38} + rw_{3,39}$
	підземної	$rw_{3,39}$		
Обсяг забраної води:				
	поверхневої	$rw_{3,40}$	$a_{3,8} = rw_{3,40} +$	

підземної	$rw_{3,41}$	$rw_{3,41}$	
Скинута зворотних вод за всіма категоріями очищення:			
у поверхневій водні об'єкти	$rw_{3,42}$	$a_{3,9} = rw_{3,42} +$ $rw_{3,43} + rw_{3,44}$	
у накопичувачі та на поля фільтрації	$rw_{3,43}$		
у підземні горизонти	$rw_{3,44}$		
Скинута забруднюючих речовин:	$rw_{3,45}$	$a_{3,10} = rw_{3,45}$	
Обсяг віртуального імпорту - вода в товарах і продуктах	$rw_{3,46}$	$a_{3,11} = rw_{3,46}$	
Потужність споруд очищення води	$rw_{3,47}$	$a_{3,12} = rw_{3,47}$	
Атмосфера			
Викиди забруднюючих речовин в атмосферне повітря	$rw_{4,48}$	$a_{4,11} = rw_{4,48} +$ $rw_{4,49}$	$A_4 = a_{4,11}/2$
Парникові гази, CO <sub>2</sub> - еквівалент	$rw_{4,49}$		
Лісові ресурси			
Загальний запас деревини	$rw_{5,50}$	$a_{5,12} = rw_{5,50} +$ $rw_{5,51} - rw_{5,52}$	$A_5 = a_{5,12}$
Лісовідновлення та створення захисних насаджень, в тому числі лісовідновні та санітарні рубки	$rw_{5,51}$		
Загибель лісових насаджень внаслідок погодних умов, пожеж, хвороб, шкідників, засмічення	$rw_{5,52}$		
Тваринний та рослинний світ			
Чисельність по видах флори	$rw_{6,53}$	$a_{6,13} =$ $rw_{6,53} + \dots + rw_{6,57}$	$A_6 = a_{6,13}/5$
Чисельність по видах флори, занесених до національних та міжнародних охоронних документів	$rw_{6,54}$		
Чисельність по видах фауни	$rw_{6,55}$		
Чисельність по видах фауни, занесених до національних та міжнародних охоронних документів	$rw_{6,56}$		
Чисельність основних видів мисливських тварин	$rw_{6,57}$		
Відходи та небезпечні хімічні речовини			
<i>Виробничі відходи:</i>			
Накопичено	$rw_{7,58}$	$a_{7,14} = rw_{7,58} -$ $rw_{7,59} - rw_{7,60}$	
Використано	$rw_{7,59}$		
Знищено	$rw_{7,60}$		
<i>Небезпечні хімічні речовини (по сполуках та категоріях):</i>			
Накопичено	$rw_{7,61}$	$a_{7,15} = rw_{7,61} -$ $rw_{7,62} - rw_{7,63}$	$A_7 =$ $(a_{7,14} + \dots + a_{7,19})/6$
Використано	$rw_{7,62}$		
Знищено	$rw_{7,63}$		
<i>Тверді побутові відходи:</i>			
Накопичено	$rw_{7,64}$	$a_{7,16} = rw_{7,64} -$ $rw_{7,65} - rw_{7,66}$	
Використано	$rw_{7,65}$		
Знищено	$rw_{7,66}$		
Глибина забруднення за категоріями	$rw_{7,67}$	$a_{7,17} = rw_{7,67}$	

забруднювачів (порівняння від максимуму по всіх регіонах)			
Потужність засобів з переробки відходів	$rw_{7,68}$	$a_{7,18} = rw_{7,68}$	
Вартість зазначених вище компонент ресурсів, в тому числі оновлених земель після переробки та видалення відходів	$rw_{7,69}$	$a_{7,19} = rw_{7,69}$	
Фінансування заходів з реновації			$A_8 = a_{8,20}/7$
земельних ресурсів	$rw_{8,70}$	$a_{8,20} =$ $rw_{8,70} + ..$ $+rw_{8,76}$	
надр	$rw_{8,71}$		
лісових ресурсів	$rw_{8,72}$		
флори та фауни	$rw_{8,73}$		
зі зменшення викидів у водні ресурси	$rw_{8,74}$		
зі знешкодження та переробки відходів	$rw_{8,75}$		
зі зменшення викидів в атмосферу	$rw_{8,76}$		

На основі визначених агрегатів можна утворити субіндекс стану природних ресурсів:

$$NA_n = A_1 + \dots + A_8,$$

згідно з попередньою побудовою, він може розглядатися з ваговими коефіцієнтами видів ресурсів  $v_n$  –

$$NA_w = A_1 v_1 + \dots + A_8 v_8. \tag{6}$$

У відповідності з наведеним прикладом, виразами (1) – (5) та субіндексом стану природних ресурсів (6) можуть бути побудовані субіндекси інших категорій ресурсів, які в сукупності й відобразатимуть рівень розвитку регіонів та країни в цілому. Для деталізації цього аналізу використовуються засоби онтологічних систем.

### 3. Онтологічна система формування індексів та індикаторів рівня національного розвитку

Як вже зазначалося, система індикаторів спроможна відобразити різні рівні взаємодії системних складових, які визначають різні процеси сталого розвитку та національної безпеки. Тобто індикатори, як елементи системи можуть утворювати певні ієрархічні структури, які можуть бути представлені у вигляді таксономій [10, 11].

Зупинимося на окремих ключових визначеннях [10 - 16]. В основі будь-якої системи індикаторів лежить класифікація. Якщо поняття та категорії, які її складають, зв'язати певними множинними відношеннями впорядкування [10, 13], то одержимо таксономію, яка відображає рівні взаємодії між ними. Універсальність певних множинних властивостей таксономій дозволяє визначити для кожної категорії чи елемента, що її складають, функцію раціонального вибору [15], використання якої дозволяє всі семантичні утворення представити у вигляді частково впорядкованої множини істинних висловлювань та/або тверджень, що зв'язують її концепти. При цьому всі ці

твердження можуть бути зведені до ланцюгів, кожна ланка яких представима у вигляді двох безпосередньо пов'язаних концептів. Тобто будь-який концепт може мати складну структуру, яку завжди можна розкласти на складові тривіальні твердження.

Створення таксономії, яка відображає структуру категорій та індикаторів, дозволяє розглядати термінологічне поле, що її складає, у вигляді частково впорядкованої множини, яка формується на основі множинного бінарного відношення – «бути елементом категорії». Поняття «категорія» тут відіграє роль змінної і може приймати будь-яке значення з заданого вище переліку.

Кожна категорія є складним терміном. Простий термін структурно не може бути розкладений на інші терміни. Складний термін може бути визначено рекурсивно як поняття, що структурно включає непорожню множину простих термінів. Тобто, простий термін пов'язаний зі складним відношенням – «бути елементом категорії». Це можна представити у вигляді рекурсивного предиката [14] виду (7), який утворюється гіпервідношенням  $G$  [10, 13], що задається над множинними бінарними відношеннями впорядкованості між контекстами елементів множини категорій  $K$ , які й визначають безпосередньо таксономію  $\check{T}$ .

$$Pr(k_i(r_j)) = \begin{cases} 1, \neg Pr(K \circ G \circ k_i(r_i) \wedge Pr(\langle k_i | 1 \leq i \leq I \rangle) \\ 0, Pr(K \circ G \circ k_i) \end{cases} \quad (7)$$

Фактично предикат виду (7) дозволяє визначити, які концепти онтологічної системи індикаторів володіють даною властивістю. Сформувавши множину класів концептів онтологічної системи за допомогою предикативного виразу виду (7), ми отримуємо таксономію  $\check{T}$ , над концептами якої задано множинне бінарне відношення «частина-ціле». Така таксономія може мати складну структуру низхідних ієрархій. Кожний складник являє собою клас концептів, що мають як мінімум одну загальну семантичну властивість.

Гіпервідношення  $G$  визначає взаємодії між контекстами концептів кожної таксономії, виділеної з різних класів  $K$  концептів системи індикаторів. Відповідно рекурсивний предикат виду (7) дозволяє визначити нові види таксономії онтологічної системи індикаторів. Особливу роль у формуванні нових таксономій відіграє, крім рекурсивних предикатів, функція раціонального вибору –  $F_{sel}$ . У термінах таксономічних категорій вона має наступний вигляд:

$$\forall K \left[ \emptyset \notin K \Rightarrow \exists F_{sel}: K \rightarrow \bigcup K, \forall K \in \check{T} (F_{sel}(K) \in \check{T}) \right] \quad (8)$$

Тоді характеристична функція рекурсивного предиката (7) може визначати умови застосовності функції вибору при формуванні множини таксономій онтологічної системи. Якщо значення характеристичної функції дорівнює нулю, то ми виділили множину концептів, з яких неможливо сформувати істинні висловлювання, тому вони не володіють жодним з бінарних гіпервідношень  $G$  впорядкованості. В протилежному випадку

характеристична функція приймає значення 1, а з множини обраних концептів формулюються істинні висловлювання.

Відповідно, над ними також може бути визначена гіпервідношення  $G$ . Тобто. завжди можна знайти непорожню множину концептів онтологічної системи, де існує хоча б один з типів відношень часткової множинної впорядкованості і концепти, пов'язані таким відношенням, можуть утворювати істинні висловлювання. Таким чином, ця умова задає індуктивність процесу формування множин концептів, як певного термінополя національних індикаторів, між якими встановлюються гіпервідношення  $G$ , і фактично конструюється таксономія та/або таксономічна категорія. На підставі тверджень, наданих у вигляді (7) та (8) ця умова може бути представлена в наступному вигляді:

$$\exists \tilde{G} \subseteq G, \exists g \in \tilde{G}, \forall k \in K \exists \tilde{K} \subseteq K: \tilde{K} \circ G \circ k \Rightarrow \exists \tilde{T} = \tilde{K} \circ G \circ k. \quad (9)$$

Індуктивність виразу (9) задається послідовністю застосування предикативного виразу виду (7) і правила раціонального вибору (8) ко всім концептам термінополя онтологічної системи національних індикаторів –  $O_{in}$  [10, 12, 16].

Формування таксономічних структур національної системи індикаторів на основі правила індуктивного застосування процедури раціонального вибору  $F_{sel}$  і гіпервідношення множинної бінарної впорядкованості  $G$ , дозволяє визначити низку властивостей, що забезпечують конструктивність застосування таксономій для реалізації різних станів онтологічної системи. Особливістю нашого підходу є алгебраїчне представлення вибору відповідної переваги при формуванні множин класів з концептів предметної області.

Індуктивність предикативної форми представлення процесу формування таксономічних структур (7), розширена умовою існування таксономії (9), дозволяє визначити ряд конструктивних властивостей таксономій як частково впорядкованих множинних бінарних структур. Зазначена індуктивність накладає низку умов на вхідні і вихідні дані онтологічної системи при виборі концептів термінополя національної системи індикаторів, на основі яких формується таксономія. Якщо вхідні і вихідні дані онтологічної системи  $O_{in}$  визначають стійкість формування таксономічних структур, то регулювати їх взаємодію на підсистемному рівні можливе при дотриманні ряду умов.

Ці умови визначаються типом відношень множинної бінарної упорядкованості [10, 13] і забезпечують незалежність значень характеристичної функції рекурсивного предиката (7) від послідовності контекстів індуктивного вибору (8) і (9). У складних системах, якими є онтології, виділяють наступні умови стійкості [10, 13, 14]:

Умова спадкування концептів термінополя таксономії:

$$\exists T^\bullet \subseteq \tilde{T} \Rightarrow \exists F_{sel}(T^\bullet) \supseteq F_{sel}(\tilde{T}) \cap T^\bullet. \quad (10)$$

Умова незалежності від концептів, які не входять до термінополя таксономії:

$$\exists F_{sel}(T^\bullet) \subseteq T^\bullet \subseteq \tilde{T} \Rightarrow F_{sel}(T^\bullet) = F_{sel}(T)^\bullet. \quad (11)$$

Умова згоди між концептами термінополя таксономії:

$$\bigcap_n F_{sel}(\tilde{T}_n) \subseteq F_{sel}(\bigcup_n \tilde{T}_n). \quad (12)$$

Властивості таксономічних структур, представлені виразами (10)–(12), дозволяють певною мірою проінтерпретувати інтуїтивні міркування при виборі конкретних властивостей концептів, на підставі яких реалізується вибір переваг щодо їх включення до таксономії національної системи індикаторів. Так умова успадкування забезпечує включення концептів, що мають еквівалентні властивості-критерії. Умова незалежності дозволяє задати набір аксіом для онтології, що виключають виникнення протиріч при розв'язанні задачі раціонального вибору. Умову згоди дозволяє забезпечити коректність розбиття множини концептів національної системи індикаторів в термінополі онтологічної системи на класи –  $K$ . При цьому згідно досліджень [10, 11, 13] забезпечується формування класу функцій, що визначають достатньою мірою множинність бінарних відношень впорядкованості. Більше того, можна стверджувати, що умови (10)–(12) досить точно визначають саму систему критеріїв вибору за умови, що властивості-критерії, на основі аналізу яких реалізується формування таксономії, задані.

Представлення властивостей концептів таксономії може бути реалізоване у вигляді предикативного виразу (7). Тоді застосування умов (10) – (12) до концептів національної системи індикаторів дозволяє формувати таксономічні структури –  $\tilde{T}$ , класи –  $K$ , та/або категорії у вигляді дерев ознак [10, 16]. Це забезпечує можливість представлення таксономій, концепти яких взаємодіють між собою на основі множини множинних гіпервідношень  $\{G\}$ , у вигляді графа без циклів.

Активне використання концептів термінополя таксономії національної системи індикаторів вимагає визначення їх смислів, які можуть бути задані певними контекстами, між якими існують множинні бінарні відношення часткової впорядкованості. Враховуючи, що контексти задаються активними термінами, які крім бінарних мають ще і унарні властивості, що характеризують їх прикладні ознаки, можливо визначити функціональність таксономій. Тим самим система таксономій індикаторів може бути описана як складна якісна модель, що є натуральною [13], і яка може бути представлена у вигляді певної онтологічної системи  $O_{in}$  [10].

Активність онтологічних систем  $O_{in}$  визначається процесом формування множинності станів на основі визначення умов взаємодії між системними компонентами, що утворюють її таксономію  $\tilde{T}$ , як на індивідуальному, так і на множинному рівнях. Під взаємодією компонент онтологічної системи будемо розуміти будь-яке непусте твердження, яке пов'яже конкретною дією усі її системні компоненти. Під дією розуміється будь-яке перетворення, пов'язане з концептами онтології. Прикладом може бути встановлення істинності висловлювання, побудованого з концептів, визначення типу відношень між ними, формулювання та/або доказ істинності певного твердження. Введене поняття взаємодії дозволяє розглянути процес синхронізації на основі виділення певних інваріантів, які беруть участь у взаємодії компонентів онтологічних систем.

Множинність станів онтологічної системи формується на основі застосування до контекстів концептів термінополя редуктора, який може бути представлено у вигляді бінарного множинного відношення [10, 14, 17] виду:

$$g_{order} = \{ (\lambda k.L_1)L_2, L_3 [ k:=L_2 ] \}. \quad (13)$$

де  $\lambda k$  –  $\lambda$ -теорія лямбда числення; запис  $\lambda k$  говорить, що це  $\lambda$ -терм;  $L_i \in \Lambda$ , тобто  $L_i$  являється абстракцією у  $\lambda$ -виразі [17].

Рекурсивний предикат (7) і редуктор (13) визначає процедуру рекурсивної редукції, яка забезпечує на основі властивостей (10)–(12) зв'язування контекстів термінополя таксономічної системи національних індикаторів  $\tilde{T}$ . Онтологічна система національних індикаторів  $O_{in}$ , формується на основі визначення над таксономією  $\tilde{T}$  функціональних виразів (1)–(6), як певної множини функцій-інтерпретаторів, які визначають її як натуральну систему [10, 13].

Редуктор (13) як модель бінарних відношень дозволяє задати множинне відношення впорядкованості для всіх концептів та їх множин в структурі таксономічних категорій онтологічної системи. Така впорядкованість може бути представлена різними типами бінарних відношень, які можуть бути задані над множиною всіх концептів онтологічної системи [10, 12, 13, 16]. Бінарні відношення ациклічності і часткового порядку дозволяють сформуванню із загальних концептів онтологічної системи множини таксономічних категорій, на підставі яких можуть бути сформульовані предикативні вирази у вигляді логічних функцій і рівнянь. Тобто з концептів таксономічних категорій можна вивести твердження, які описують стан онтологічної системи, інтерпретаційні функції якої використовуються при вирішенні прикладних задач. Для цього треба виконати дію раціонального вибору на основі множинного відношення часткової впорядкованості, який дозволяє визначати послідовність дій над вибраними концептами в середовищі онтологічної системи [10, 13, 15].

Представлення семантичних утворень як множинних композицій з концептів у вигляді істинних тверджень дозволяє застосовувати для їх опису різні за рівнем формалізації мовні моделі. Дійсно, при вирішенні конкретної задачі виконуються дії, пов'язані з аналізом вихідних даних, визначенням аксіом і правил-теорем, формулюванням проміжного стану процесу рішення тощо. Власне конструкції, що описують стан процесу вирішення задачі, можуть бути представлені різною термінологією – природно-мовною, предикативними формулами, рівняннями різного виду і типу, графічними схемами тощо, які фактично відображають певні тематичні знання [16]. Онтологічна система, в середовищі якої можлива реалізація такого гібридного мовного представлення сценарію знаходження рішення, на основі використання правил стійкості (10)–(12) та процедури рекурсивної редукції, яка задаються правилами (7) і (13) забезпечує синхронізацію синтаксичних описів як концептів, так і самих тверджень, що описують конкретні стани вирішення задачі визначення індикаторів та індексів оцінки рівня сталого розвитку та національної безпеки.

Таким чином, якщо вихідну систему, що представляє процеси національного розвитку розглядати як онтологічну, представлену різними методами та даними, то категорії індикаторів, визначені у таблиці 3, за рахунок визначення над ними множинних таксономічних відношень, можуть бути представленими у вигляді таксономії, яка спроможна відобразити семантику взаємодії категорій і індикаторів рівня національного розвитку (рис.1).

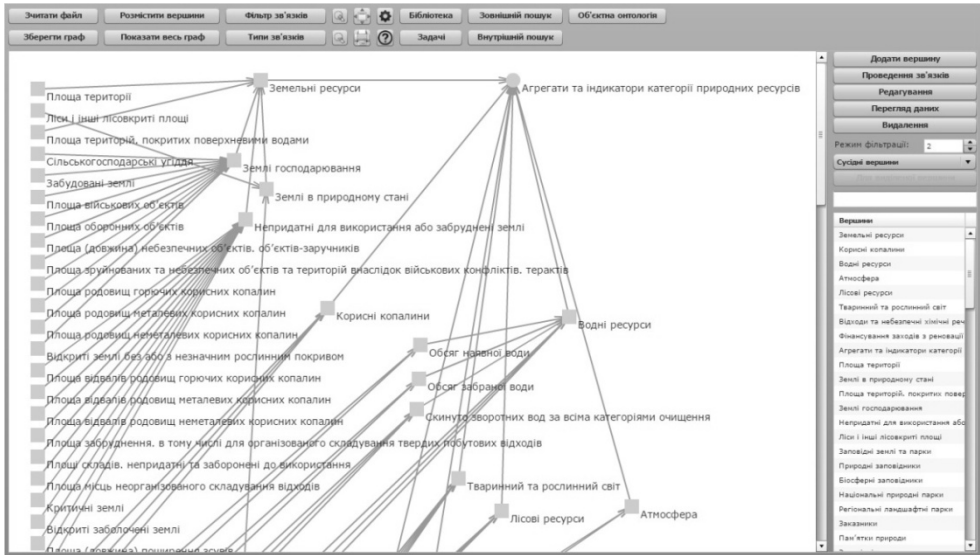


Рисунок 1 – Приклад таксономії категорій і індикаторів рівня національного розвитку

Варто відмітити, що таксономічні структури можуть бути представлені у вигляді наборів послідовностей різної довжини. Це дозволяє визначити множину впливів [10, 13], таку, що її елементи визначають множину наслідків використання концептів онтології. Зазначена множина наслідків дозволяє задати множину причинно-наслідкових відношень, при цьому впливи концептів один на одного можуть бути ініційовані на основі вибору певного причинно-наслідкового відношення, тобто відносно природним шляхом дозволяють включити до розгляду опис одного з варіантів впливу на національну безпеку.

Згідно індуктивних правил (7)–(9) та редукції (13), ми можемо побудувати вирази із  $\lambda$ -термів, які будуть включати в себе як концепти, так і відношення з функціями виду (1)–(6). Так як на множині цих виразів задається множинне гіпервідношення  $G$ , то ми можемо з цього відношення виділити редуктор виду (13), який задається на множині абстракцій  $A$ . Вказані абстракції можливо розглядати як агрегований стан усіх можливих таксономій та функцій, які застосовуються до їх концептів та категорій. Так як абстракція в  $\lambda$ -численні трактується як певний засіб конструювання нових функцій з виразів виду (13), то можливе формування досить складних функціональних виразів з  $\lambda$ -термів, які дозволять зв'язати концепти, їх відношення, властивості і функції інтерпретації контекстів концептів онтології.



Тобто, так як редуктор  $r_{order}$  забезпечує підстановку одних виразів в  $\lambda$ -записи замість інших [10, 17], то використовуючи вирази виду (7) – (13), ми можемо побудувати пов'язані за значеннями змінних і аргументів розв'язувані  $\lambda$ -вирази. І ці вирази можуть бути як аплікаціями – функціями, застосованими як до конкретних змінних, так і до абстракцій – складних  $\lambda$ -виразів, які дозволяють пов'язувати контексти конкретних концептів термінополя онтологічної системи. При цьому, змінним функцій в  $\lambda$ -виразі ставляться у відповідність контексти концептів онтології, пов'язані між собою правилами (7) та (13) і такі, що беруть участь у конструюванні абстракції, як складної функції виду (13).

Вказані абстракції  $\Lambda$  можуть бути проінтерпретовані аплікативним відображенням таксономії системи національних індикаторів (рис.2).

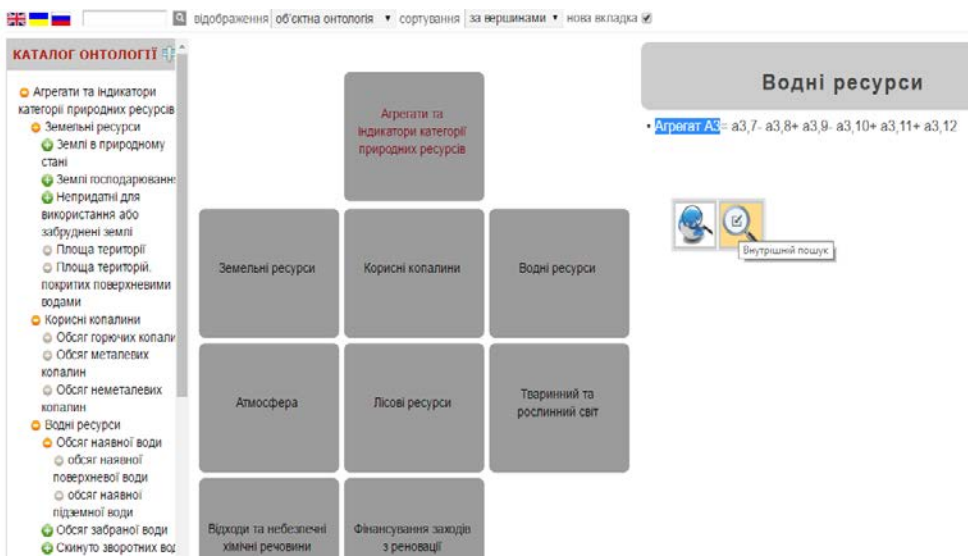


Рисунок 2 – Аплікативна форма відображення онтологічної системи національних індикаторів

Вказана аплікативна форма являє собою Семантик-WEB інтерфейс [10, 18] зі всіма системними компонентами, що складають інформаційне середовище онтологічної системи національних індикаторів. Відображаються усі плоскі зв'язки між концептами та категоріями. Також забезпечується розкриття, по необхідності, усіх ієрархічних зв'язків між концептами таксономії – ліве поле екрану. Сервіс внутрішнього пошуку контекстів представляє процедуру рекурсивної редукції, який може бути застосовано для виявлення конструктивних зв'язків між контекстами усіх таксономій, які певним чином мають відношення до обчислення значень індикаторів національної безпеки тп сталого розвитку.

## Висновки

Як можна побачити представлення національних ресурсів, за якими визначаються індикатори сталого розвитку та національної безпеки, у вигляді

онтологічної системи, дозволяє відобразити кожен стан їх взаємодії у агрегованому вигляді. Це в свою чергу забезпечує поточне отримання значень індикаторів для кожного ресурсу на основі визначеного функціоналу, який є інваріантом для кожної таксономічної компоненти онтології національних індикаторів.

Наступним етапом цієї роботи є визначення індексу стану процесів національного розвитку, що буде й основою індексу національної безпеки. Для його повноцінного формування додатково необхідне проведення аналізу загроз регіональним та національній системі. Цей же аналіз лежить в основі визначення конкретних значень введених вагових коефіцієнтів та способів їх нормування, які здебільшого відповідатимуть зручності подання зроблених оцінок. Це потребує аналізу конкретних даних з різних складових процесів національного розвитку.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Полумієнко С.К., Горда С.Є. Індикативний аналіз процесів національного розвитку// Математичне моделювання в економіці. – 2016. – №2. – С. 65–97.
2. Князева В.П. Экология. Основы реставрации. Учеб. пособие для вузов / - М. : Архитектура-С, 2005. - 399 с.
3. Оценка природных ресурсов. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.voropova-on.ru/prirodopolzovanie/ocenkares/index.html>.
4. Мягченко О. П. Основы экологии. Пособие. – К.: Центр учбової літератури, 2010. – 312 с.
5. Стеценко Т.О. Аналіз регіональної економіки: навч. посібник. - К.: КНЕУ, 2002. - 116 с.
6. Международный опыт применения методов сравнительной оценки эффективности в здравоохранении. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://market-access-solutions.ru/index.php?newsid=557>.
7. Національний класифікатор України. Класифікатор видів економічної діяльності. ДК 009:2010. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [http://www.ubc.ua/Links/codes\\_ua2.html](http://www.ubc.ua/Links/codes_ua2.html).
8. Міністерство екології та природних ресурсів України. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.menr.gov.ua>.
9. Angang H., Honghua M. The Rising of Modern China: Comprehensive National Power and Grand Strategy [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://myweb.rollins.edu/.../chigrandstrategy.p...>
10. Стрижак О. Є. Трансдисциплінарна інтеграція інформаційних ресурсів [Текст] : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.13.06 / Стрижак Олександр Євгенійович; Нац. акад. наук України, Ін-т телекомунікацій і глобал. інформ. простору. Київ, 2014. - 47с.
11. Шаталкин А. И. Таксономия. Основания, принципы и правила. – М. : Товарищество научных изданий КМК, 2012. – 600 с.
12. Величко В. Ю., Малахов, К. С., Семенов В. В., Стрижак А. Е. // International Journal «Information Models and Analyses», 2014. – Volume 3. – Number 4. – P. 336-361.
13. Малишевский А. В. Качественные модели в теории сложных систем. – М.: Наука. Физматлит. 1998. – 528 с.
14. Клини С. К. Введение в метаматематику. – М. : Иностранная литература, 1957. – 526 с.
15. Микони С. Д. Теория и практика рационального выбора: Монография.– М.: Маршрут, 2014. – 463 с.

16. Гладун В. П. Процессы формирования новых знаний [Текст] / В. П. Гладун. – София : СД «Педагог 6», 1994. – 192 с.
17. Барендрегт Х. Лямбда-исчисление. Его синтаксис и семантика: Пер. с англ. — М.: Мир, 1985. — 606 с.
18. Klein M. and Bernstein A., “Searching for Services on the Semantic Web using Process Ontologies”, in The First Semantic Web Working Symposium (SWWS-1), Stanford, CA USA, 2001.

*Стаття надійшла до редакції 06.09.16.*

УДК 519.87

**В.Б. МОКІН, Д.Ю.ДЗЮНЯК**

## **МЕТОД ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ СТАЦІОНАРНОГО ДЖЕРЕЛА ВИКИДУ НА ОСНОВІ МОДЕЛІ ГАУСА ЗА ДАНИМИ ОПЕРАТИВНОГО МОНІТОРИНГУ ЗОНИ РОЗСІЮВАННЯ**

***Анотація.** Запропоновано метод оцінювання параметрів стаціонарного джерела викидів на основі моделі Гауса за даними оперативного моніторингу зони розсіювання з використанням безпілотних літальних апаратів.*

***Ключові слова:** математичне моделювання, якість атмосферного повітря, модель Гауса, екологічний контроль підприємств, безпілотні літальні апарати*

### **Вступ**

Забруднення атмосферного повітря міст від викидів стаціонарних та пересувних джерел є серйозною проблемою сьогодення. Особливо актуальною задачею представляється сьогодні, коли діють мораторії на перевірку викидів промислових підприємств, а система моніторингу атмосферного повітря розвинена недостатньо, подекуди досі контроль здійснюється біля вже непрацюючих підприємств, а біля нових — не здійснюється. В той же час, у нашій країні досить активно починає діяти громадський екологічний контроль силами активістів. Наприклад, популярним є використання наземних та дистанційних (у т.ч. на основі квадрокоптерів) засобів з мобільними інформаційно-вимірювальними системами (ІВС) метеопараметрів та стану забруднення повітря різними газами (оксиди вуглецю, вуглеводні типу  $\text{CH}_4$ ,  $\text{C}_2\text{H}_4$ , оксиди сірки та азоту тощо). Особливий інтерес викликає оцінювання фактичних викидів стаціонарних джерел за даними спостережень у зоні розсіювання за різних метеоумов. В подальшому такі дані можна було б використовувати для оцінювання групового впливу таких джерел на забруднення повітря [1, 2] для розроблення заходів, спрямованих на зниження цього впливу.

Існує величезна кількість наукових розробок та досліджень, присвячених математичному моделюванню різних процесів у атмосфері, у тому числі поширенню від викидів стаціонарних джерел, наприклад, це — роботи таких відомих вчених, як: Берлянд М. Е., Боголюбов В. М., Довгий С. О., Лебідь О. Г., Громова О. В., Замай С. С., Горячев Г. В., Мокін В. Б., Peter F. Nelson, Chaudhryl V., Juan S. та багато інших (див., наприклад, [3-5]). Однак, було проведено зовсім мало досліджень для вирішення зворотної задачі моделювання поширення забруднюючих речовин у повітрі: яким чином за результатами вимірювань вмісту забруднюючої речовини в атмосферному повітрі у зоні розсіювання оцінити фактичне значення цього вмісту безпосередньо на виході стаціонарного джерела викиду.

Передусім, це пов'язано із тим, що до недавніх пір були відсутні достатньо дешеві та надійні пристрої для проведення швидкого оперативного моніторингу повітря в багатьох різних точках на заданих висотах. В даний час така задача може бути досить легко вирішена за допомогою різних типів безпілотних літальних апаратів (БПЛА) (квадрокоптер, моноплан та ін.), на яких встановлені мобільні інформаційно-вимірювальні системи [6, 7].

Однак при цьому виникає інша проблема — відсутній метод оцінювання вмісту газів у викиді стаціонарного джерела на основі метеопараметрів та даних спостережень вмісту забруднюючих домішок в атмосферному повітрі з БПЛА у зоні розсіювання цього джерела. Також потрібні рекомендації щодо визначення оптимальної траєкторії БПЛА для проведення таких спостережень для підвищення достовірності та точності оцінок за цим методом.

Одна з найбільш поширених математичних моделей розсіювання викидів від стаціонарного джерела — це модель Гауса [8-10]. Емпірично-статистичний метод, який в ній використовується, при використанні достатньо простих параметрів, що враховують розсіювання домішок в атмосфері, дозволяє із досить високою точністю розрахувати зону розсіювання від викидів стаціонарного джерела.

Мета цієї статті — розроблення методу оцінювання параметрів стаціонарних джерел викидів на основі моделі Гауса за даними оперативного моніторингу зони розсіювання з використанням БПЛА, що дозволить достатньо точно розв'язати зворотну задачу моделювання розсіювання домішок в атмосфері за мінімальної кількості даних спостережень.

## 1. Загальна постановка задачі

Класична задача забруднення атмосферного повітря стаціонарними джерелами викиду, в загальному випадку, є нестационарною. Але, у першому наближенні, можна вважати, що параметри (напрямок і сила вітру, параметри викиду тощо), що впливають на зону розсіювання забруднення, за час, необхідний для БПЛА, щоб облетіти усі точки вимірювань, не зазнають істотних змін і тому процес, за цих умов, можна вважати стаціонарним. У той же час, для виконання такої умови кількість точок вимірювань повинна бути достатньо малою. А отже, необхідна методика з їх вибору таким чином, щоб забезпечити максимум корисної інформації з мінімальної кількості точок, тобто щоб отримати достатньо точну оцінку вмісту заданої домішки  $Q$  на виході заданого стаціонарного джерела викидів.

Запишемо рівняння моделі Гауса для поширення домішок (забруднюючих речовин) в атмосферному повітрі у декартовій системі координат [8]:

$$C(x, y, z) = \frac{Q \cdot K \cdot V(x, h_e)}{2\pi \cdot u_s \sigma_y(x) \sigma_z(x)} \cdot \exp\left(-0.5 \frac{y^2}{(\sigma_y(x))^2}\right), \quad (1)$$

де  $C(x, y, z)$  — концентрація заданої речовини в атмосферному повітрі в точці з координатами  $x, y, z$ , мг/м<sup>3</sup>, де точка відліку  $(0, 0, 0)$  збігається з місцем виходу стаціонарного джерела викиду, осі  $x$  та  $y$  спрямовані в

горизонтальній площині від цього джерела (вісь  $x$  — у напрямку вітру, а вісь  $y$  — перпендикулярно до осі  $x$ ), вісь  $z$  — вгору від точки виходу джерела;  $Q$  — викид речовини (концентрація у повітрі забруднюючої речовини-домішки), г/с;  $K$  — коефіцієнт перерахунку =  $1 \cdot 10^6$ ;  $\sigma_y(x)$ ,  $\sigma_z(x)$  — стандартні відхилення розсіювання по горизонталі і вертикалі, відповідно, значення яких залежать від відстані  $x$  від джерела викиду, м;  $u_s$  — швидкість вітру на ефективній висоті джерела викидів, м/с;  $V(x, h_e)$  — вертикальні умови розсіювання:

$$V(x, h_e) = e^{\left( -0,5 \frac{(z - h_e(x, F_b))^2}{(\sigma_z(x))^2} \right)} + e^{\left( -0,5 \frac{(z - h_e(x, F_b))^2}{(\sigma_z(x))^2} \right)}, \quad (2)$$

де  $h_e$  — ефективна висота джерела викиду (висота середньої лінії факела над рівнем землі), м, яка визначається за різними формулами, в залежності від метеоумов та відстані від джерела; найбільш складним для аналізу є випадок, коли вимірювання проводяться на відстані від 500 до 3110 метрів від стаціонарного джерела викиду, а атмосфера за критерієм Песквілла відповідає класу «А» [8, 11], тоді висота  $h_e$  визначається по такій формулі:

$$h_e(x, F_b) = h_s + 1,6 \frac{\sqrt[3]{F_b x}}{u_s}, \quad (3)$$

де  $F_b$  — інтегральний параметр джерела, який визначається по такій формулі:

$$F_b = g \cdot v_s d_s^2 \left( \frac{T_s - T_a}{4T_s} \right), \quad (4)$$

де  $g$  — швидкість вільного падіння = 9,8 м/с<sup>2</sup>;  $v_s$  — швидкість виходу газів з джерела викидів, м/с;  $d_s$  — діаметр устя джерела викидів, м;  $T_s$  — температура газів, що викидаються в атмосферу, °С;  $T_a$  — температура навколишнього середовища, °С.

Розрахунок  $\sigma_z(x)$  та  $\sigma_y(x)$  проводиться за формулами:

$$\sigma_z(x) = ax^b, \quad (5)$$

$$\sigma_y(x) = 456,11628 \cdot x \cdot \text{tg} \{0,017453293 [c - d \cdot \ln(x)]\}, \quad (6)$$

де  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  — табличні значення.

В деяких випадках формула (2) має більш складний вигляд, але зупинимось саме на такому варіанті.

За реальних умов в оперативному режимі можна виміряти: метеопараметри  $T_a$ ,  $u_s$  (у т.ч. їх усереднені значення), напрям вітру, значення  $C(x, y, z)$  у довільних точках (хоча часто існує обмеження у вигляді границь

території підприємства-власника цього джерела), оцінити геометричні розміри джерела (як правило, труби) діаметр  $d_s$  і висоту  $h_s$ . Невідомими залишаються лише три параметри:  $Q$ ,  $v_s$  та  $T_s$ . Однак, оскільки головним параметром, який слід оцінити, є параметр  $Q$ , то не так важливо знати значення параметрів  $v_s$  та  $T_s$  — достатньо знати значення інтегрального параметра  $F_b$ , що значно спрощує задачу.

Отже, слід розв'язати таку задачу: оцінити параметр  $Q$  за рядом вимірювань значень  $C(x, y, z)$  у певних точках, значеннями метеопараметрів  $T_a$ ,  $u_s$  і напрямку вітру та геометричними розмірами джерела (труби): діаметр  $d_s$  і висоту  $h_s$ . Додатковою задачею є розробка методики вибору точок для вимірювань  $C(x, y, z)$ , які дозволили б підвищити точність та достовірність оцінок  $Q$ .

## 2. Ідея методу

Ідея методу, який пропонується, полягає у тому, що за допомогою БПЛА спочатку проводиться аналіз метеоумов та інших параметрів. Умови задачі уточнюються і, з ними, уточнюється аналітичний вираз рівняння моделі та розрахункових співвідношень для усіх його параметрів, які розраховуються за різними методиками. Для цього виразу моделі за методом найменших квадратів здійснюється апроксимація моделі Гауса — будується система двох рівнянь з двома невідомими  $Q$  та  $F_b$ . Далі БПЛА здійснює вимірювання значень  $C(x, y, z)$  і підстановка цих значень в систему рівнянь та її розв'язання дає значення  $Q$ . Усі ці розрахунки можна проводити оперативіно. Для прискорення розрахунків варто наперед побудувати усі можливі варіанти систем рівнянь (для різних метеоумов та ін.) та запрограмувати алгоритми їх розв'язання.

Розробимо математичний апарат методу для одного з найбільш складних і, у той же час найбільш поширених, варіантів аналітичних виразів моделі Гауса для площинної задачі (за незмінної висоти  $z$ ).

## 3. Розроблення математичного апарату методу

Розглянемо випадок, коли вимірювання проводяться на відстані від 500 до 3110 метрів від стаціонарного джерела викиду, висота  $z$  моделювання розсіювання незмінна, а атмосфера за критерієм Песквілла відповідає класу «А» [8, 11]. Тоді рівняння (1)-(6) матимуть вигляд [8]:

$$C(x, y) = \frac{a}{\sigma_y(x_i) \cdot \sigma_z(x_i)} \cdot e^{\left( -0.5 \frac{y_j^2}{(\sigma_y(x_i))^2} \right)} \cdot V(x_i, F_b) \quad (7)$$

де:

$$a = \frac{Q \cdot K}{2\pi \cdot u_s} \quad (8)$$

Для того, щоб знайти невідомі нам значення  $Q$  та  $F_b$  за методом найменших квадратів запишемо класичний критерій за цим методом знайдемо від нього відповідні частинні похідні (використаємо для цього модуль символічної математики пакету програм Mathcad) та прирівняємо до нуля, що дасть нам таку систему із двох рівнянь з двома невідомими:

$$\sum_i \sum_j \left[ C_{i,j} \frac{a}{\sigma_y(x_i) \cdot \sigma_z(x_i)} \cdot e^{\left( -0.5 \frac{y_j^2}{(\sigma_y(x_i))^2} \right) \cdot V(x_i, F_b)} \cdot \frac{-0.5 \frac{y_j^2}{(\sigma_y(x_i))^2} \cdot V(x_i, F_b)}{\sigma_y(x_i) \cdot \sigma_z(x_i)} \right] = 0 \quad (9)$$

$$\sum_i \sum_j \left[ C_{i,j} \frac{a}{\sigma_y(x_i) \cdot \sigma_z(x_i)} \cdot e^{\left( -0.5 \frac{y_j^2}{(\sigma_y(x_i))^2} \right) \cdot V(x_i, F_b)} \cdot a \cdot e^{-0.5 \frac{y_j^2}{(\sigma_y(x_i))^2}} \cdot \frac{0.5 \cdot (z - h_e(x, F_b))}{(\sigma_z(x_i))^2} \cdot \sqrt[3]{F_s \cdot x_i} \cdot (z - h_e(x, F_b)) - \frac{0.5 \cdot (h_e(x_i, F_b))}{(\sigma_z(x_i))^2} \cdot \sqrt[3]{F_s \cdot x_i} \cdot (z + h_e(x_i, F_b))}{F_b \cdot u \cdot (\sigma_z(x_i))^2} \right] = 0 \quad (10)$$

Інші варіанти моделі Гауса є простішими, наприклад, параметр  $h_e$  може не залежати від координати  $x$  та ін. Але алгоритм побудови системи рівнянь виду (9)-(10) для них такий самий. У разі коли координата  $z$  висоти є змінною, вираз рівнянь (9)-(10) ускладнюється незначно: додається ще одна сума (по, наприклад, індексу  $k$ ),  $z$  замінюється на  $z_i$ , а  $C_{ij}$  — на  $C_{i,j,k}$ .

На практиці вимірювання проводиться часто не у регулярній сітці точок (коли результатом спостережень є квадратна матриця), а у вигляді одновимірного масиву значень (вектору)  $C$  у певних точках, тоді треба на початку рівнянь (9)-(10) записувати не дві суми, а — одну, а значення  $x_i$  та  $y_i$  тоді слід не розраховувати з певним кроком, а задаватись векторами фіксованих значень, які відповідатимуть координатам місць вимірювання значень  $C$ .

#### 4. Розроблення методики виконання спостережень для підвищення точності оцінювання параметрів

Аналіз співвідношень моделі (1)-(6) та характеру класичної функції Гауса показав, що для підвищення точності оцінювання параметрів стаціонарного джерела викидів, доцільно спочатку визначити напрям, куди дме вітер, далі уздовж осі  $x$ , яка спрямована від місця виходу стаціонарного джерела, тобто точки з координатами  $(0, 0, 0)$  у напрямі вітру, методом прямих послідовних вимірювань з БПЛА у цьому напрямку виміряти значення показника



$C(x, y, z)$ , знайшовши максимальне значення вмісту  $C^*(x^*, y^*, z^*)$ , а також декілька значень у напрямку, перпендикулярному осі  $x$ , тобто в напрямку осі  $y$ , рахуючи від точки з координатами  $(x^*, y^*, z^*)$ .

Були проведені дослідження того, яким чином кількість значень спостережень підвищує точність оцінювання параметру  $Q$ . Залежність відносної похибки  $\Delta Q$  (%) від кількості значень  $i$ , відібраних уздовж осі  $x$  симетрично в обидва боки від точки з координатами  $(x^*, y^*, z^*)$ , показана на рис. 1.

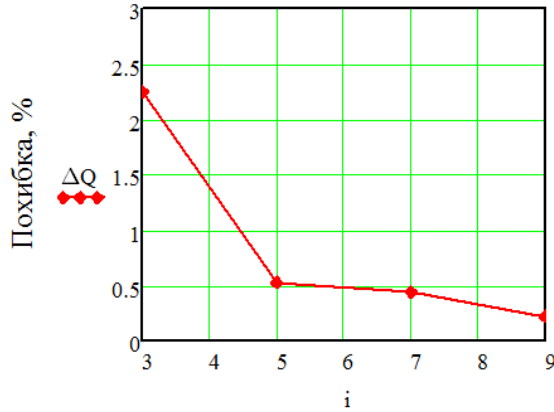


Рисунок 1 – Залежність відносної похибки  $\Delta Q$  (%) від кількості значень  $C(x,y,z)$  уздовж осі  $x$  за відсутності вимірювань уздовж інших осей

Варіант з  $i = 5$  вимірюваннями уздовж осі  $x$  і різною кількістю вимірювань уздовж осі  $y$ , починаючи від точки з координатами  $(x^*, y^*, z^*)$ , показаний на рис. 2.

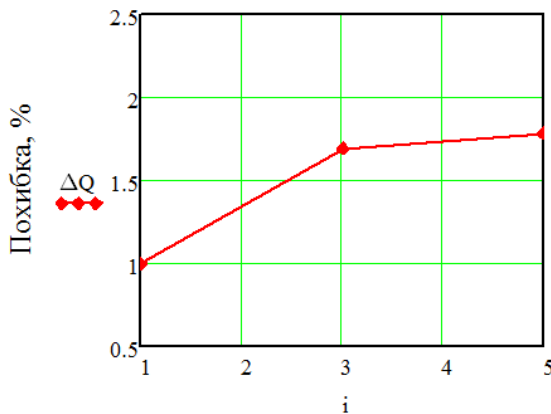


Рисунок 2 – Залежність відносної похибки  $\Delta Q$  (%) від кількості значень  $C(x,y,z)$  уздовж осі  $y$ , рахуючи від точки з координатами  $(x^*, y^*, z^*)$ , за умови, що уздовж осі  $x$  було здійснено 5 вимірювань

Однак дослідження показують, що якщо значення спостережень не досить точні (тільки до десятих чи сотих), тоді похибка за даними вимірювань уздовж осі  $y$  може зростати зі зростанням кількості врахованих вимірювань, оскільки виміряні значення не досить точно відтворюють характер зміни експоненціальних функцій.

Проведений аналіз показав, що для оцінювання параметра  $Q$  варто здійснювати спостереження тільки уздовж осі  $x$  і достатнім є 5 вимірювань, за умов їх високої точності. У разі, якщо вимірювання проводяться не досить точно, тоді рекомендується зібрати та обробити 7-9 даних спостережень.

Отже, обґрунтовано, що оптимальною траєкторією спостережень для БПЛА буде траєкторія, подану на рис. 3.

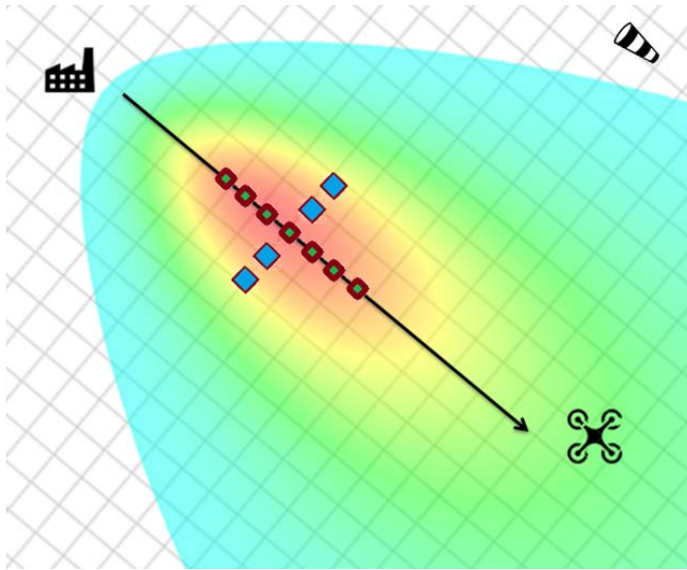


Рисунок 3 – Схематичне зображення траєкторії руху БПЛА через зону розсіювання біля стаціонарного джерела викидів (напрямок стрілки співпадає з напрямком вітру від цього джерела викидів)

Теоретично, БПЛА може пролетіти дану траєкторію двічі: спочатку знайти місце розташування точки з максимальною концентрацією, а потім виміряти відносно неї по 2 точки у різні боки уздовж осі  $x$ . Однак, сучасні вимірювальні засоби дозволяють досить швидко проводити вимірювання, тоді достатньо одного прольоту за траєкторією з рис. 3, а потім на основі аналізу отриманого вектору значень визначається максимальне та ті значення, що розташовані у цьому векторі до та після нього через певний крок у метрах.

Алгоритм застосування розробленого методу пропонуємо такий:

1. На висоті джерела забруднення  $h_s$  з використанням БПЛА провести вимірювання метеопараметрів  $T_a$  та  $u_s$  та напрямку вітру. У разі, якщо у різних точках зони основного розсіювання вони будуть відрізнятися більше, ніж на 15%, тоді — усереднити їх за усіма вимірюваннями.

2. Уточнити аналітичний вираз математичної моделі (1)-(6) та усіх її параметрів за поточних умов, у т.ч. метеорологічних.

3. Спорядити БПЛА мобільною ІВС із відповідним датчиком аналізу стану атмосферного повітря на задану домішку (оксиди вуглецю, вуглеводні типу  $\text{CH}_4$ ,  $\text{C}_2\text{H}_4$ , оксиди сірки та азоту тощо).

4. Запустити БПЛА по лінії від джерела за напрямком вітру (рис. 3) для визначення місця найбільшої концентрації забруднюючих речовин та провести необхідні спостереження.

5. За допомогою методу найменших квадратів визначити невідомі параметри джерела викиду для заданої речовини.

6. За необхідності повторити пп. 3-5 для іншої речовини (домішки).

## 5. Приклад застосування методу

Розглянемо числовий приклад. Нехай висота труби джерела стаціонарного джерела викиду  $h_s = 100$  м, швидкість вітру  $u_{ref} = 5$  м/с, вимірювання проводились у точках з координатами (300, 0, 30), (400, 0, 30), (500, 0, 30), (600, 0, 30), (700, 0, 30) (в метрах), виміряна концентрація забруднюючої речовини  $C = [2,07, 9,32, 10,54, 8,57, 6,28]$  мкг/м<sup>3</sup> відповідно.

Для оцінки похибки дослідження потрібно вирішити пряму задачу (рис. 2) поширення домішок та порівняти її з отриманими результатами.

Проведена ідентифікація параметрів стаціонарного джерела викиду за запропонованим методом з використанням співвідношень (8)-(10) для 5-ти точок спостережень якості повітря та їх порівняння з розрахунковими значення показала, що похибка для  $Q$  склала 0,11 %, що є дуже гарним результатом, а для  $F_b$  — 15 %, що є результатом досить прийнятним, враховуючи невисоку точність вимірювального приладу на БПЛА (задані значення концентрації  $C$  виміряні тільки до сотих).

Приклад продемонстровано на рис. 4.

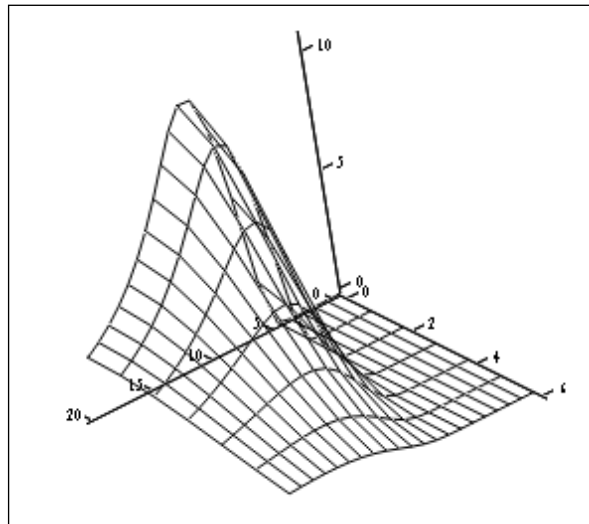


Рисунок 4 – Тривимірне зображення залежності концентрації забруднюючої речовини від відстані до джерела викиду

На рис. 4 наведена чверть (сектор в 90 градусів) поля концентрацій домішки навколо стаціонарного джерела викиду, розрахованого у пакеті програм Mathcad за моделлю Гауса (1)-(6) з ідентифікованими параметрами  $Q$  та  $F_b$ . Уздовж горизонтальних осей відкладено не відстань в метрах, а кількість кроків до місць, в яких визначались концентрації, а по вертикальній осі — концентрація забруднюючої речовини  $C$ ,  $\text{мкг/м}^3$ .

## Висновки

1. Розроблено метод оцінювання параметрів стаціонарних джерел викидів на основі моделі Гауса за даними оперативного моніторингу зони розсіювання з використанням БПЛА, що дозволяє достатньо точно розв'язати зворотню задачу моделювання розсіювання домішок в атмосфері за мінімальної кількості даних спостережень для використання в екологічному контролі викидів підприємств за даними оперативного моніторингу. Наведено математичний апарат методу для найбільш складного двовимірного варіанту рівняння за відповідних умов, у т.ч. метеорологічних.

2. Запропоновано алгоритм методу та оптимальну траєкторію спостережень з БПЛА. Проведений аналіз показав, що для застосування методу варто зробити не менше 7 спостережень на висоті джерела забруднення уздовж осі, спрямованої уздовж напрямку вітру від місця виходу стаціонарного джерела викиду, у місцях, розташованих симетрично відносно місця з найбільшим вмістом у повітрі забруднюючої речовини. Наведено числовий приклад, який довів ефективність та достатню точність методу.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Горячев Г. В. Метод визначення стаціонарних джерел понаднормативних викидів на основі нечітких баз знань / Г. В. Горячев, О. М. Козачко, Д. Ю. Дзюняк // Екологічна безпека. – 2012. – № 2. – С. 59-61.
2. Meghea I., Mihai M., Demeter T. Gauss dispersion model applied to multiple punctual sources from an industrial platform //International Multidisciplinary Scientific GeoConference: SGEM: Surveying Geology & mining Ecology Management. – 2013. – Vol. 1. – P. 497.
3. Громова О. В. Аналіз моделей поширення домішок в атмосфері від стаціонарних джерел // Громова О. В. – Наук. праці УкрНДГМІ, 2004. – Вип. 253. – С. 173.
4. Chaudhry V. Arduair: Air Quality Monitoring // International Journal of Environmental Engineering and Management. – 2013. – P. 639-646.
5. Juan S. et al. An Industrial air pollution dispersion system based on Gauss dispersion model [J] //Environmental Pollution & Control. – 2005. – Vol. 7. – P. 11.
6. Мокін В. Б. Інформаційно-вимірвальна система оперативного екологічного моніторингу з використанням мобільних пристроїв / В. Б. Мокін, К. О. Бондалетов, Г. В. Горячев, Д. Ю. Дзюняк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — Вінниця. — 2015. — № 5. — P. 116-122.
7. Mokin V. B. Method and technology for monitoring and forecasting the atmospheric air condition by means of universal information-measuring system with the application of mobile devices / V. B. Mokin, Dziuniak D. Y., Bondaletov K. O., Olynyk V. V. // Scientific Works of Vinnytsia National Technical University. — 2015. — № 4. — Режим доступу: <http://works.vntu.edu.ua/index.php/works/article/download/455/457>
8. Zannetti P. Air pollution modeling: theories, computational methods and available software. – Springer Science & Business Media, 2013. – P. 425.

9. Turner D. B. Workbook of atmospheric dispersion estimates: an introduction to dispersion modeling. – CRC press, 1994. – P. 192.
10. Jorgensen B. The theory of dispersion models. – CRC Press, 1997. – P. 237.
11. Pasquill F. Atmospheric dispersion parameters in gaussian plume modeling: [part II. Possible Requirements for Change in the Turner Workbook Values] / F. Pasquill // EPA-600/4-76-030b, U.S. Environmental Protection Agency, Research Triangle Park, North Carolina 27711. – 1976. – P. 237.

*Стаття надійшла до редакції 18.11.16.*

UDK 004.942

**Z. ROWLAND, J. VRBKA**

**OPTIMIZATION OF A COMPANY'S PROPERTY STRUCTURE AIMING  
AT MAXIMIZATION OF ITS PROFIT USING NEURAL NETWORKS  
WITH THE EXAMPLE OF A SET OF CONSTRUCTION COMPANIES**

***Abstract.** This contribution tries to find an efficient way of a company's property optimization. It searches for such a property structure that would ensure adequate benefit, respectively, the appreciation of own capital provided for remuneration. To carry out the calculation balance sheets, respectively their parts informing about the company's property are used, as well as income statements – the total taxed profit of all companies running their business in the CZ from 2006 to 2015. To find the model artificial neural networks are used – specifically a multi-layer perceptron network and a neural network of a radial basic function. The result is a neural structure that will help the building company find a suitable property structure, so that the company reaches the required ROE of 10% (a company is considered successful, if it reaches 10% and more on Return on Equity). The model is useful not only in company management but also in evaluating its performance and health by competitors, creditors or suppliers.*

***Key words:** property, ROE, artificial neural networks, model*

**Introduction**

The branch of construction belongs to the most demanding business branches in general. In the article [1] characterizes building companies, as specific companies dealing with building production. Especially in comparison to the industry, but also to another branch, the building industry is characterized by a wide range of specifics some of which may negatively influence its economy [2]. According to [3] the difference of building companies from others is seen mainly in the following: in the individual character of the product, organization of production process, length of production cycle, mobility of the producer and stationarity of the product and lower capacity use. In [4] adds the composition of property structure among other differences or characteristic features. That should be chosen appropriately to reach the long-term maximization of profit.

In the article [5] states that a company's property structure is possible to be understood from the balance sheet and is composed of two aggregated components, in other words, fixed assets and current assets. According to [6] it is typical for building companies to possess a significant share of current assets while the greatest item of building production is made of stock, without a doubt. Due to this fact it is very important to control their correct management. In case the company binds more than needed it acts inefficient [7].

The main aim of a building company's origin and pursuit is, as in any other company's case, is reaching the highest efficiency of input capital possible. That must be ensured especially by the company prosperity, which will be reached by building company profitability [6]. Companies are founded exactly in order to generate profit. One of the most important indicators for the measuring of a building company's performance (profit), which is most interesting for managers, shareholders and investors, is the indicator of Return on Equity (ROE). ROE basically represents the measure of how efficiently the company uses the shareholders' means to consequently generate profit [8]. In [9] claims that through ROE it is possible to determine whether the company is profit creator or whether, on the contrary, it does not generate profit.

ROE indicator will be found through the following relation [10]:

$$ROE = (Earning\ After\ Tax / Total\ Equity) * 100 \quad (1)$$

According to [11] Return on Equity rate may be considered positive in case its value is higher than 12%. For the purpose of this article a company will be considered successful if it reaches 10% and more of ROE.

In today's modern world the number of companies, using ANNs (Artificial Neural Networks) to find a suitable and efficient way of property structure optimization [12]. In [13] claims that it was possible to meet these systems, computer software working on the basis of special mathematic algorithms, respectively, for the first time in the area of neurology. According to [14] ANNs are characterized especially by their high ability to analyse a huge volume of information. Other abilities of artificial neural networks, according to [15] include the abilities to learn, to generalize data, to memorize, to produce new information, etc.

The MPL Multi-Layer Perceptron Neural Network and RBF – Radial Basic Network may be classified among the most frequently used neural networks [16]. These two types of ANNs will be used throughout this article to find a model which would optimize a company's property efficiently. In [17] characterize MLP as a forward artificial neural network which consists of at least two layers of perceptrons (neurons). In each layer all inputs of individual neurons are connected to the outputs of the previous layer. The outputs head towards the following layer only [18]. According to [17] MLP is a modification of a classic linear perceptron and it is able to differentiate information impossible to be separated linearly. The RBF neural network has a similar structure to the previous networks. That one is, according to [19] composed of two layers of forward networks and is used mainly for approximation function and a time line of prognoses, for classification and clustering of tasks (interpolation, time line modelling, speech distinction, 3D modelling, data fusion).

The aim of this contribution is to find an efficient way of a company's property optimization. Thus, such a property structure that will ensure an adequate profit, with the example of building companies in the Czech Republic.

## 1. Material and methodology

For the purpose of analyzis the data of building companies in the Czech Republic, from 2006 to 2015, has been chosen. Specifically, they are companies classified in

the Building F section, i.e. [20]: This section includes specialized as well as non-specialized building activities. They include new-building works, repairs, building extensions, reconstructions, engineering works, building of pre-fabricated objects in the construction-site, and temporary buildings.

These include the building of complete flat, office and shopping-mall buildings, other public buildings, agriculture buildings, sports halls and gymnasiums, etc., on the one hand, and the building of highways, roads, bridges, tunnels, railways, runways, ports and other aquatic constructions, irrigation canals, sewerage, industrial objects, conduits and power lines, open sports stadiums and playgrounds, etc., on the other hand. We were interested in the data of the companies, such as identification number, name of the given company, the amount of current assets in thousands of CZK, the amount of fixed assets in CZK, profit or loss of the given company.

The data file will thus create a table where the line will represent the company and a specific year of economy. In total, the file contains 66743 of record lines. Records of companies in disposal and records of companies terminating their activity in the given year (potentially extreme values) were removed from the file.

Our aim is basically finding the production curve that uses two inputs – current assets and fixed assets. At the same time, we are looking for such a combination of inputs that will bring the most optimal profit (respectively production) to the building company.

To prepare the data file MS Excel will be used. For the purpose of the calculation the DELL Statistica software in version No. 7 and 12 will be used. Consequently, it will be processed through automated neural networks.

Used variables are continuous. Thus, we will use a module of time series used through regression. The data will be divided into three groups:

- Training: 70 %,
- Testing: 15 %,
- Validation: 15 %.

The seed for a random selection was determined at a value of 1000. Downsampling will be run randomly.

Consequently, 1000 random artificial neural structures will be generated, out of which 5 most appropriate results will be preserved<sup>1</sup>.

These kinds of neural networks will be used:

1. A neural network of Radial Basic Function (further as RBF),
2. A multi-layer perceptron neural network – three-layer (further on as MLP).

We will use the following: linear function, step function, saturating linear function, sigmoid function and hyperbolic tangent function as an activating function in a hidden and output layer of neurons.

In the hidden RBF layer up to 9 neurons will be used. In the hidden layer of the three-layer perceptron network up to 20 neurons will be used. Other settings will be default.

---

<sup>1</sup> We will determine this through the smallest squares method. If the differences between newly generated networks will be no more significant the training session will be ended.



## 2. Results and Discussion

The data was divided into three sets – training, testing and validation. The choice was carried out randomly. Based on the data sets 1000 neural networks were generated. Five of them were preserved – those with the best statistics. An overview of the obtained and preserved neural networks is given in Table No.1.

Table 1 – An overview of generated and preserved neural networks

In	Name of Network	Train. Performance	Test. Performance	Valid. Performance	Train. Fault	Testing Fault
1	MLP 2-8-1	0,664731	0,618323	0,766145	193071859	104324593
2	MLP 2-6-1	0,667188	0,620293	0,766498	191987650	103794019
3	MLP 2-9-1	0,664684	0,620674	0,765502	193079223	103764588
4	MLP 2-7-1	0,664716	0,619914	0,765698	193104285	103932935
5	MLP 2-17-1	0,667793	0,621257	0,766153	191653012	103637452

In	Name of Network	Validation Fault	Train. Algorithm	Fault Function	Activ. Hidden Layer	Output Act. Layer
1	MLP 2-8-1	74849911	BFGS (Quasi-Newton) 9	Sum of Squares	Logistic	Tan
2	MLP 2-6-1	74658406	BFGS (Quasi-Newton) 18	Sum of Squares	Tan	Tan
3	MLP 2-9-1	74901561	BFGS (Quasi-Newton) 10	Sum of Squares	Sinus	Logistic
4	MLP 2-7-1	74873824	BFGS (Quasi-Newton) 8	Sum of Squares	Sinus	Logistic
5	MLP 2-17-1	74741476	BFGS (Quasi-Newton) 15	Sum of Squares	Tan	Logistic

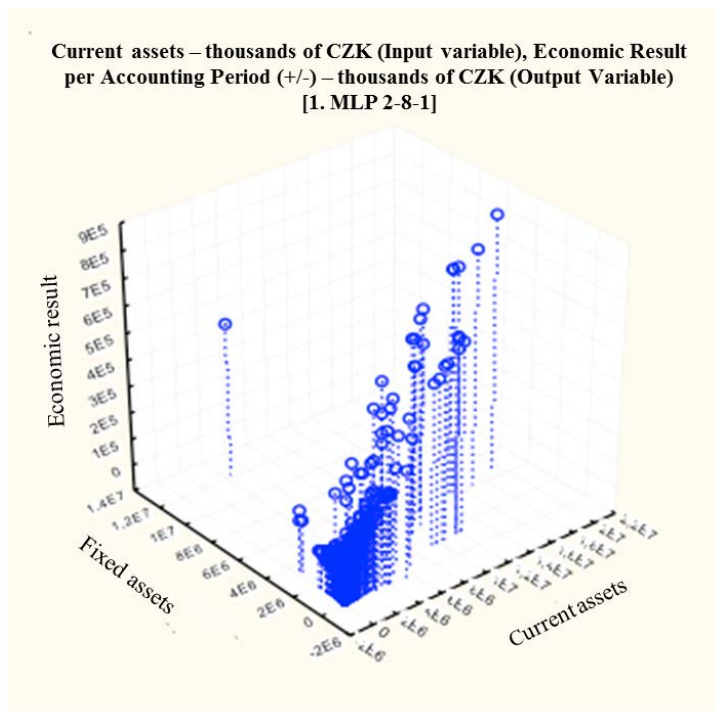
Source: Authors

It is interesting that all preserved neural networks are based on a multi-layer perceptron neural network. The table proves that all exhibit similar characteristics with regard to performance and fault, in all three data sets. Individual networks only differ in the activating networks used in the hidden layer of neurons and in the output layer of neurons. In the hidden layer of neurons, they use a logistic function, a hyperbolic tan and the sinus function. Hyperbolic tan and logistic function, are then used in the hidden neural layer. Thus, at the first sight we could generalize the fact that MLP is suitable for regression tasks.

Further, correlation coefficients of all generated and preserved networks were analysed, having been divided into training, testing and validation set of data. It may be deduced from the results that in all three sets of data there exists a correlation. Yet it is not so high. It moves throughout sets and individual networks from almost 0.62 to almost 0.77. A comparison descriptive characteristics among individual data sets follows. It is clear that partial results are relatively similar. Although they do differ in some items, the differences are not significant.

In Figure No. 1, to get a better idea, we may observe the distribution of current asset combinations, the distribution of fixed assets and building companies' profit in the CZ, predicted by the MLP 2-8-1 network. Similarly, the distribution of

current assets' combinations was created, as well as the distribution of fixed assets and the profit of building companies in the CZ, predicted by the rest of the chosen neural networks.



Source: Authors

Figure 1 – Combination of Current Assets, Fixed Assets and Profit of building companies in the CZ according to the MLP 2-8-1

Prediction differs from the reality only in lower values of current assets and in lower values of fixed assets. In higher values prediction reaches reality very closely. Models even respect the deviated value, when the company generated profit at a low volume of current assets and at a high volume of fixed assets. It may be assumed that if the data was divided into four quadrants:

1. A high volume of current assets and at the same moment a high volume of fixed assets,
2. A high volume of current assets and at the same moment a low volume of fixed assets,
3. A low volume of current assets and at the same moment a high volume of fixed assets,
4. A low volume of current assets and at the same moment a low volume of fixed assets.

We would find out that the highest level of correlation may be reached in quadrant No.1. It would be followed by quadrants no. two and three. The fourth quadrant would be correlated the least.

To verify this idea, we created a sensitivity analysis of economy result based on partial input variables. Profit is based on both input variables. It depends much

more on the volume of current assets where the values move around the interval of more than 1.641 to almost 1.675 thousand of CZK. In case of fixed assets, the values move around almost 1.007 up to almost 1.027 thousand CZK. The result also reflects the current structure of building companies' property, where a huge volume is made of fixed assets.

## Conclusion

The aim of this contribution has been to find an efficient way of optimization of a company's property. Thus to find such a property structure that would ensure an adequate profit based on the example of building companies in the Czech Republic.

The aim of the contribution has been fulfilled. 1000 neural structures were generated out of which five with the best characteristics were preserved. With regard to a not-entirely-satisfactory correlation among the input and output variable a closer analysis of interdependence of individual variables had to be carried out. Thanks to that it turned out that the generated and preserved models were much more exact if they predict the results of large enterprises, i.e. enterprises with a large volume of current and fixed assets. Moreover, the analysis clearly proves that the company's economic result is much more sensitive towards changes in current assets volume than towards the changes of fixed assets volume. Thus a clear recommendation towards capital goods consumption management is given – towards the company's cost policy. Building enterprises have to strive to be as efficient as possible working with material in construction sites. Fixed assets consumption is fixed.

The results offer a clear direction for the purpose of another paper – to divide building companies into smaller groups according to their size. Further, it would be suitable to pay attention to partial property items.

Models as such are not very useful in practice at the evaluated detail rate. Yet they do allow us to guess, having carried out the above-mentioned changes, a large potential for enterprise management (especially in case of large enterprises).

## REFERENCES

1. Hoffmann, S., Wicke, D., & Cadez, I. (2015). Survey of sustainability in construction companies. *Bautechnik*, 92(10), pp. 725-729.
2. Vochozka, M. & Stehel, V. (2012). Regionální disparity ve vývoji stavebního odvětví v České republice. [Regional disparities in the development of the construction sector in the Czech Republic]. *Littera Scripta*, 5(2), pp. 187-202.
3. Horta, I., & Camanho, A. (2013). Company failure prediction in the construction industry. *Expert Systems with Applications*, 16(40), pp. 6253-6257.
4. Lehutová, K., Křížanová, A. & Klieščík, T. (2013). Quantification of Equity and Debt Capital Costs in the Specific Conditions of Transport Enterprises, In: *Proceedings of the 17th International Conference on Transport Means, Transport Means*. Kaunas, Lithuania, pp. 258-261.
5. Wong, W. P., Gholipour, H. F., & Bazrafshan, E. (2012). How efficient are real estate and construction companies in Iran's close economy? *International Journal of Strategic Property Management*, 16(4), pp. 392-413.
6. Yang, Z., Lin, L., & Li, H. (2010). Ownership Structure and Financial Reporting Transparency: The Empirical Evidence from Construction and Real Estate Listed

- Companies in China. Proceedings of the 2010 International Conference on Construction and Real Estate Management. Brisbane, Australia, pp. 816-820.
7. Siskina, S., Juodis, A., & Apanaviciene, R. (2009). Evaluation of the competitiveness of construction company overhead costs. *Journal of Civil Engineering and Management*, 15(2), pp. 215-224.
  8. de Wet, J. H. V. H., & du Toit, E. (2007). Return on equity: A popular, but flawed measure of corporate financial performance. *South African Journal of Business Management*, 38(1), pp. 56-69.
  9. Kijewska, A. (2016). Determinants of the Return on Equity Ratio (Roe) on the Example of Companies from Metallurgy and mining sector in Poland. *Metallurgija*, 55(2), pp. 285-288.
  10. Vojtková, M., Bartošová, V. (2009). Comparability and mathematical aspects of the use of indicators of financial analysis in the evaluation of the company. *Ekonomicko-manážerské spektrum*, 3(2), pp. 72-76.
  11. Ichسانی, S., & Suhardi I, A. R. (2015). The Effect of Return on Equity (ROE) and Return on Investment (ROI) on Trading Volume. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 211, pp. 896-902.
  12. Wilczyńska-Piliszek, A. J., Piliszek, S., & Falandysz, J. (2012). Use of quantitative-structure property relationship (QSPR) and artificial neural network (ANN) based approaches for estimating the octanol-water partition coefficients of the 209 chlorinated trans -azobenzene congeners. *Journal of Environmental Science and Health, Part B*, 47(2), pp. 111-128.
  13. Izeboudjen, N., Larbes, C., & Farah, A. (2014). A new classification approach for neural networks hardware: from standards chips to embedded systems on chip. *Artificial Intelligence Review*, 41(4), pp. 491-534.
  14. Mileris, R., & Boguslauskas, V. (2011). Credit Risk Estimation Model Development Process: Main Steps and Model Improvement. *Engineering Economics*, 22(2), pp. 126-133.
  15. Luzar, M., Sobolewski, Ł., Miczulski, W., Korbitcz, J., Díaz Lantanda, A., Munoz - Guijosa, J. M., & Muñoz Sanz J. L. (2014). Prediction of corrections for the Polish time scale UTC (PL) using artificial neural networks: from standards chips to embedded systems on chip. *Lubrication Science*, 26(3), pp. 141-162.
  16. Michal, P., Vagaská, A., Gombár, M., Kmec, J., Spišák, E., & Kučerka, D. (2015). Usage of Neural Network to Predict Aluminium Oxide Layer Thickness. *The Scientific World Journal*, 2015, pp. 1-10.
  17. Kumar, M., & Yadav, N. (2011). Multilayer perceptrons and radial basis function neural network methods for the solution of differential equations: A survey. *Computers & Mathematics with Applications*, 62(10), pp. 3796-3811.
  18. Piasecki, A., Jurasz, J., & Marszelewski, W. (2016). Application of Multilayer Perceptron Artificial Neural Networks to Mid-Term Water Consumption Forecasting - A Case Study. *Ochrona Srodowiska*, 38(2), pp. 17-22.
  19. Pazouki, M., Wu, Z., Yang, Z., & Moeller, D. P. F. (2015). An Efficient Learning Method for RBF Neural Networks. In *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*. Killarney, Ireland. pp. 1-6.
  20. CZ NACE, 2016. CZ NACE – F Stavebnictví. [F Construction]. [online]. [accessed: 2016-10-10]. Available from: <http://www.nace.cz/nace/f-stavebnictvi/>

*Стаття надійшла до редакції 29.10.16.*

УДК 577.4+528.574

Д.Л. КРЕТА

## ІНФОРМАЦІЙНА ТЕХНОЛОГІЯ АНАЛІЗУ ТА ОЦІНКИ ЗАБРУДНЕННЯ СКЛАДОВИХ ДОВКІЛЛЯ

***Анотація.** У даній статті розглянуто створення інформаційної технології аналізу та оцінки забруднення довкілля. Розкриті блоки створення методики дешифрування димових шлейфів та дешифрування забруднення снігового покриву. Приведено інструментарій об'єднання різночасових та різнорідних даних. Створено на основі цих методів еколого-картографічні моделі стану довкілля.*

***Ключові слова:** геоінформаційна система, дешифрування, картографічна модель, моніторинг.*

### Вступ

Маючи багатий досвід вітчизняних та іноземних прикладів побудови геоінформаційних систем можливо відзначити високий рівень та практичну цінність геоінформаційній системи моніторингу забруднення вод і ґрунтів. Існує тісний взаємозв'язок між сталим розвитком держави та станом природних ресурсів. Управління та раціональне користування природними ресурсами запорука розвитку як економічного так і екологічного потенціалу регіонів.

Згідно міжнародних кліматичних угод провідні індустріально розвинені країни узяли на себе відповідальність у 2008-2020 зменшити викиди вуглекислого газу у середньому на 5% від рівня 1990р. Кожній країні виділялася квота на емісію вуглекислого газу. Ті країни, які викидають вуглекислий газ менше запланованої квоти, можуть продати надлишок іншій країні, яка отримує право виробляти вуглекислого газу більше початкової квоти. Таким чином, протокол закріплює за національним урядом право на означену кількість шкідливих викидів і спонукає розвиток ринку по торгівлі цими правами.

Непрозорість та несвоєчасність надання інформації до Національного реєстру України, який звітує до Міжнародної системи обліку одиниць CO<sub>2</sub>, може призвести до неспроможності торгівлі квотами та втрати мільярдів коштів на екологічні проекти.

Комплексний підхід до проблеми, який складається з: урахування баз даних, щодо об'ємів викидів з труб заводів; слідкування за розповсюдженням димових шлейфів, як фактора переносу забруднення за допомогою космічних знімків; статистична обробка акумулювання викидів в ґрунтах та водних об'єктах, дає обґрунтований підхід в задачах моніторингу та підтримку прийняття рішень в справах регіонального управління. Встановлення взаємозв'язків між джерелами забруднення сприяє виявленню сумарних наслідків розподілення акумулювання забруднення.

## 1. Структура інформаційної системи

Необхідне створення інформаційної системи збору та аналізу викидів в атмосферу та підтримки прийняття рішень у сфері екологічного навантаження на атмосферу, що розбивається на наступні задачі:

1. База просторових об'єктів:

1.1. Топооснова;

1.2. Джерела викидів в атмосферу (підприємства, дороги, міста);

1.3. Джерела нейтралізації забруднення (ліси);

1.4. Космічні знімки для дешифрування об'єктів (снігу, димових шлейфів, лісів, автомобілів.)

2. Програмне забезпечення для збору та зберігання баз даних та знань і для аналітичних розрахунків кількісних показників із залученням інтернет технологій.

3. Математично обґрунтовані методи підрахунку кількісних та якісних показників викидів.

Реалізацію інформаційної технології можливо на різних програмних продуктах, наприклад ArcGIS, ERDAS, чи створення власних програм на сучасних мовах програмування. Ці програмні продукти залучаються для створення та аналізу баз даних, розробки та автоматизації методу обробки космічних знімків та композиції картографічних матеріалів для підтримки прийняття рішень у природоохоронній сфері.

Частина бази геоданих з топографічною основою наповнюється одноразово з подальшим актуалізуванням при необхідності (один раз в 1-5 років). У той час як результат дешифрування космічних знімків та розрахунку зон викидів за методикою досить динамічний процес у часовому просторі (один раз у день - тиждень).

Методика дешифрування складається з об'єднання результатів методики розрахунку концентрації викидів із зосередженого джерела викидів ОНД-86, з методики розрахунку концентрації викидів за дешифруванням димових шлейфів, з методики розрахунку концентрації викидів за змінами альbedo снігового покриву, методики підрахунку забруднення вздовж доріг за дешифруванням трафіку автомобілів. Більш детально зупинимося на розкритті функціонування методики дешифрування забруднення снігового покриву та димових шлейфів. На Рисунку 1 зображена структурна схема автоматичного дешифрування та синтезування ситуаційної карти ареалів забруднення.

Перший блок - ОНД-86 «Методика розрахунку концентрацій в атмосферному повітрі шкідливих речовин, які містяться у викидах підприємств ОНД-86» - це державна методика, яка була автоматизована і інтегрована в програмний продукт ArcGIS для побудови зон приземних концентрацій у двометровому шару на поверхні ґрунту діючих підприємств. Початкові дані у вигляді інформації про кількість та властивості викидів з підприємств, інформації про умови розповсюдження та метеорологічні дані, інформація про умовах осадження на підстилаючу поверхню – на кінцевому етапі перетворюються у шар геоінформаційної системи з контуром осадження забруднення.

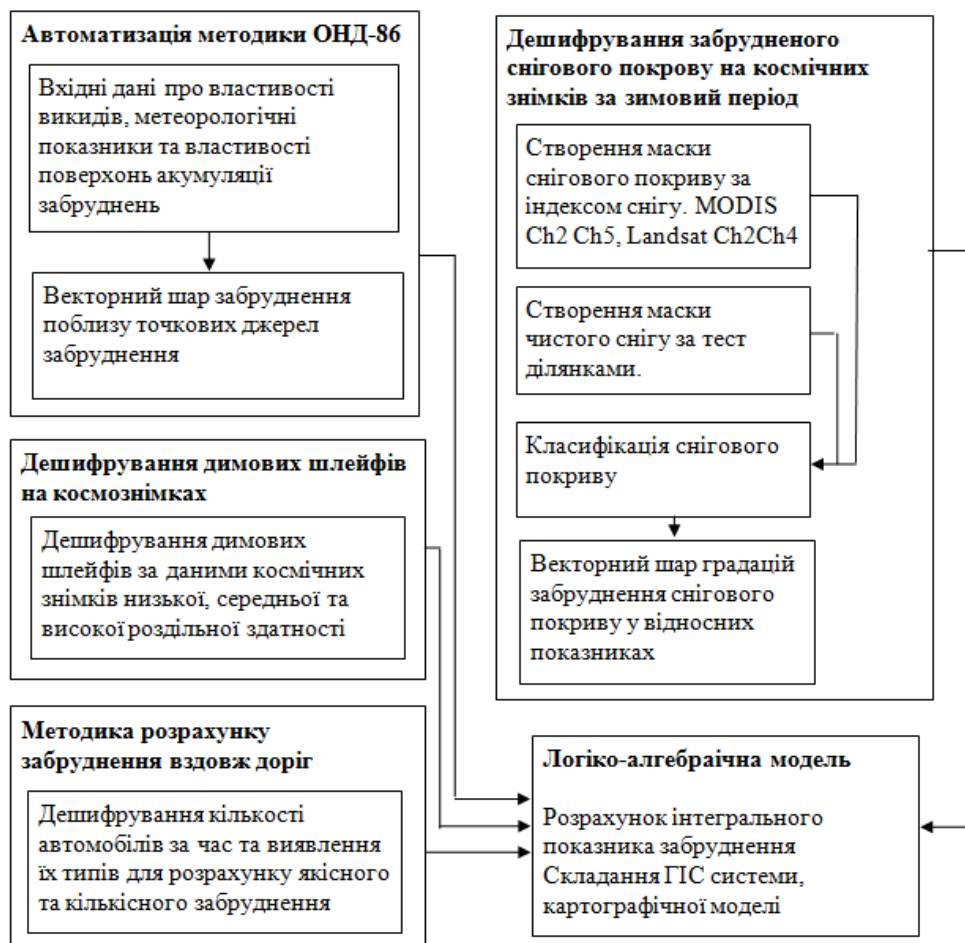


Рисунок 1 – Структурна схема методики формування бази даних забруднення довкілля

Другий блок – шар дешифрування космічних знімків за зимовий період. Знімки з космічних апаратів середнього просторового розрізнення обираються за наявності стійкого снігового покриву, щоб дешифрувати акумульоване забруднення, яке проявляє себе у порівнянні з еталонами чистого снігу на тестових ділянках.

Методика дешифрування космічних знімків за ознаками кореляційних моментів вищих порядків дає якісну зону забрудненого снігу та зону розподілу забруднення від димових шлейфів (рис. 2-4). Залучення бази Управління Статистики по викидам від промислових підприємств (тон на рік) та гідрометеорологічних даних (рози вітрів), дозволяє розраховувати кількісний показник розподілу забруднення по поверхні. Другий блок можна умовно розділити на чотири етапи: перший – маска чистого снігу на тест ділянках; другий – маска наявності снігу, за розрахунком інтегрального індексу снігу, щоб виділити тільки снігову складову для подальшої класифікації; третій – класифікація снігу за ступенями забрудненості, четвертий – векторизація забруднених територій та підрахунок площі (рис. 5-6).

## 2. Дешифрування забрудненого снігового покриву на космічних знімках за зимовий період

Вихідний знімок формується як матриця пікселів з якісним або кількісним значенням забруднення в кожній комірці. Об'єднання результатів методик проводиться поелементно з кожною коміркою окремо.

Дешифрування забруднення снігового покриву побудовано на підборі коефіцієнтів забруднення експертним методом основних кореляційних моментів (середнє значення, дисперсія, асиметрія, ексцес):

$$m = \frac{1}{n-1} \sum_{i,j} I_{i,j}, D = \frac{\sum_{i,j} (I_{i,j} - m)^2}{n-1}, S = \frac{\sum_{i,j} (I_{i,j} - m)^3}{(n-1)D^{3/2}}, Kr = \frac{\sum_{i,j} (I_{i,j} - m)^4}{(n-1)D^4}, \quad (1)$$

де:

$m$  – середнє значення пікселів в скануючому вікні;

$I$  – значення яскравості пікселя;

$i, j$  – координати пікселів в скануючому вікні;

$n$  – кількість пікселів в скануючому вікні;

$D$  – дисперсія значення яскравості;

$S$  – скошена (асиметрія);

$Kr$  – ексцес.

$$f(i, j) = \sum_{i=i_0-w}^{i_0+w} \sum_{j=j_0-w}^{j_0+w} F(i, j)H(i - i_0 + w + 1, j - j_0 + w + 1) \quad (2)$$

де:

$H$  – матриця розміру  $(2w+1) \times (2w+1)$  – маска оператора лінійного перетворення;

$f$  – поле параметрів перетворення зображення. Перетворення являє собою операцію дискретної згортання зображення з маскою  $H$ .



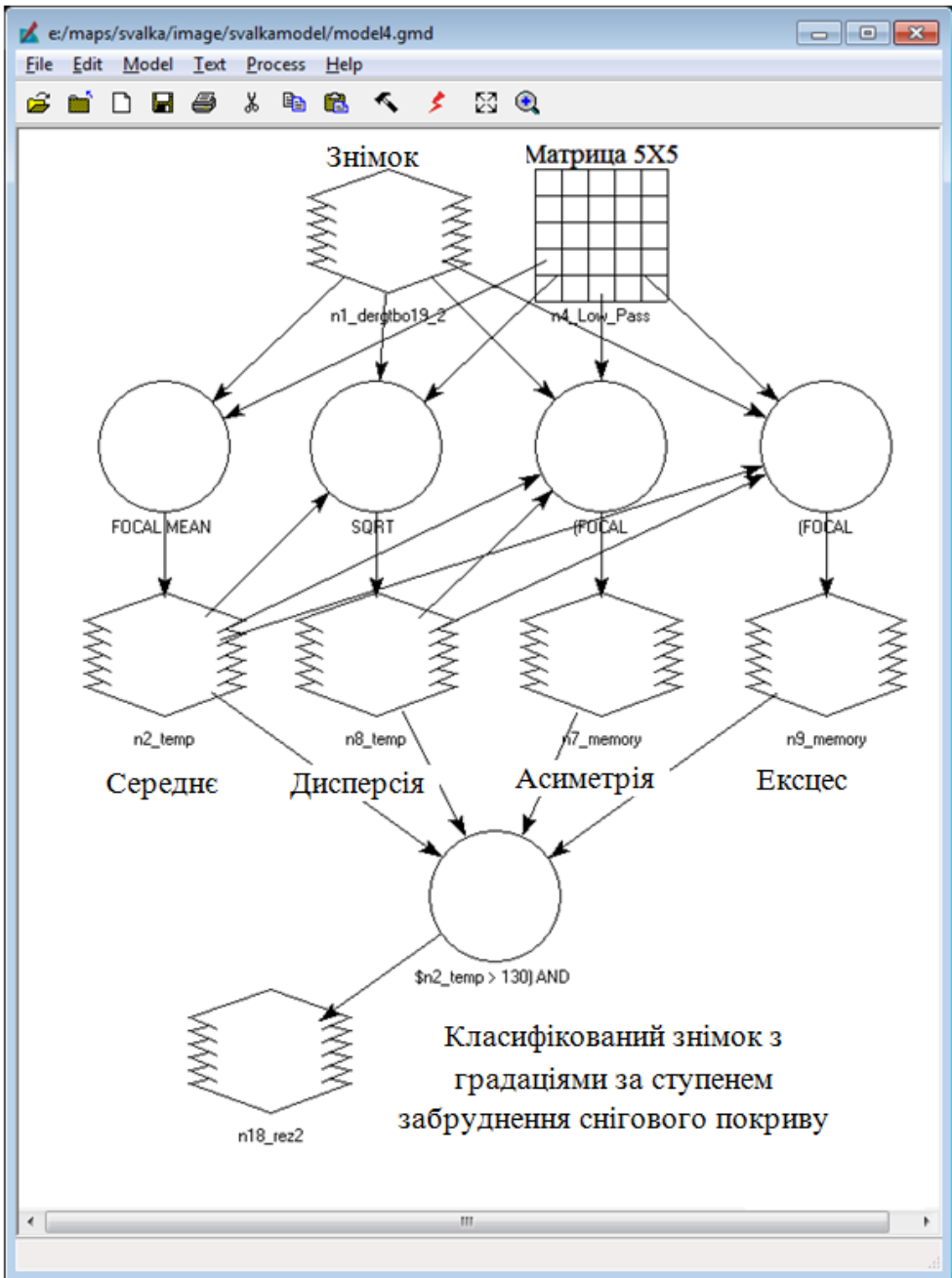


Рисунок 2 – Схема моделі автоматизованого розпізнавання та класифікації забруднення снігового покриву та димових шлейфів

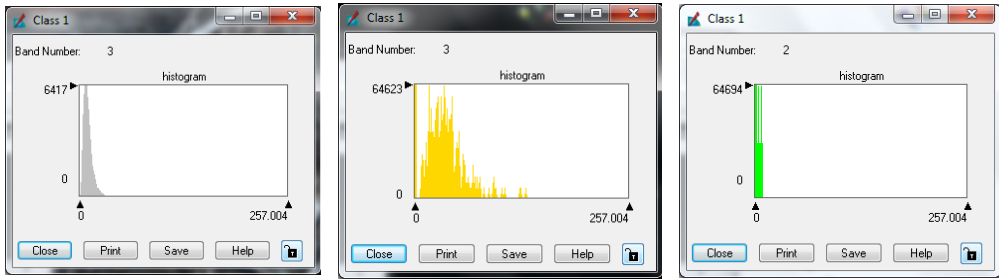


Рисунок 3 – Гістограми дисперсії, ексцеса, асиметрії

Таблиця 1 – Значення параметрів моделі виявлення забруднення на космічному знімку

Параметри	Діапазон на гістограмі
Середнє значення пікселів	130 – 196
Дисперсія	6 – 30
Ексцес	0 – 4
Асиметрія	0 – 14

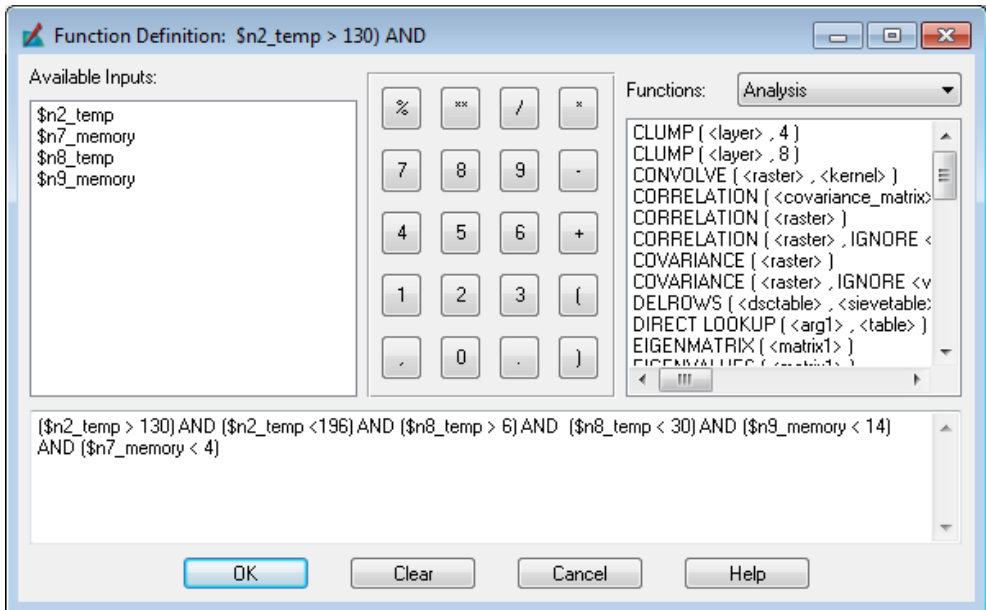


Рисунок 4 – Параметри моделі для виявлення забруднення



### 3. Дешифрування димових шлейфів на космоснімках

Третій блок – шар дешифрування димових шлейфів за космічними знімками низької, середньої та високої розрізняювальної здатності. При низькому просторовому розрізненні маємо оперативний моніторинг – до 4 разів на день, при середньому – раз на день, або раз у тиждень, при високому розрізненні – один сеанс території дослідження на місяць. Приклади космічних знімків високого розрізнення наведені на рис. 7.

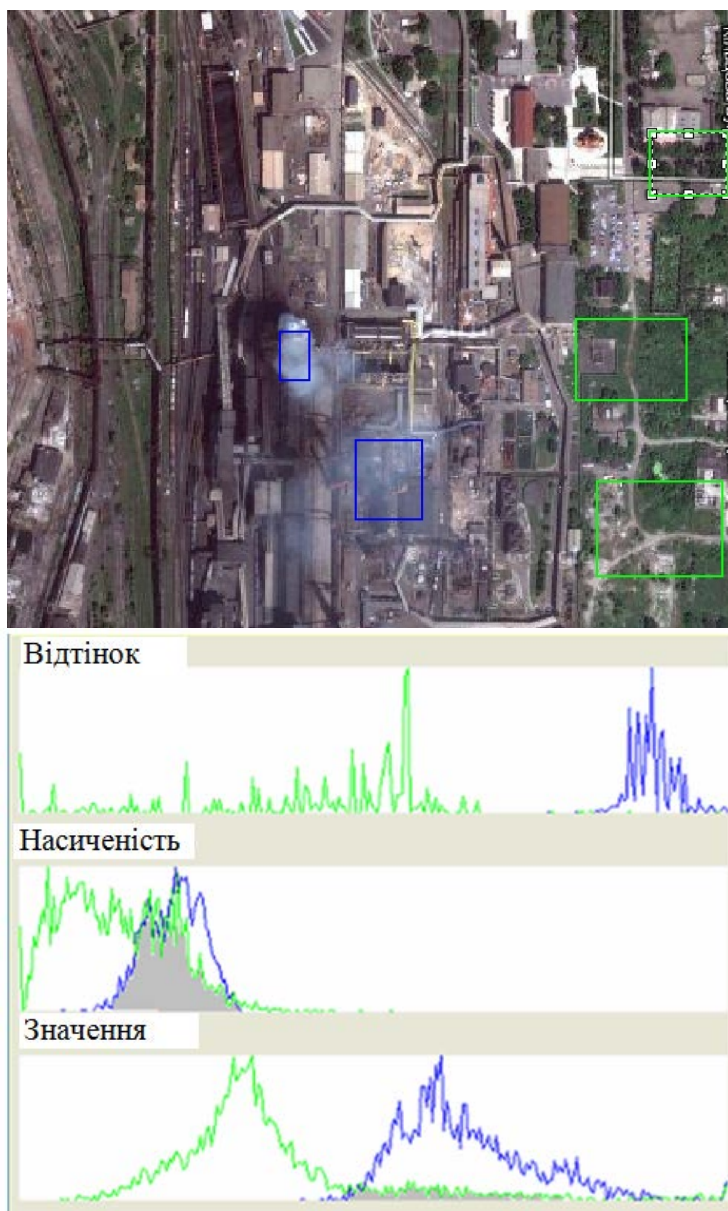


Рисунок 7 – Макіївський коксохімічний комбінат, гістограми розподілу значень  $h$ ,  $s$ ,  $v$  в задимленій і незадимленій області знімка



В результаті проведених досліджень встановлено зменшення можливої помилки першого і другого роду при визначенні зони задимлення за значенням відтінку ( $h$ ) після переходу від  $F(x, y, r, g, b)$  к  $F(x, y, h, s, v)$ .

При переході до колірної моделі HSV правило прийняття рішення виглядає наступним чином:

$$F(x, y, h, s, v) \in \begin{cases} A_0 & \text{якщо } |h_0 - h| < \delta h \\ A_1 & \text{якщо } |h_0 - h| > \delta h \end{cases},$$

де

$A_0$  – зона задимлення,

$A_1$  – область без димової завіси,

$h_0$  – значення відтінку еталонного пікселя того, що належить області задимлення,

$\delta h$  – допустиме відхилення від еталонного значення

Результати такого аналізу та дешифрування приведені на рис. 8.

Подальше залучення медіанної фільтрації сприяє пригніченню імпульсного шуму.

Для кожного пікселя в деякому його оточенні (вікні) шукається медіанне значення і привласнюється цьому пікселю. Визначення медіанного значення: якщо масив пікселів відсортувати по їх значенню, медіаною буде серединний елемент цього масиву. Розмір вікна відповідно має бути непарним, щоб цей серединний елемент існував. Медіану також можна визначити формулою:

$$med = \arg \min_{f_i \in W} \sum_{f_j \in W} |f_i - f_j|,$$

де

$W$  – безліч пікселів, серед яких шукається медіана,

$f_i$  – значення яскравостей цих пікселів.

Для кольорових зображень використовується векторний медіанний фільтр (VMF):

$$med = \arg \min_{F_i \in W} \sum_{F_j \in W} d(F_i, F_j),$$

де

$F_i$  – значення пікселів в тривимірному колірному просторі,

$d$  – довільна метрика (наприклад, евклідова).



Рисунок 8 – Макіївський коксохімічний комбінат, виділення задимленої області

Для інтеграції різночасових різнорідних даних моніторингу використовується метод формалізації алгебраїчних операцій за рахунок описативного підходу до алгебри зображень при побудові геомоделей. В якості операндів алгебраїчних виразів запропоновано використовувати алгоритми і описи вхідної інформації, представлені у вигляді нетрансформованих зображень, отриманих за допомогою дистанційного зондування Землі і даних контактних методів зондування у вигляді моделей логіко-алгебраїчних. Це дозволяє використовувати алгебру кілець для опису послідовності операцій з даними моніторингу у вигляді ієрархічного онтологічно обґрунтованого формалізованого представлення зображень і процесів їх обробки, а також автоматизації розглянутих процесів обробки. Специфіка алгебри застосування описативного підходу обумовлена тим, що елементами кільця є як моделі зображень, так і операції над ними. Метод формалізації операцій алгебри з "критеріальними деревами". Реалізація запропонованого методу дозволяє проводити операції з просторовими індексами, значеннями пріоритетів вершин дерев і значеннями тимчасових рядів. Результатом застосування є композиційні алгебри, що виконують операції на основі атомарних алгебр, що працюють тільки з одним типом даних.

При цьому в якості "композиційних" алгебр, розглядалися алгебри,  $C_{AB}^{K_{nm}}$ , що оперують з елементарними алгебрами  $A_{ij}^{K_{nm}}$  и  $B_{ij}^{K_{nm}}$ .

В якості атомарних алгебр, розглядалися:

1) алгебри, які визначають операції з вершинами фрагментів "критеріальних дерев", відповідних критеріям, що оцінюються якісними характеристиками з мінімальними ваговими коефіцієнтами, -  $A_{ij}^{K_{nm}}$ , де  $i, j$  – координати вершин на "дереві";  $K_{nm}$  - номер "дерева" в базі даних з рівнем вкладеності усередині дерева  $n$  і номером фрагмента  $m$  з відповідними йому географічними координатами ( $L, B$ ) і прямокутними координатами ( $x, y$ );

2) алгебри, що об'єднують вершини фрагментів "дерев", які відповідають критеріям, що оцінюються кількісними характеристиками з мінімальними ваговими коефіцієнтами, -  $B_{ij}^{K_{nm}}$ .

Побудовані логіко-алгебраїчні моделі, що характеризують взаємозв'язок "композиційної алгебри", атомарних і можливих операцій наступні:

1. Фазифікація (введення нечіткості) результатів перетворення алгебри  $B_{ij}^{K_{nm}}$  алгебрами  $A_{ij}^{K_{nm}}$ :

$$B_{ij}^{K_{nm}} \oplus A_{ij}^{K_{nm}} \Rightarrow \overline{B_{ij}^{K_{nm}}}$$

2. Побудова продукційних правил взаємодії алгебр:

$$A_{ij}^{K_{nm}} \oplus \overline{B_{ij}^{K_{nm}}} \Rightarrow \overline{D_{ij}^{K_{nm}}}$$

3. Визначення відповідності перетворених алгебр (агрегування):

$$\overline{\overline{D_{ij}^{K_{nm}}} \oplus \overline{B_{ij}^{K_{nm}}}} \Rightarrow \overline{D_{ij}^{K_{nm}}}.$$

4. Акумуляція результатів агрегування:

$$\overline{\cup D_{ij}^{K_{nm}}} \Rightarrow \overline{C_{AB}^{K_{nm}}}.$$

5. Дефазифікація (введення чіткості) значень алгебри  $\overline{C_{ij}^{K_{nm}}}$ :

$$C_{AB}^{K_{nm}} = \frac{\sum_{i,j=1}^l \overline{B_{ij}^{K_{nm}}} \cdot \overline{C_{AB}^{K_{nm}}}}{\sum_{i,j=1}^l \overline{C_{AB}^{K_{nm}}}}.$$

При проведенні різних операцій за представленими логико-алгебраїчними моделями, необхідно врахувати, що алгебри, що є вхідними даними для кожної з операцій, являються антецедентами, а вихідні – консеквентами.

Використані в моделях алгебри  $D_{ij}^{K_{nm}}; \overline{D_{ij}^{K_{nm}}}$  при проведенні операцій встановлюють відповідність кількісних характеристик атомарних алгебр з продукційними правилами, що визначають умови їх можливих взаємодій. Застосування методу формалізації операцій алгебри з використанням логико-алгебраїчних моделей дозволяє при тематичному дешифруванні врахувати додаткові ознаки, які при стандартних методах зазвичай відсіваються, прослідкувати причинно-наслідкові зв'язки виникнення аномалій і підготувати дані для побудови прогнозу подальшого поширення аномалій з оцінкою міри впливу на досліджувану екосистему.

За результатами сукупної обробки та інтеграції цих знімків створено інформаційну еколого-картографічну модель забруднення довкілля, як інструмент підтримки прийняття управлінських рішень (рис. 9)



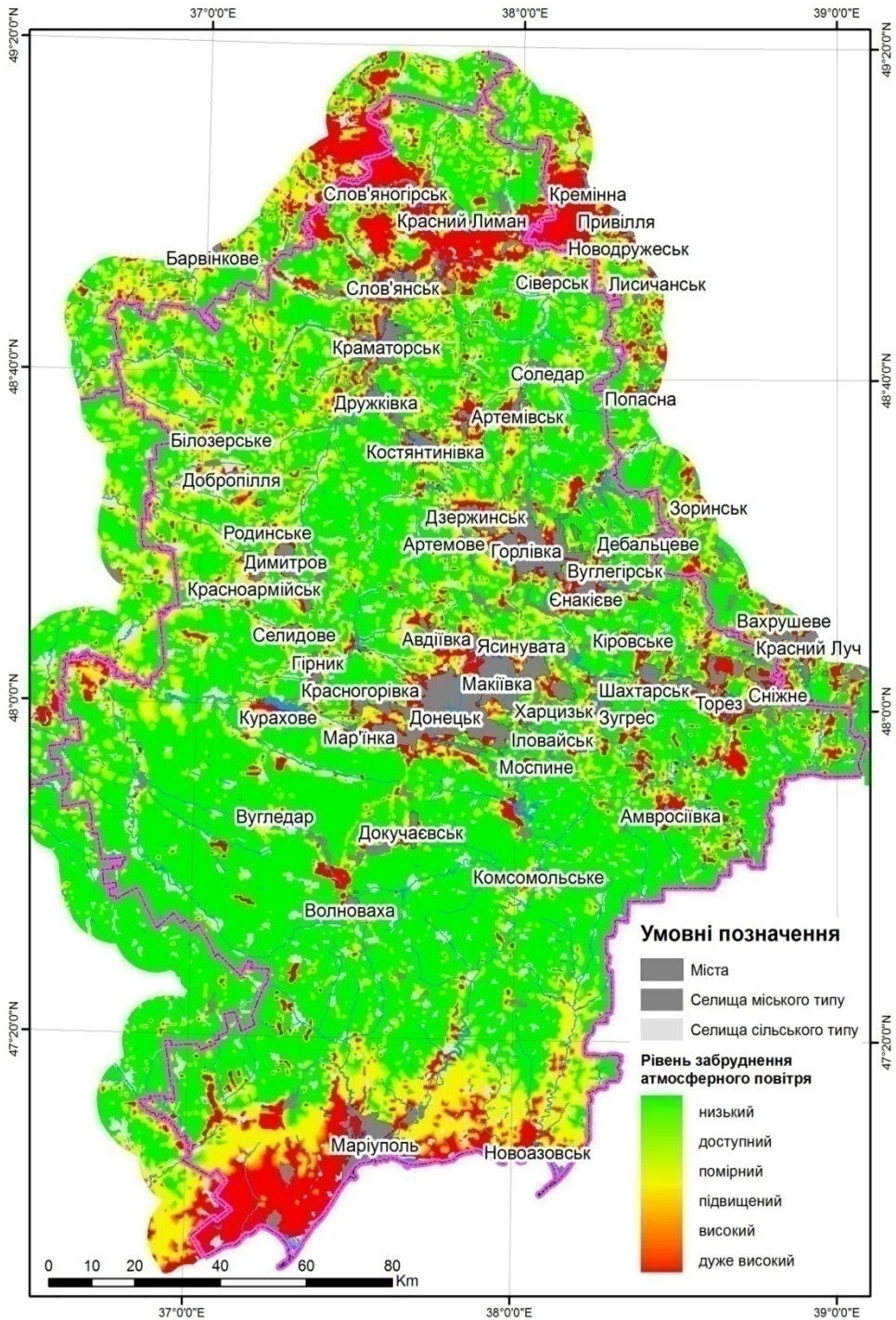


Рисунок 9 – Інформаційна еколого-картографічна модель забруднення довкілля на прикладі Донецької області

## Висновки

Розроблено метод дешифрування та класифікації забруднення снігового покриву. Встановлено зменшення можливої помилки першого і другого роду

при визначенні зони задимлення за значенням відтінку ( $h$ ) після переходу від  $F(x, y, r, g, b)$  до  $F(x, y, h, s, v)$ . Створено інформаційну еколого-картографічну модель забруднення довкілля, як інструмент підтримки прийняття управлінських рішень.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Березина С.И., Красовский Г.Я. Автоматизация процесса выделения зон лесных массивов на космоснимках сверхвысокого разрешения. - Современные достижения в науке и образовании. Сб. трудов 9 Междунар. научн. конф., г. Нетания (Израиль, 22 - 29 сент. 2014. с.41-43.
2. Сучасні інформаційні технології екологічного моніторингу Чорного моря: моногр./ Довгий С.О., Трофімчук О.М., Красовський Г.Я. та ін.; Під ред. С.О. Довгого - К.: Інформаційні системи, 2010. - 260 с.-Бібліогр.91.
3. Космічний моніторинг забруднення земель техногенним пилом / О.М. Трофимчук., Г.Я. Красовський, Л.Д. Греков – К.:Наук. думка, 2007. – 123с. – Бібліогр.: с.122.
4. Синтез картографічних моделей забруднення земель техногенним пилом з використанням космічних знімків / Г.Я. Красовський, О.М. Трофимчук, Д.Л. Крета, В.И. Клименко, І.Г. Пономаренко, О.О. Суходубов // Екологія і ресурси: Зб. наук. праць Інституту проблем національної безпеки. – К.: ПНБ, 2005. – №12. – С.37-55.
5. Крета Д.Л. Структура банків космічних знімків ГІС управління охороною морських територіальних вод України / О.М. Трофимчук, Г.Я. Красовський, Д.Л. Крета, С.М. Андреев та.і. // Ученые записки Таврического национального университета имени В.И.Вернадского. Сер. "География". – 2010. – Т.23(63), №2. – С.271-279
6. Крета Д.Л. Принципы автоматической векторизации при дешифрировании космических снимков Landsat7 / Д.Л. Крета // Сучасні інформаційні технології управління екологічною безпекою, природокористуванням, заходами в надзвичайних ситуаціях. ІХ Міжнародна наук.-практ. конф: збірник наукових праць. 6 – 11 вересня 2010 р. Київ–Харків-Крим, 2010, С. 196-204.
7. Моніторинг навколишнього середовища з використанням космічних знімків супутника NOAA / Пащенко Р.Е., Радчук В.В., Красовський Г.Я. та ін. // Під ред. С.О. Довгого. – Київ, 2013. – 296 с.

*Стаття надійшла до редакції 04.09.16.*

UDK 004.942

P. SULER

## OPTIMIZING THE CAPITAL STRUCTURE OF THE COMPANY TO MAXIMIZE ITS PROFITS BY USING NEURAL NETWORKS ON THE EXAMPLE OF BUILDING COMPANIES

***Abstract.** Nowadays, there are many methods meant for the optimization of an enterprise capital structure. Thus, the aim of this contribution is to find the most efficient way of a company's possession capital structure. The article simply strives to find such a capital structure that ensures an adequate profit, respectively equity evaluation provided for money. For this purpose, balance sheets, respectively their parts informing about the sources of enterprise financing and the results, respectively only the total profit after taxation of all enterprises running their business between 2006 to 2015, will be used. To find the model neural networks will be used – specifically a multi-layer perceptron network and a neural network of a radial basic function. A neural network which will help a construction company find a suitable financing source structure so, that it could reach the requested ROE of 10%. The model will be useful not only for a building company management but also for evaluating its performance and health by the competitors, creditors or suppliers.*

***Key words:** Artificial Neural Networks, Capital, ROE, model.*

### Introduction

Capital structure is one of the key aspects for a successful operation of any company. Optimal capital structure decision of a company affects its continuity and financial performance. According to [1] capital structure is targeting long-term funding sources used by companies to finance their development and to increase their market value. Capital structure refers to the proportion of debt and equity in financial structure, and it is of great importance for company operation, and development to maintain good capital structure [2]. In [3] says that to make optimal capital structure, it is necessary to minimize the capital cost, decrease definite risks under existing limits, and maximize profitability. In [4] indicate that companies operating in different industry have different capital structure. Capital structure should be a compromise between risk and profitability. The growth of debt capital share increases risk and at the same time raises profitability of equity capital. Companies using only equity capital have maximal financial stability (equity to total assets), on other hand, considerably decrease the development rates losing additional source of financing assets growth [5]. The optimal capital structure is a combination of equity capital and debt capital (Leverage ratio) that provides maximal market-value capital of the company (and company value as a whole). Capital structure is affected by most of company-specific factors such as tangibility, non-debt tax shield, liquidity, firm size, taxes paid, profitability and growth asset [4].

There are many theories addressing capital structure management. It is difficult to formulate a general theory of optimal capital structure because there are many factors that could explain the financing of companies [6]. Nowadays there is no universal and uniquely reliable way how to optimize company capital. Therefore, we use in the calculations several models that offer a different view on the capital structure, to ensure the multidimensionality and comparability when optimizing the capital structure [7]. Generally, they may be divided into two groups – static theories and dynamic theories. In [8] divided these theories into the trade-off theory and pecking order theory. These are two basic frames in which the capital structure should be managed. The trade-off theory emphasizes taxes and their effect on the capital structure. The pecking order theory puts emphasis on availability of information and thus the information asymmetry [9]. In most of the empirical studies on capital structure determinants authors use models which involve the regression of the observed leverage ratio against a number of microeconomic or firm-level explanatory variables [10].

The capital provided for remuneration generates costs that reduce profits [11]. In practice, with this logic began to use the concept of weighted average costs of capital (WACC). However, its disadvantage can be seen both in that it involves to the calculation capital provided for remuneration and, secondly, in the way it calculates and predicts (albeit using other tools) price for usage of foreign capital and especially equity. At an incorrect estimate, the evaluator obtains unrealistic or even absurd results.

According to [12] one of the most important indicators, which measures the performance (profit) of the company is Return On Equity (ROE). Using ROE can determine whether the company is profit-maker or, conversely, does not generate profit [13]. Indicator find the following formula:

$$ROE = (Earning\ After\ Tax / Total\ Equity) * 100 \quad (1)$$

Suitable result should be ROE, which is higher than 12% [14]. However, for the purposes of this contribution it will be considered for successful the company, that achieves the rate of return on equity of 10% and higher.

To optimize the capital structure can also use other methods. For example, favourite is an artificial intelligence – namely Artificial Neural Networks (ANNs). These systems are inspired by biology – neurology. ANNs have ability to learn, to generalize the data, remember them, produce new information (self-learning, self-organizing, and self-adapting) and especially, they have a high ability to analyze large volumes of data [15]. Although neural networks often outperform traditional statistical methods, they have some disadvantages. They are not good at explaining how they reach their decisions or their performance can be hindered because of failings in the use of training data – using smaller data sets [16]. To find an effective model for optimization of the capital structure will be used two types of ANNs: Multilayer Perceptron Neural Networks (MLP) and Radial Basic Network (RBF).

The aim of this paper is to find an effective way to optimize the capital structure of the company assets. For capital will be considered in this contribution, all sources of funding of the company. Companies are founded to generate profits. Therefore, we seek a capital structure that will guarantee a reasonable profit, respectively evaluation of equity provided for remuneration. We assume that

determine the target value of individual capital components. According to own preferences then the company determine its content.

## 1. Material and methodology

For the purpose of calculation the data of building companies operating in the CZ between 2007 to 2016. Specifically, these are companies included within the CZ-NACE (Economic classification of field activities in the CZ) in the F section. Specifically, it will be the following data:

1. Profit and Loss: Operating Economic Result in thousands of CZK: it the result of the enterprise's activity given by the difference of costs and profits relating to the main process of the enterprise, i.e. the conversion of production factors to products.

2. Balance-sheet: The volume of input equity in thousands of CZK: it is capital put in for money (a profit share). Only capital related to the right to vote at the company's General Meeting and thus the possibility to participate at the company business management is taken into account.

3. Balance-Sheet: Foreign Capital (only charged) in thousands of CZK: again it is capital charged in the form of paid interest.

If all information is considered according to companies and years, 65406 record lines are available. However, it is completely inappropriate to work with incomplete data from Albertina database, which is the source of the data. If we leave out all the lines from the set in which at least one detail needed for the calculation is missing, we will get 23 998 record lines. The difference between the size of the previous and newly acquired set may be mark das wrong data. It is, however, necessary to realize that due to the incompleteness of the data and partially also due to the reduction of incomplete lines the required result may be distorted.

For the purpose of calculation, DELL Statistica Software in version No. 12 will be used. Specifically, it will be a datamining tool – neural networks. It is a regression for the calculation of which the 'automated neural network' tool will be suitable. Enterprise debt will be used as an independent variable, and weighted average capital costs as an (in) dependent one.

The data will be divided into three groups:

1. Training: 70 %,
2. Testing: 15 %,
3. Validation: 15 %.

The seed for random choice was set at the value of 1000. Downsampling will be run randomly. In order to set the suitable regressive neural structures multiple perceptron networks will be used ('MLP' further on), and neural networks of the radial basic function ('RBF' further on).

In the case of multi-layer perceptron networks, a minimal amount of 2 neurons has been set for the hidden layer, and the maximal amount of 50. In RBF at least 4 neurons and maximally 8 neurons will be used.

Neural structures will be set in both hidden layer and in the output layer of the neural structure as activating functions.

4. Identity,
5. Logistic function,
6. Hyperbolic Tan,
7. Exponential Function,
8. Sinus.

Other setting will be default.

## 2. Results – production function

Table No.1 gives basic descriptive statistics of a data set, respectively of independent variables (basic capital, charged foreign capital) and a dependent variable (operating activity economic result) for all the three data variables (training, testing and validation).

Table 2 – Basic Data Statistics

Samples	Data Statistics (Building Enterprises)		
	Basic Capital	Bank Credit and help	Operating Economic Result
	Input Variable	Input Variable	Output (Aim)
Minimum (Training)	-287836	-24866	-163349
Maximum (Training)	15080300	4367451	1246902
Average (Training)	8782	11670	3655
Standard Deviation (Training)	129205	83150	26988
Minimum (Testing)	-212230	-9416	-413003
Maximum (Testing)	1386200	3167252	1369411
Average (Testing i)	6602	10920	3698
Standard Deviation (Testing)	52393	79542	32425
Minimum (Validation)	-235570	-46681	-159210
Maximum (Validation)	1521145	3116051	936875
Average (Validation)	8439	13575	4707
Standard Deviation (Validation)	44292	100638	20211
Minimum (Overall)	-287836	-46681	-413003
Maximum (Overall)	15080300	4367451	1369411
Average (Overall)	8404	11843	3819
Standard Deviation (Overall)	112629	82679	28772

Source: Author

Based on the applied methodology five best generated neural networks were generated and preserved. Their registry and characteristics are given in Table No. 2.

Table 3 – A Summary of Acquired Neural Networks

In.	Network Name	Train. Perf.	Testing Perf.	Valid. Performance	Training Fault	Testing Fault
1	MLP 2-6-1	0,500464	0,489215	0,577862	272970489	403832710
2	MLP 2-3-1	0,469041	0,486239	0,612480	284430339	410272698
3	MLP 2-3-1	0,517988	0,488193	0,577589	268720294	401832556
4	MLP 2-8-1	0,500726	0,479586	0,581045	275028902	405649658
5	MLP 2-3-1	0,466950	0,459770	0,578683	285789497	415747087

In.	Network Name	Validation Fault	Training Algorithm	Fault Function	Activ. in the Hidden Layer.	Output Activ. Function
1	MLP 2-6-1	371584978	BFGS (Quasi-Newton) 58	Sum of Squares	Tanh	Sinus
2	MLP 2-3-1	369067729	BFGS (Quasi-Newton) 54	Sum of Squares	Sinus	Expon.
3	MLP 2-3-1	360506478	BFGS (Quasi-Newton) 36	Sum of Squares	Logistic	Expon.
4	MLP 2-8-1	361834669	BFGS (Quasi-Newton) 28	Sum of Squares	Expon.	Expon.
5	MLP 2-3-1	373302998	BFGS (Quasi-Newton) 24	Sum of Squares	Sinus	Logistic

Source: Author

Only three-layer perceptron networks are preserved among the most successful networks. No neural network of the radial basic function has been preserved. All networks prove two input neurons and logically one output neuron. Mutually they differ in the amount of neurons in the hidden layer and in activation functions in the hidden layer and in the output layer. All networks use Quasi-Newton (BFGS) as the training algorithm.

The next step is correlation coefficients between the independent variable and a dependent variable always for one preserved network, in the training, testing and validation set of data.

If we ordered the individual networks according to their success we would chose the third MLP 2-3-1 network as most successful. The first network, MLP 2-6-1 follows, and the second network, MLP 2-3-1. Differences between MLPs are almost imperceptible. In general, the correlation coefficients prove quite a low rate of interdependence. Although the dependence is obvious the practical use of acquired neural structure may be questionable.

Interesting results offers the sensitivity analysis. It is sensitivity analysis of generated and preserved neural networks. To carry out the analysis only training sets of data were used in all the cases of networks.

From sensitivity analysis it is clear that the Operating Economic Result is dependent especially on the used basic capital. It is quite clearly proved that interest resulting from using such capital influences the company's economy much more. Only in the case of fourth network dependence of operating economic result is almost the same in both components of the capital.

Then we bring the characteristics of individual data sets according to the generated and preserved multiple-layer perceptron networks.

The results will help us specify which of the preserved structures is most appropriate. Surely we should observe residue values. We are looking for the lowest residues in the minimal values as well as for the lowest residues in maximal values, ideally in the training data sets. Residues are relatively similar in all networks. In case of minimal residues the worst result proves, according to correlational coefficients the most successful network. In other values the networks are similar. In my opinion, it is impossible to state which network will be the most successful. It is possible to sum up that all networks will probably have a similar performance in optimizing enterprise capital structure.

## **Conclusion**

The aim of the contribution was to find an artificial neural structure which would serve the enterprise in optimizing its capital structure. Yet the optimal capital structure should be characterised by the enterprise's ability to generate the highest profit. The calculation was supposed to be carried out on the example of building companies.

The aim of the contribution was fulfilled. 1000 neural structures were generated, out of which best 5 were preserved. Having analysed the partial characteristics of each, it was clear that the performance of all preserved networks was similar. Unfortunately, the coefficients of correlation between tested variables did not prove optimal values. Although the dependence was proved it is not significant enough. Thus, it is necessary to consider the use of this model in practise. Tuning out the individual models seems to be the easiest way. It is not however completely sure whether the required effect will be reached. It is possible to:

1. Adjust the input data set. The set proved shortcomings. Data was missing. It is possible that the set contained false data.

2. Use a bigger rate of individual capital account detail. The contribution works with capital on the level of synthetic accounts (equity, foreign charged capital). It is possible that some components of capital prove a higher rate of correlation with the operating economic result in comparison to others.

3. Based on sensitivity analysis, to adjust partial vector weights in chosen structures.

It is very probable that after tuning-out the generated and preserved neural structure will be able to prove such a performance to make the model capable of use within a real enterprise.

## **REFERENCES**

1. Sumedrea, S. (2015). How the Companies did Structure their Capital to Surpass Crises? *Procedia Economics and Finance*, 27, pp. 22-28, ISSN 2212-5671.
2. Du, X., & Luo, Y. (2015). Optimized Research on Capital Structure of Listed Companies in Chinese Real Estate Industry. In *Proceedings of the 2015 International Conference on Management, Education, Information and Control* (pp. 536-541). Shenyang, China. ISBN 978-94-62520-85-1.
3. Ishuk, T., Ulyanova, O., & Savchitz, V. (2015). Approaches of Russian oil companies to optimal capital structure. In *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 27, pp. 1-5, Toms, Russia. ISSN 1755-1307.



4. Nha, B. D., Loan, N. T. B., & Nhung, N. T. T. (2014). Determinants of capital structure choice: empirical evidence from Vietnam listed companies. In Proceedings of the 1st International Conference on Finance and Economics 2014. pp. 76-89, Ho Chi Minh City, Vietnam. ISBN 978-80-7454-405-7.
5. Lehutová, K., Křižanová, A., & Klieštk, T. (2013). Quantification of Equity and Debt Capital Costs in the Specific Conditions of Transport Enterprises, In: 17th International Conference on Transport Means, Transport Means - Proceedings of the International Conference, pp. 258-261, Kaunas Univ Technol, Kaunas, Lithuania. ISSN: 1822-296X.
6. Jaroš, J. (2011). Cost of capital as the main decision-making criterion in creating an optimal capital structure. Ekonomicko-manažerské spektrum, 5(2), pp. 53-61.
7. Jaroš, J., Melichar, V., & Švadlenka, L. (2014). Optimal capital structure as a tool of company competitiveness. In Proceedings of the International Multidisciplinary Scientific Conferences on Social Sciences and Art, pp. 527-534, Albena, Bulgaria. ISBN 978-619-7105-26-1.
8. Myers, S. C. (1984). The Capital Structure Puzzle [Online]. The Journal of Finance, 39(3), pp. 574-592. ISSN 0022-1082.
9. Růčková, P., & Heryán, T. (2015). The Capital Structure Management in Companies of Selected Business Branches of Building in Conditions of the Czech Republic. Prague Economic Papers, 24(6), pp. 699-714. ISSN 1210-0455. <http://doi.org/10.18267/j.pap.515>
10. Pepur, S., Ćurak, M., & Poposki, K. (2016). Corporate capital structure: the case of large Croatian companies. Economic Research-Ekonomska Istraživanja, 29(1), pp. 498-514. ISSN 1331-677X.
11. Musa, H. (2008). EVA – Economic Value Added and capital structure of company. Ekonomicko-manažerské spektrum, 2(2), pp. 28-31.
12. Kijewska, A. (2016). Determinants of the Return on Equity Ratio (Roe) on the Example of Companies from Metallurgy and mining sector in Poland. Metalurgija, 55(2), pp. 285-288.
13. de Wet, J. H. V. H., & du Toit, E. (2007). Return on equity: A popular, but flawed measure of corporate financial performance. South African Journal of Business Management, 38(1), pp. 56-69.
14. Ichسانی, S., & Suhardi I, A. R. (2015). The Effect of Return on Equity (ROE) and Return on Investment (ROI) on Trading Volume. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 211, pp. 896-902.
15. Luzar, M., Sobolewski, Ł., Miczulski, W., Korbitcz, J., Díaz Lantanda, A., Munoz - Guijosa, J. M., & Muñoz Sanz J. L. (2014). Prediction of corrections for the Polish time scale UTC (PL) using artificial neural networks: from standards chips to embedded systems on chip. Lubrication Science, 26(3), pp. 141-162.
16. Smith, G. E., & Ragsdale, C. T. (2010). A deterministic approach to small data set partitioning for neural networks [Online]. In K. D. Lawrence & R. K. Klimberg, Advances in business and management forecasting, 7, pp. 157-170. Bingley: Emerald.

*Стаття надійшла до редакції 29.10.16.*

## МАТЕМАТИЧНІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ МОДЕЛІ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 539.1.04; 550.35; 004.942

**О.В. КОВАЛЕНКО, О.О. КРЯЖИЧ**

### РОЗПОДІЛ ТРИТІЮ В ОРГАНІЧНІЙ РЕЧОВИНІ РОСЛИН НА ПРИКЛАДІ КУЛЬБАБИ ЛІКАРСЬКОЇ

***Анотація.** У статті наведені попередні результати дослідження міграції радіоізоотопу водню – тритію, в органічній речовині рослин. Робота виконана на прикладі кульбаби лікарської. Проведено ряд вимірів питомої активності тритію у водному екстракті рослин. Виявлені залежності. Описано первинний механізм міграції тритію в органічній речовині. Означені подальші напрями дослідження за темою.*

***Ключові слова:** тритій, міграція, спосіб, поліноміальна залежність.*

#### **Вступ**

Перспективи використання термоядерного синтезу та підвищення безпеки роботи АЕС у світі окреслили одну з актуальних проблем: дослідження фізико-хімічних особливостей самого малодослідженого радіоізоотопу водню – тритію.

Важливість тематики даного дослідження обумовлена тим, що тритій відноситься до числа найважливіших радіонуклідів дозоутворення, які характеризують та визначають радіаційний фон біля підприємств атомної енергетики та ядерного синтезу. При цьому він має велику міграційну здатність, процеси і особливості якої досі є недостатньо розкритими, як і, власне, фізико-хімічні особливості такої міграції за ланцюгами «вода-рослина», «вода-живий організм».

Враховуючи зазначене, мету роботи можна окреслити, як дослідження розподілу тритію в органічній речовині рослин з виявленням фізико-хімічних особливостей цього процесу. Робота виконана на прикладі кульбаби лікарської – однієї з найбільш розповсюджених рослин території як України, так і всієї планети.

Задачі роботи:

– обґрунтувати вибір кульбаби лікарської у якості об'єкта дослідження міграції тритію за ланцюгом «вода-рослина»;

– представити аналітичну обробку результатів досліджень з метою визначення деяких фізико-хімічних особливостей міграції тритію та первинного механізму міграції радіоізоотопу.

Слід зазначити, що існує ряд досліджень і публікацій щодо вивчення поведінки тритію в екосистемах. Так, можна назвати звіт ІАЕА [1], статтю канадського дослідника Р.М. Брауна [2], а також відому книгу російських вчених [3]. Проте більшість цих досліджень проводилася у 80 – 90 роках минулого століття, коли на тритій, з причини його відносно низькоенергетичного випромінення та низької проникної здатності, суттєвої уваги не звертали.

З останніх робіт з зазначеної тематики можна вказати книгу українських дослідників «Тритій у біосфері» [4], де наведено результати досліджень останніх років щодо поведінки у біосфері радіоізоотопу водню, а також статтю канадських дослідників, в якій розглянуті деякі особливості міграції тритію в рослинному покриві та його збільшене накопичення в коренях, в порівнянні з зеленою масою рослин [5].

## **1. Постановка задачі**

З травня по серпень 2016 року на території, де раніше активно проводилися роботи з тритієм, було зроблено понад 100 вимірів водних екстрактів різноманітних рослин з визначенням питомої активності тритію. Результати досліджень дали підставу стверджувати, що є рослини, які акумулюють в своїй органічній речовині тритій на певний період. Експериментальним шляхом було виявлено, що за умови взяття проб рослин, що розташовані одна від одної на відстані не більшій, ніж 1 м, у кульбаби лікарської (*Taraxacum officinale* Wigg.) питома активність тритію виявлялася вищою у порівнянні з екстрактами інших рослин.

Задача полягає в тому, щоб визначити, яким чином розподіляється тритій в різних біологічних частинах такої рослини, яка акумулює тритій, чи є такий розподіл суттєвим, які спостерігаються залежності та чи можна такі рослини означити у якості реперних при дослідженні забруднення територій тритієм.

## **2. Дослідження фізико-хімічних особливостей міграції тритію за ланцюгом «вода-рослина»**

Накопичення і міграція тритію в оточуючому середовищі визначається часом перебування, місцем знаходження і інтенсивністю обміну у повітряних масах, а також концентрацією тритію у стратосфері протягом обмінних процесів. Відомо, що у тритію компонента бета- випромінювання одна і її абсолютна інтенсивність дорівнює 100 %. Основну частину своєї енергії бета-електрони тритію витрачають на взаємодію з електронними оболонками атомів речовини середовища в якому вони рухаються. Ізотопний склад водню і кисню, що в процесі фотосинтезу переходять до вуглеводів рослин із води, практично повністю визначається ізотопним складом води. Ізотопи водню фракціонуються під час перебігу процесів випаровування-конденсації води. Варіації відношень  $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$ ,  $^2\text{H}/^1\text{H}$  прямо корелюють із середньорічною температурою. Температура конденсації води значною мірою впливає на її ізотопний склад, що доведено рядом спостережень [4].

В результаті досліджень [7] протягом 14 років змін в часі питомої активності тритію при потраплянні його в оточуюче середовище разом з водою були отримані поліноміальні залежності різних ступенів екстремуму [7].

Як було визначено, питома активність тритію у воді зростає в період танення снігу та навесні і восени, у дощовий період [6], що обумовлено додатковим проникненням у оточуюче середовище вод, що утримують водні форми тритію (НТО), з атмосфери та з поверхні ґрунту і рослин. За кількістю максимальних та мінімальних даних вимірів питомої активності тритію з лютого по вересень 2014 року була визначена четверта ступінь екстремуму, бо чітко прослідковуються три мінімуми і максимуми, що наведено на графіку (рис. 1).

Виходячи з рис. 1 можна зазначити, що спостерігається поліноміальна залежність змін питомої активності  $^3\text{H}$  у часі при його надходженні у оточуюче середовище, яка може бути представлена наступним рівнянням:

$$y = -7 \cdot 10^7 x^4 + 0,1161x^3 - 7299,7x^2 + 0,8x + 12$$

Величина достовірності апроксимації  $R^2 = 0,635$ , тобто, наближується до 1, що вказує на відповідність моделі наявним даним.

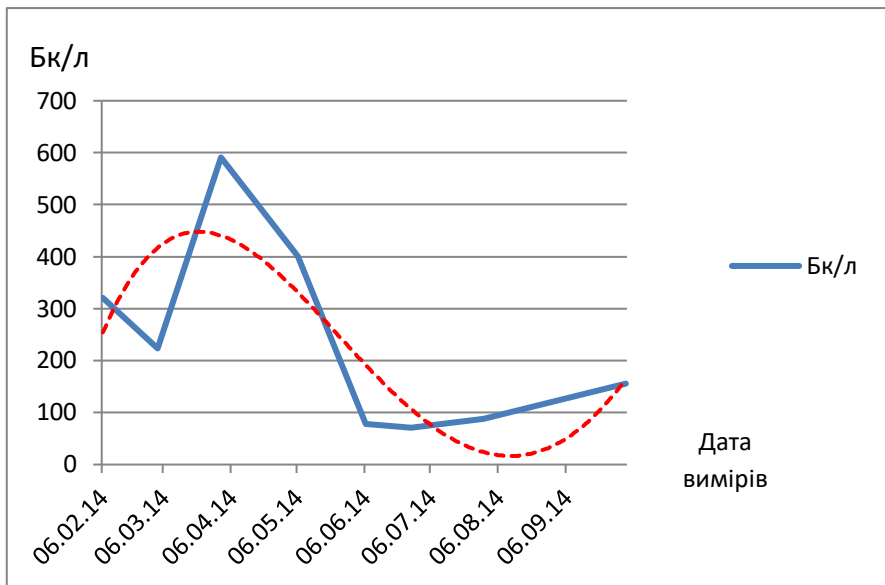


Рисунок 1 – Питома активність тритію у скидних водах у часі за місяцями (дані вимірів 2014 року)

Поліноміальні залежності зміни питомої активності тритію у талій воді снігового поткриву та соку беріз дають можливість дослідити загальний рівень забруднення території радіоізотопом водню. Одна точка дослідження (для прикладу було взяте одне те ж саме дерево) показує навантаження забруднення на окрему рослину. Крім того, дослідження одного ж і того об'єкта (дерева) протягом 10 років, дозволяє розглянути процес міграції

тритію за водообміном рослини. На рис. 2 наведені питома активність тритію у талій воді снігового покриву та соку берези за 10 років досліджень, а також графіки поліноміальних залежностей показників.

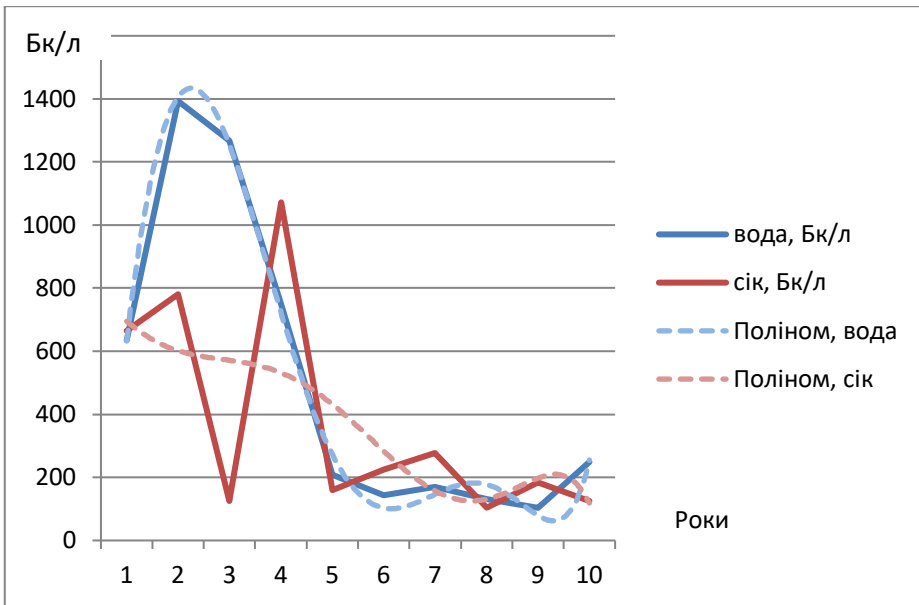


Рисунок 2 – Питома активність тритію у талій воді снігового покриву та соку берези за 10 років

Пік років, позначених точками 2 – 5, означає активну роботу підприємства з викидами небезпечної речовини в оточуюче середовище. Проте стрибок питомої активності  $^3\text{H}$  в соку досліджуваної берези спостерігається у точці 4, коли питома активність  $^3\text{H}$  у талій воді снігового покриву різко зменшується. Далі йде стійке чергування показників – зростання питомої активності тритію у соку берези спостерігається після зафіксованих збільшених показників  $^3\text{H}$  у попередньому році.

Виникає питання – яким чином відбувається рух і акумулювання тритію, що проявляється зростанням питомої активності соку берез у наступному році?

Для відповіді на це питання на території підприємства, яке тривалий час працювало з тритієм, було проведене дослідження ряду рослин за використанням способу дослідження екологічного стану території при техногенному забрудненні. Результати однієї з таких проб від 28.05.16 р. наведені в табл. 1.

Представлені результати наведені за двома векторами досліджень зазначеної методики: перший (зона 1) – територія є санітарною зоною підприємства, що працює з тритієм, другий (зона 2) – за межами санітарної зони (для порівняння). Можна помітити, що питома активність тритію у кульбаби із зони 1 значно перевищує показники вмісту у інших рослинах, проби з яких взяті поряд з місцем забору означеної кульбаби.

Таблиця 1 – Виміри питомої активності тритію в рослинах

№	Місце збору	Назва рослини	Вміст Т, Бк/л	Частина рослини
1	Зона 1	Береза повисла (Bétula péndula)	10152,5	Зелене насіння
2	Зона 1	Конюшина (Trifolium)	12673,8	Квіти
3	Зона 1	Подорожник (Plantágo)	11606,8	Лист
4	Зона 1	Кульбаба (Taráxacum)	38444,4	Стеблина і відквітла квітка
5	Зона 2	Кульбаба (Taráxacum)	7967,24	Лист

Наступним етапом досліджень стало вимірювання питомої активності водного екстракту кульбаб, що ростуть на території дослідження за умови, що відомо, де пролягають межі санітарної зони підприємства, що працює з тритієм. Результати досліджень наведені в табл. 2.

Таблиця 2 – Дослідження питомої активності тритію в екстракті кульбаби лікарської

№	Місце збору у Зоні 1	Вміст Т, Бк/л
1	Газон, різно трав'я	16728,7
2	Газон, різно трав'я	9268,7
3	Дорога	12786,3
4	Дорога біля технічних споруд	12814,8
5	Дорога біля технічних споруд	10716,9
6	Дорога до виробничих корпусів	10285,0
7	Дорога до виробничих корпусів, межі зони 1	16547,8
8	Дорога, межі зони 1	16868,3
9	Дорога, межі зони 1	19815,1
10	Дорога, межі зони 1	15505,6
11	Дорога, межі зони 1	15209,2
12	Відкрита галявина між корпусами	49061,5
13	Відкрита галявина між корпусами	27449,9
14	Відкрита галявина між корпусами	41323,2
15	Відкрита галявина між корпусами	19367,5
16	Відкрита галявина між корпусами	46206,0
17	Відкрита галявина між корпусами	20984,6
18	Межі зони 1	14732,7
19	Відкрита галявина , різно трав'я	24499,4
20	Відкрита галявина, різно трав'я	26471,5

Проби за номерами 12, 14, 16 є точками збору в центрі санітарної зони підприємства, що працює з тритієм.

Тобто, виходячи з табл. 2 можна зазначити, що у межах санітарної зони питома активність водного екстракту кульбаби лікарської має показники значно вищі, ніж аналогічні виміри у відносно чистій зоні. Слід зазначити, що при цьому водні екстракти інших рослин з цих же точок збору проб не мали подібних високих показників.

Після проведення ряду вимірів, що підтвердили підвищений вміст тритію в екстракті кульбаби, була проведена деталізація вимірів та прийнята гіпотеза, що в різних частинах кульбаби вміст тритію є різним. Для перевірки цієї гіпотези було обрано декілька рослин із зон попереднього дослідження. Ці рослини були викопані цілими, майже однаковими за розміром і вагою (рис. 3).

З коренів, листя, квітконосних стрілок та квіток окремо, вагою приблизно по 2 гр., були зроблені екстракти та перевірена їх питома активність. Результати наведені в табл. 3.

Таблиця 3 – Виміри питомої активності тритію в різних частинах кульбаби лікарської

№	Місце збору	Частина рослини, вміст Т, Бк/л			
		Корінь	Лист	Квітконосна стрілка	Квітка
1	Зона 2	10272,4	11981,7	14507,4	15747,7
2	Зона 1	10901,8	47294,9	50596,3	24444,7
3	Зона 1	13412,4	16286,7	14603,6	18137,7 <sup>1</sup>
4	Зона 1	14070,9	18762,0	14929,3	28670,4
5	Зона 1	21420,1 <sup>2</sup>	16128,5	27597,9	17066,8

Згідно виноски 1 в табл. 3, рослини 3 і 4 росли в одній точці (дві рослини поряд). Це були майже однакові за розміром і вагою рослини кульбаби лікарської, за однією відмінністю: рослина 3 була вже розквітла, а 4 – ще в бутоні. Показники по кореню, листу і квітконосній стрілці не мають значних відмінностей.

Кульбаба 5 росла у асфальті. Проба взята з частини, де корінь переходить у розетку (виноска 2 в табл. 3) – масивна частина, багата молочним соком. Імовірно, в одному листку кульбаби органічно зв'язаний тритій (ОЗТ) розповсюджується нерівномірно – там, де товста частина від розетки (багата молочним соком), концентрація вища, ніж на кінці листа (тонка частина, майже без молочного соку).

Для отримання водного екстракту рослин для проведення вимірів було достатньо органічної сировини частин «корінь» та «лист», і мало – «квітконосна стрілка» і «квітка». За вагою відношення «лист : квітконосна стрілка» були взяті в пропорції 3 : 1.



а) Кульбаба №1, зона 2



б) Кульбаба №2, зона 1



в) Кульбаба №3, зона 1



г) Кульбаба №4, зона 1



д) Кульбаба №5, зона 1

Рисунок 3 – Обрані екземпляри рослин для дослідження



Подальші дослідження вмісту тритію у кульбабі лікарській відбувалися за умов збільшення температури повітря та зменшення вологи. Крім того, у кульбаб вже закінчувався вегетаційний період і майже всі рослини з досліджуваної території не мали квіток. Дослідження поодиноких рослин з зазначених раніше зон наведені в табл. 4.

Таблиця 4 – Питома активність тритію екстракту з різних частинах кульбаби лікарської наприкінці вегетаційного періоду

№	Місце збору	Частина рослини, вміст Т, Бк/л						
		Корінь	Прикоренева розетка	Лист	Квітконосна стрілка	Квітка	Бутон	Відквітка
1	Зона 2	11370,4	7017,93	9341,43	9558,73	11976,8	17724,1	9673,16
2	Зона 1	10851,2	6982,96	9176,47 / 9332,42*	10876,5	-	17696,5	13091,3

\* через дріб подані дані «початок листка» / «верхівка листка»

Були вибрані 2 рослини кульбаби, які мали одночасно і квітки, і бутони. Без зважування перед приготуванням проб, були приблизно такі пропорції (в порядку убавання ваги):

- (1) корінь – найбільша і найважча частина;
- (2) прикоренева розетка
- (3) лист і (4) квітконосна стрілка;
- (5) квітка та (6) відцвіла квітка;
- (7) бутон.

Пропорції використання сировини для створення водного екстракту проб (табл. 4) наступні:

$$(1) 3 : (2) 3 : (3) 2 : (4) 2 : (5) 1 : (6) 1 : (7) 0,5.$$

Було підмічено, що з підвищенням спеки питома активність тритію екстрактів знижується. При цьому зменшується і кількість молочного соку кульбаб – рослини грубішають, квітка перетворюється в насіння, квітконосна стрілка засихає. До цього спостерігалось, що бутони кульбаби містять найбільшу кількість молочного соку ніж інші частини рослини.

Подальші дослідження довели, що з підвищенням температури повітря та переходом кульбаби лікарської до «літнього спокою» питома активність тритію в органічній сировині зменшується. Дослід з водою отриманою з транспірації рослини показав, що концентрація тритію води транспірації та у ґрунті не підвищується. Воду транспірації було отримано шляхом встановлення скляного кубу або поліетиленового покриву типу парник над рослиною. Стінки такого пристрою були заглиблені у землю та присипані ґрунтом, для обмеження надходження вологи і повітря зовні.

Відомо, що у ґрунті тритій знаходиться в двох основних формах. Основна його частина міститься у вільній воді ґрунту (НТО) і відповідає вмісту тритію в атмосферній воді. У верхньому 4-сантиметровому шарі ґрунту міститься 25 % запасу тритієвої води. У міру заглиблення в гумус вміст тритієвої води знижується до 4 % у шарі 14-16 см, а у шарі 16-18 см – зростає до 10 %

загального запасу. Нижче від 16 см міститься 40 % загального запасу тритію [4]. Після видалення ґрунтової вологи (вільна вода) деяка частина тритію залишається у ґрунті в іонообмінній та сорбованій формах. Корені та інші підземні органи рослин відносно активно збагачуються  $^3\text{H}$ . Розподіл органічно зв'язаного тритію (ОЗТ) у тканинах і органах рослин неоднорідний.

Кульбаба має деякі особливості та відмінності від інших рослин, що ростуть на терені досліджень. Корінь кульбаби досягає у довжину 60 см. Суцвіття і листя утримують в собі речовини, багаті гідроксильними групами: каротиноїди - тараксантин  $\text{C}_{40}\text{H}_{56}\text{O}_4$ , флавоксантин  $\text{C}_{40}\text{H}_{56}\text{O}_3$ , лютеїн (ксантофіл)  $\text{C}_{40}\text{H}_{56}\text{O}_2$ , віолаксантин  $\text{C}_{40}\text{H}_{56}\text{O}_2$ ; тритерпенові спирти – арнідіол  $\text{C}_{30}\text{H}_{50}\text{O}_2$  та фарадіол. З коренів кульбаби виділені тритерпеноїдні сполуки – тараксерол (альнулін, скимміол)  $\text{C}_{30}\text{H}_{50}\text{O}$ , таракастерол (таракастерин,  $\alpha$ -лактуцерол,  $\alpha$ -антестерин)  $\text{C}_{30}\text{H}_{50}\text{O}$ , псевдотаракастерол  $\text{C}_{30}\text{H}_{50}\text{O}$ ,  $\beta$ -амірин  $\text{C}_{30}\text{H}_{50}\text{O}$ , стерини  $\beta$ -ситостерин  $\text{C}_{29}\text{H}_{50}\text{O}$  та стигмастерин  $\text{C}_{29}\text{H}_{48}\text{O}$ . Також корені утримують тараксол  $\text{C}_{30}\text{H}_{46}\text{O}_3$ , інулін до 24 %, каучук до 3% та жирну оливу з гліцеридом пальмітинової, олеїнової, лінолієвої, мелісової, церотинової кислот.

В межах наших досліджень найбільшу увагу привертає натуральний каучук, який утримує 91-96% вуглеводів поліізопрену  $(\text{C}_5\text{H}_8)_n$ , який є стереорегулярним полімером (рис. 4).

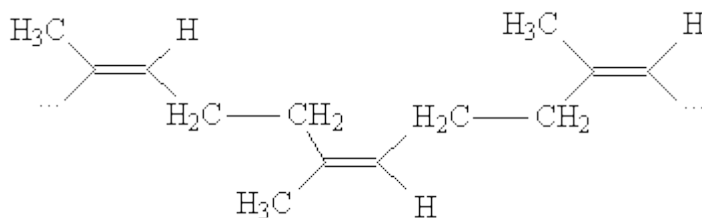


Рисунок 4 – Будова молекули поліізопрена натурального каучука

Майже всі ланки ізопрену макромолекули натурального каучуку поєднані у цис-1,4-стані: молекула натурального каучуку може утримувати 20-40 тис. елементарних ланок, молекулярною масою 1 400 000-2 600 000, нерозчинний у воді. Молекули каучуку закручені у кубельця. Якщо стрічку каучуку розтягувати та деформувати, то кубельця розкручуються у напрямку сил, що додаються, і стрічка витягується. Однак цим молекулам енергетично вигідно знаходитися у початковому стані. Коли напруга зменшується, молекули знову скручуються в клубки.

Враховуючи зазначене та на основі проведених вимірів можна вивести наступний механізм міграції тритію в органічній речовині кульбаби лікарської:

а) в активний вегетаційний період, коли рослина викидає бутони, кульбаба лікарська росте дуже швидко, особливо – квітконосна стрілка і бутон. Для цього рослині потрібно багато води, яку вона отримує завдяки стрижневому гіллястому кореню з шарів ґрунту, які багаті НТО та ОЗТ;

б) активне зростання квітконосної стрілки та її наповнення водою під осмотичним тиском через потужну кореневу систему викликає деформацію

молекул поліізопрену і, вірогідно, інших молекул, багатих гідроксильними групами, які проявляють слаболужну реакцію;

в) молекули речовин розгортаються, у зв'язку з чим відбувається вільний притік води до органів і тканин рослини, завдяки чому вони збагачуються  $^3\text{H}$ ;

г) слаболужна реакція молочного соку кульбаби лікарської сприяє цьому процесу – молекули гідроксильних груп легко обмінюють атоми водню на атоми тритію;

д) сповільнення росту рослини викликає скручування молекул у початковий стан з акумуляцією тритію у речовині молочного соку. Відтік соку відбувається з верхівки до кореня та потужного багатоголового кореневища;

ж) подальший перехід кульбаби лікарської у стан літнього спокою викликає відмирання квітконосної стрілки, огрубіння листя та його наступного всихання, з активним акумулюванням речовин у кореневій системі рослини.

Досліди та виміри, подібні до проведених з кульбабою лікарською, були здійснені з іншими рослинами, що утримують молочний сік – молочаєм сонцеглядом (*Euphorbia helioscopa* L.) та молоканом диким (латук дикий – *Lactuca serriola*). Були отримані схожі результати, які підтверджують описаний механізм міграції тритію у системі «вода – рослина» серед рослин з природним каучуком.

## Висновки

В роботі наведені попередні результати дослідження міграції радіоізоотопу водню – тритію, в органічній речовині рослин. Робота виконана на прикладі кульбаби лікарської – рослини, що утримує значну кількість речовин, багатих гідроксильними групами, та натуральний каучук. Це обумовило обрати зазначену рослину, як базову у дослідженні міграції тритію у системі «вода – рослина» та акумуляції його тканинами рослини. Такий вибір отримано в результаті ряду вимірів водного екстракту різноманітних рослин, що ростуть в санітарній зоні підприємства, яке тривалий час працювало з тритієм. Проведені дослідження дозволили окреслити загальний механізм міграції  $^3\text{H}$  в органічній речовині рослин, що утримують природний каучук.

Проведені дослідження вимагають подальшої деталізації за наступними напрямками:

1) вивчення процесу газообміну рослин між собою для опису механізму передачі  $^3\text{H}$  рослинам, які не пов'язані кореневими системами в середовищі ґрунту (ізолювані рослини);

2) дослідження руху тритію при гальмуванні процесу фотосинтезу у рослин;

3) аналіз клітинної форми різноманітних органів і тканин рослин, які знаходилися під тривалим впливом НТО та ОЗТ в природному середовищі.

Зазначені напрями дозволять представити більш розгорнутий механізм міграції тритію в органічній сировині рослин.

Окреслені дослідження мають велику практичну цінність: механізм міграції тритію та дослідження впливу тритію на рослинний чи тваринний організм в процесі міграції дозволить мінімізувати проникнення  $^3\text{H}$  до організму людини та знизити ризик опромінення зазначеним радіонуклідом.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Tritium in some typical ecosystems // Technical reports series. – Vienna: IAEA, 1981. - #207. – 118 p.
2. Brown R.M. Enviromental tritium in tress // Proceedings of the Symposium on Behavior of Tritium in the Enviroment (16-20 Oct., 1978). – San Francisko: Jointly organised by IAEA and NEA. 1979. – P. 405 – 417.
3. Беловодский Л.Ф., Гаевой В.К., Гришмановский В.И. Тритий. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 247 с.
4. Долін В.В., Пушкарьов О.В., Шраменко І.Ф. та ін. Тритій у біосфері. – К.: Науково-виробниче підприємство «Видавництво «Наукова думка» НАН України», 2012. – 224 с.
5. Mihok S., Wilk M., Lapp A., Clark I.D. Tritium dynamics in soils and plants grown under three irrigation regimes at a tritium processing facility in Canada // Journal of Environmental Radioactivity 153:176-187 · March 2016.
6. Коваленко О.В. Моделювання міграції тритію в навколишньому середовищі / О.В. Коваленко // Математичне моделювання в економіці. – 2015. - №2. – С. 51-64.
7. Довгий С.О., Бідюк П.І., Трофимчук О.М. Системи підтримки прийняття рішень на основі статистично-ймовірнісних методів. – К.: Логос, 2014. – 419 с.

*Стаття надійшла до редакції 09.09.2016*

УДК 519.87:504.4(043.3)

Ю.І. КАЛЮХ, О.А. КЛИМЕНКОВ, Я.О. БЕРЧУН

## ПРИКЛАДНА РЕАЛІЗАЦІЯ МОДЕЛЕЙ ҐРУНТОВОГО СЕРЕДОВИЩА В ГЕОТЕХНІЦІ: ВІД МОДЕЛІ БІО ДО МОДЕЛІ ГРАНИЧНОЇ РІВНОВАГИ

***Анотація.** У статті представлено опис та програмну реалізацію моделей ґрунтового середовища в геотехніці: від моделі Біо до моделі граничної рівноваги. Сформульовані початково-крайові задачі нелінійної динаміки ґрунту різного рівня складності. Наведено програмну реалізацію моделі граничної рівноваги ґрунту у вигляді програми Landslip, яка широко застосовується в будівництві при розрахунках зсувонебезпечних ділянок та підпірних стін. Наведено результати сумісного тестування програми Landslip, канадської програми SLOPE/W та європейського геотехнічного програмного комплексу PLAXIS.*

***Ключові слова:** нелінійна динаміка, ґрунт, гранична рівновага, зсув, програма.*

### Вступ

Розробка корисних копалин, розміщення відходів, створення водосховищ, промислових і енергетичних центрів, будівництво міст і освоєння земельних ресурсів мають безпосередній вплив на ґрунтове середовище, змінюючи та іноді посилюючи дію на нього природних факторів. Наслідком таких впливів є зниження рівня ґрунтових вод, підтоплення територій і обводнення масивів ґрунту, розмив схилів, затоплення сховищ твердих відходів, хвостосховищ і т. інш. Обводнення територій міст внаслідок підвищення горизонту ґрунтових вод зумовлене витоком води із водопровідних і каналізаційних систем, використанням «мокрих» процесів у виробництві, зміною рельєфу місцевості і, як наслідок, умов стоку атмосферних опадів. Підвищення горизонту ґрунтових вод безпосередньо біля подошви фундаментів і особливо в межах їх заглиблення в ґрунт в усіх випадках призводить до збільшення областей пластичних деформацій під краями фундаментів. Передусім це пояснюється зміною стискувальних напружень від власної ваги ґрунту, яка зменшується внаслідок зрівноважування ґрунту водою (дія архімедової сили). Часто вагомою причиною збільшення пластичних деформацій під час обводнення ґрунтів є зменшення міцнісних характеристик глинистих і пілуватих піщаних ґрунтів, що призводить до виникнення зсувів.

Зсуви становлять серйозну загрозу життю людей, об'єктам інфраструктури та природному середовищу в багатьох регіонах світу. Протягом останнього десятиліття (з 2000 по 2009 р.) стихійні лиха пошкодили та зруйнували близько одного мільйона об'єктів, що безпосередньо торкнулося майже 2,5 млрд людей в усьому світі [1–5]. Щорічно у Європі трапляється близько 20 великих зсувів – значно більше, ніж повеней, землетрусів та ураганів [1]. Усі 50 штатів і територій США потерпають від зсувних та інших проблем з ґрунтами, причому у 36 штатах рівень зсувної загрози змінився від помірного до вкрай небезпечного [6]. Зсуви у США призводять до суттєвих людських і фінансових втрат: від 25 до 50 смертей та від 1 до 3 млрд доларів збитків

щорічно [7]. Загалом в Україні станом на 01.12.2011 виявлено понад 23 100 зсувів, станом на 01.12.1997 їх кількість становила понад 17 400. Таким чином, за останні роки відбулося збільшення кількості зсувів у понад 1,3 раза, а за 30 років – у понад 3 рази. Посилення сейсмічної активності в зоні Вранча та Чорноморському регіоні, а також в цілому на планеті призвело до підвищення рівня сейсмічної небезпеки на всій території України та, у кінцевому підсумку, до зростання відповідного зсувопровокуючого фактора. Україна (а не тільки карпатський і кримський регіони, як раніше вважалося), є зоною, де потенційно можливі землетруси, причому доволі сильні. «В районах з послабленими ґрунтами (часті зсуви та ін.) можуть спостерігатись і 7–8-бальні ефекти», – вважає заступник директора Інституту геофізики НАНУ О. Кендзера [8]. «До японського землетрусу (11.03.2011) вважалося, що при 9-бальному землетрусі прискорення ґрунту може складати до 0,4 g. Але японська катастрофа показала аж до 2,7 g. Це призвело до більших руйнувань, ніж очікувалось. Це значить, що варто переглянути всі параметри землетрусів» – зазначає директор вірменського Інституту геофізики і інженерної сейсмології С. Огасян [8]. На думку О. Кендзери, відповідно, слід переглянути і дані, які використовуються проектувальниками при зведенні будівель та споруд.

За незмінного навантаження від споруди на ґрунт, підвищення рівня ґрунтових вод призводить до виникнення додаткового усідання. Це пояснюється нелінійним зв'язком усадки із завантаженням в умовах розвитку областей пластичних деформацій, а в деяких випадках – збільшенням стиснення ґрунтів, особливо глинистих, в умовах їх водонасиченості. Як наслідок, у разі недопустимих додаткових зміщень споруд і їх нерівномірності прогнозоване підвищення рівня ґрунтових вод у забудованому районі потребує попереднього підсилення фундаментів чи закріплення ґрунтів основи. У випадку підтоплення і обводнення ґрунтів, що просідають, зокрема лесових, додаткові усідання чи просадки проявляються ще яскравіше і можуть досягати катастрофічних для споруд значень. Навпаки, для ґрунтів, що набухають, характерний підйом поверхні ґрунту і споруд. Вирішення зазначених проблем суттєво ускладнено за умов впливу динамічних (сейсмічних, вібраційних) навантажень [9, 10].

Відкриття фундаментальних механічних ефектів у насичених пористих тілах і формулювання перших теорій пористих середовищ належить Терцагі [11] і Філлунгеру [12]. У 1923 р. Терцагі, засновник сучасної механіки ґрунтів, почав досліджувати деформоване ґрунтове середовище, вивчаючи коефіцієнти проникності для глин. Саме Карлу Терцагі приписується термін «механіка ґрунтів». Класичною стала модель Терцагі для вивчення процесу консолідації ґрунтів. Н. Герсеванов [13] в 1937 р. припустив можливість нестисливості ґрунту і порової рідини («принцип нестисливості ґрунтової маси») і виписав загальну систему рівнянь консолідації ґрунту і стану ґрунтової маси. У цю систему входять рівняння суцільності твердої і рідкої фаз, а також співвідношення типу закону Гука між ефективними напруженнями і деформаціями. Вперше були представлені рівняння руху, причому для кожної з фаз окремо. Рівняння нерозривності імпульсу для всього пористого середовища не виписувалося. У літературі підхід Терцагі і Герсеванова для вирішення статичних задач механіки двофазних ґрунтів називають фільтраційною теорією консолідації [14].

## 1. Рівняння динамічної теорії пружності

При розгляді статичних і особливо динамічних задач для ґрунтового середовища широко використовуються співвідношення класичної теорії пружності [15, 16]. Обґрунтованість застосування лінійно-пружної моделі при розв'язанні низки статичних задач показав М. Горбунов-Посадов [17]. У динаміці споруд вона має ряд переваг і використовується для врахування пружних, інерційних і демпфуючих властивостей ґрунтової основи, особливо при моделюванні взаємодії з основою при коливаннях фундаментів великих споруд [18–20].

Лінійні рівняння справедливі для адіабатичних або ізотермічних процесів, пов'язаних з малими переміщеннями, деформаціями, швидкостями і змінами щільності частинок середовища. Система рівнянь класичної лінійної теорії пружності для ідеально-пружного однорідного ізотропного тіла включає рівняння руху (див., наприклад, [21]):

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (i, j = 1, 2, 3), \quad (1)$$

зв'язок пружних переміщень з компонентами тензора деформації

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2)$$

і рівняння зв'язку компонент тензора напружень та тензора деформацій (закон Гука)

$$\sigma_{ij} = \lambda e \delta_{ij} + 2\mu e_{ij}, \quad e = \overline{\text{div} \vec{u}}, \quad (3)$$

де  $\lambda = \nu E / [(1 + \nu)(1 - 2\nu)]$ ;  $\mu = G = E / [2(1 + \nu)]$ ;  $\mu$ ,  $G$  – модуль зсуву;  $e$  – об'ємне розширення пружного тіла;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера. Після підстановки (3) в (1) з урахуванням (2) отримуємо рівняння Ламе – рівняння руху ізотропного пружного середовища:

$$\mu \nabla^2 u_i + (\lambda + \mu) \frac{\partial e}{\partial x_i} + F_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (i = 1, 2, 3), \quad (4)$$

або у векторній формі

$$\mu \nabla^2 \vec{u} + (\lambda + \mu) \text{grad div}(\vec{u}) + \vec{F} = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}. \quad (5)$$

Для повної постановки початково-крайової задачі рівняння динамічної теорії пружності необхідно доповнити початковими і граничними умовами. Початкові умови (при  $t = 0$ ) зазвичай належать до переміщень і швидкостей переміщень. Якщо на поверхні  $S$ , що обмежує пружне тіло, задане зовнішнє навантаження  $q$ , то маємо граничні умови в напругах:

$$\sigma_{ij}n_j = q_i \quad (9)$$

Якщо на поверхні  $S$  задані зміщення, маємо граничні умови в переміщеннях:

$$u_i|_S = f_i \quad (10)$$

де  $f_i$  – задані функції. Можуть бути задані і змішані крайові умови:

$$\sigma_{ij}n_j|_{S_1} = q_i \quad u_i|_{S_2} = f_i \quad (11)$$

де  $S$  включає поверхні  $S_1$  і  $S_2$ .

У разі нескінченних областей постановка задачі доповнюється умовами випромінювання, які вимагають відсутності на нескінченності джерел енергії. Для середовищ з дисипацією формулювання умов випромінювання досить просте: всі характеристики хвильового поля прямують до нуля зі збільшенням відстані від джерел коливань. Для непоглинаючих середовищ задача ускладнюється. Умови випромінювання для акустичних середовищ отримані Зоммерфельдом і відображають той факт, що фазова швидкість і швидкість переносу енергії в гармонійній хвилі мають однакову спрямованість.

## 2. Розвиток теорії Біо

У 1941 р. М. Біо узагальнив теорію консолідації Терцагі-Герсеванова-Флоріна на тривимірний випадок і для навантаження, що довільно змінюється в часі [22]. При цьому приймалися наступні властивості середовища: ізотропність його матеріалу; лінійна залежність між напругами і деформаціями; малі деформації; нестисливість порової рідини; порова рідина може містити бульбашки газу; рух рідини через пористий скелет відбувається за законом Дарсі.

У 1956 р. М. Біо представив теорію поширення хвиль у пористопружному насиченому рідиною двофазному середовищі [23]. В подальшому ця теорія отримала широке поширення і модель Біо стала основоположною при вирішенні багатьох практичних завдань.

Систему диференціальних рівнянь Біо руху пористопружного насиченого рідиною середовища використано у формі [24, 25]:

$$\rho_{11} \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + \rho_{12} \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} + b \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} - \frac{\partial U_i}{\partial t} \right) = \frac{\partial \sigma_{ij}^s}{\partial x_j};$$



$$\rho_{12} \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + \rho_{22} \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} + b \left( \frac{\partial U_i}{\partial t} - \frac{\partial u_i}{\partial t} \right) = \frac{\partial \sigma^f}{\partial x_j} \quad (12)$$

причому для ізотропної і лінійної пружнопористої твердої фази зв'язок напруг з деформаціями приймається таким:

$$\sigma_{ij}^s = Ae\delta_{ij} + N \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + Q\varepsilon\delta_{ij}; \quad e = \text{div}\bar{u}; \quad \varepsilon = \text{div}\bar{U}; \quad (13)$$

$$\sigma_f = -mp_0 = Qe + R\varepsilon. \quad (14)$$

де  $u_i, U_i$  – компоненти векторів переміщень твердої  $\bar{u}$  і рідкої  $\bar{U}$  фаз в декартових координатах;  $t$  – час;  $\rho_{11} = (1-m)\rho_s - \rho_{12}$ ;  $\rho_{12} = m\rho_f - \rho_{12}$ ;  $\rho_s, \rho_f$  – густина відповідно твердої і рідкої фаз;  $\rho_{12}$  – коефіцієнт динамічного зв'язку фаз;  $m$  – відношення об'єму пор до всього об'єму ґрунту (пористість);  $N = \mu; A = \lambda + K_f a_0^2 S_0 / m; R = mK_f S_0; Q = a_0 K_f S_0$ ;  $\lambda$  і  $\mu$  – константи Ламе;  $K_f$  – модуль об'ємного стиснення рідини;  $\theta_0$  – динамічний коефіцієнт в'язкості рідини;  $S_0 = mK_f / (mK_r + a_0 K_f)$ ;  $a_0 = 1 - m - K_s / K_r$ ;  $K_s = 2\mu / 3$ ;  $K_r$  – істинний модуль стиснення твердої фази;  $b = m^2 \theta_0 / K_{pr}$ ;  $K_{pr}$  – коефіцієнт проникності;  $e$  – об'ємна деформація мінерального скелета;  $\varepsilon$  – об'ємна деформація рідкої фази;  $\sigma_{ij}^s$  – тензор напруг у скелеті під час протікання рідини;  $\sigma^f$  – сила, що діє на рідину, віднесена до одиниці поперечного перерізу пористого середовища;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера. Напружений стан твердої фази характеризується ефективними напругами  $\sigma' = \sigma_{ij}^s + (1-m)p_0\delta_{ij}$ .

### 3. Врахування пластичної поведінки водонасичених ґрунтів

Особливо важливим у механіці ґрунтів, зокрема пластичних, є врахування їх нелінійних властивостей. Аналіз аварій на греблях та шельфових спорудах внаслідок динамічного (сейсмічного) впливу, показує, що здебільшого вони пов'язані з розрідженням ґрунтів. Приклади чисельного моделювання цих явищ отримано в останні роки на основі використання моделей пружнопластичної поведінки скелета ґрунту [26]. Якщо на нижній межі шару задано горизонтальне сейсмічне прискорення, то в реальному ґрунті відбуватиметься зміна порового тиску. Однак лінеаризовані рівняння (12)–(14) не описують цей ефект, тому модель слід доповнити з урахуванням пружнопластичної поведінки твердої фази ґрунту.

Розвиток визначальних співвідношень для урахування пластичної поведінки ґрунтів почався з робіт Дракера, Прагера [27] та групи британських учених під керівництвом Роско [28], які встановили більшість фундаментальних концепцій. Огляд літератури з теорії пластичності ґрунтів

до 1975 р. наведено в працях [29, 30], де В. Ніколаєвський пропонує дилатансійну модель неасоційованої пластичності зі зміцненням. Поверхню навантаження використовують у вигляді  $T + \alpha(q)\sigma - Y(q) = 0$ , де  $T$  та  $\sigma$  – інтенсивність дотичних та нормальних напруг; а  $\alpha$  та  $Y$  – функції зміцнення (аналог кута  $\varphi$  і зчеплення  $c$  в законі Кулона  $\tau = \sigma \tan(\varphi) + c$ );  $q$  – пластична деформація об'єму (параметр зміцнення). Ця модель отримала розвиток у працях І.П. Бойка та його школи [31, 32].

#### 4. Функції навантаження

Рівняння стану деформованих пружнопластичних і пружнов'язкопластичних середовищ залежать від функції навантаження і її похідних. Вона являє собою поверхню в просторі напружень, координати якої дорівнюють межах текучості матеріалу при різних напружених станах. Для всього різноманіття будівельних матеріалів, гірських порід і ґрунтів не існує єдиної функції навантаження. Кожна функція навантаження представляє деяку модель деформованого середовища, наділену певними властивостями. Застосування тієї чи іншої функції навантаження до конкретних матеріалів або ґрунтів можна підтвердити тільки шляхом зіставлення результатів розрахунку з експериментальними даними.

#### 5. Умова Кулона-Мора

Дана умова в основному застосовується для ґрунтів [33, 34] і гірських порід [35]. У головних напруженнях вона має такий вигляд

$$\sigma_1 - \chi \sigma_2 - \sigma_p = 0 \quad (15)$$

де  $\chi = \frac{\sigma_p}{\sigma_c}$ ,  $\sigma_p$ ,  $\sigma_c$  – граничний стан матеріалу при розтягуванні і стисненні.

За цією умовою пластичний стан настає або при досягненні дотичними напругами деякої критичної величини, що залежить від нормальних напруг, які діють по тих же площинах ковзання, або при досягненні найбільшими нормальними напругами граничного значення. Гранична поверхня, що відповідає умові (15), являє собою шестигранну рівнонахилена до осей піраміду, побудовану в просторі головних напружень  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ .

Якщо скористатися перетворенням від  $\sigma_c, \sigma_p$  до  $\varphi, c$  [36], яке застосовується до ґрунтів:

$$\sigma_p = \frac{2c \cos \varphi}{1 + \sin \varphi}, \quad \sigma_c = \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}, \quad \chi = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \quad (16)$$

(де  $\varphi$  – кут внутрішнього тертя ґрунту, а  $c$  – зчеплення в ньому). Після перетворення (15) отримаємо:

$$\left( \sigma_0 - \frac{\bar{\sigma} \sin \psi}{\sqrt{3}} \right) \sin \varphi + \bar{\sigma} \cos \psi - c \cos \varphi = 0. \quad (17)$$

При подальших перетвореннях отримаємо:

$$\left( \sigma_0 - \frac{\bar{\sigma} \sin \psi}{\sqrt{3}} \right) (1 - \chi) + \bar{\sigma} \cos \psi (1 + \chi) - \sigma_p = 0. \quad (18)$$

При  $\sigma_m = \sigma_p = \sigma_c$  з (15) випливає

$$\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_m = 0, \quad (19)$$

а з (17) знаходимо

$$2\bar{\sigma} \cos \psi - \sigma_m = 0. \quad (20)$$

Ці формули визначають умову Тріска-Сен-Венана, яка може бути застосована до металів і сплавів. Формули (15)–(20) представляють функції текучості ґрунтів, які фіксують їх початкову текучість і застосовуються для незміцнених (ідеально пластичних) ґрунтів. В цьому випадку величини  $\sigma_c$  і  $\sigma_p$  не змінюються. Якщо деякі ґрунти за певних умов їх навантаження задовольняють закону ізотропного зміцнення, то при неодноразовому навантаженні та розвантаженні величини  $\sigma_c$  і  $\sigma_p$  повинні змінюватися.

Якщо  $\sigma_c$  і  $\sigma_p$  вважати незмінними, тоді до лівих частин наведених вище рівнянь слід додати деяку функцію, що враховує зміцнення ґрунтів в процесі їх пружно-пластичного деформування. Отримана таким чином нова функція і буде називатися функцією навантаження.

## 6. Модель лінійно-деформованого середовища

Якщо в розглянутій інженерній задачі напруги в елементах щільного ґрунту відносно невеликі або обмежені межею пропорційності між напругою і деформаціями, тобто далеко не досягають граничної несучої здатності ґрунтів, в системі рівнянь стану вводять в тій чи іншій формі закон Гука. Рівняння, отримані в цій системі, описують суть фізичного процесу, що спостерігається при стисканні або розвантаженні щільного ґрунту у відносно невеликому інтервалі навантажень. Для випадку плоскої задачі вони набувають такого вигляду:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [(1 - \mu^2) \sigma_x - \mu(1 + \mu) \sigma_z];$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_z &= \frac{1}{E} \left[ (1 - \mu^2) \sigma_z - \mu(1 + \mu) \sigma_x \right]; \\ \gamma_{xy} &= \frac{2(1 + \mu)}{E} \tau_{xy},\end{aligned}\quad (21)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт Пуассона;  $G_c$  – модуль зсуву, що дорівнює  $2(1 + \mu)/E$ .

Крім фізичних, в загальну систему рівнянь входять ще статичні і геометричні. Так, рівняння рівноваги для цієї ж плоскої задачі мають вигляд:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0; \quad \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0. \quad (22)$$

Геометричні рівняння пов'язують між собою лінійні ( $\varepsilon$ ) і кутові ( $\gamma$ ) деформації зі зміщеннями  $u$ ,  $w$ , які в загальному випадку є нелінійними:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right]; \\ \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} + \left( \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial z} \right).\end{aligned}\quad (23)$$

У більшості задач, що описуються моделлю лінійно-деформованого середовища, деформації щільного ґрунту малі і членами другого порядку можна знехтувати, тоді отримаємо:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}; \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}. \quad (24)$$

Перетворюючи геометричні рівняння, можна отримати умову нерозривності, при дотриманні якої не порушується суцільність середовища. У випадку щільного ґрунту маємо:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x \partial z}. \quad (25)$$

З фізичних рівнянь можна отримати рівняння нерозривності в напругах (рівняння Бельтрамі-Мітчелла):

$$\Delta^2 (\sigma_x + \sigma_z) = -\frac{1}{1 - \mu} \left( \frac{\partial X}{\partial z} + \frac{\partial Z}{\partial x} \right). \quad (26)$$

Таким чином, плоска задача лінійно-деформованого середовища описується системою рівнянь, що дає змогу визначити:

– три компоненти напруг;

- три компоненти деформацій;
- дві компоненти переміщень.

У просторовій постановці кількість рівнянь зростає до 15, що дає змогу визначити:

- шість компонент напруг;
- шість компонент деформацій;
- три компоненти переміщень.

Крім рівнянь рівноваги і спільності, додатково необхідні граничні рівняння, що пов'язують напруги по контуру  $\sigma, \tau$  з напругами всередині середовища. Зазвичай вводять потенційну функцію  $U_f$  та функцію напруг  $\varphi'$ , тоді об'ємні сили дорівнюють:

$$X = -\frac{\partial U_f}{\partial x}; \quad Z = -\frac{\partial U_f}{\partial z}, \quad (27)$$

а напруги, виражені через функції  $U_f$  і  $\varphi'$ :

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial z^2} + U_f; \quad \sigma_z = \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial x^2} + U_f; \quad \tau_{xz} = -\frac{\partial^2 \varphi'}{\partial x \partial z}. \quad (28)$$

Підставляючи (27) у (26), отримаємо:

$$\frac{\partial^4 \varphi'}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 \varphi'}{\partial z^4} = -\frac{1}{(1-\mu)} \left( \frac{\partial^2 U_f}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U_f}{\partial x^2} \right). \quad (29)$$

Рівняння (29) дозволяє вирішувати конкретні задачі теорії лінійно-деформованого середовища тільки в тих межах, коли початкові механічні властивості несуттєво відрізняються від кінцевих, тобто при малих переміщеннях і у відносно невеликому інтервалі навантажень. Найбільшу складність представляє в даному випадку необхідність виключення помилок у визначенні: 1) щільно або пухко складений ґрунт при заданих навантаженнях; 2) ступеня вологості ґрунту. Тобто, потрібно визначити: чи можна застосувати модель лінійно-деформованого середовища для даного конкретного будівельного об'єкта. Зрозуміло тільки, що застосовувати її в пухко складених ґрунтах не можна, оскільки, незважаючи на приблизно лінійну залежність  $\varepsilon(\sigma)$ , деформації настільки значні, що кінцеві механічні властивості істотно відрізняються від початкових і прийняті для цієї моделі умови однозначності не дотримуються. У цьому випадку система рівнянь напружено-деформованого стану лінійно-деформованого середовища стає фізично незамкненою і має бути замінена.

Можна, звісно, заперечити, що є приклади, коли побудовані на слабких ґрунтах споруди надійні в експлуатації. Відповідь на таке заперечення полягає в самому характері обстеження ґрунту. Річ у тому, що ні дослідженнями, ні контрольними перевірками в період будівництва не фіксується та межа, яку в даних геологічних умовах переступати не можна.

Значною мірою в таких умовах якість будівництва і сама експлуатаційна надійність споруди залежать від інтуїції проєктувальника або будівельника, а також від його досвіду. Але рано чи пізно навіть найдосвідченіший будівельник помиляється через незліченне різноманіття ґрунтів і крайових умов, в яких він працює. Причому, найголовніше полягає в тому, що досі не існує достатнього набору об'єктивних критеріїв оцінки складності ґрунтових умов і прогнозу розвитку ґрунтових деформацій у часі.

Нерідко використовують методику лінійно-деформованого середовища для розрахунку напружень і деформацій, припускаючи, що в різних шарах ґрунту, при різних граничних умовах, механічні властивості неоднакові [37]. Наприклад, модуль деформації приймають змінним за глибиною. У цьому випадку результати розрахунку виходять більш точними, але великою трудностю є визначення початкових механічних властивостей в кожному шарі навіть однорідного ґрунту. Реальна картина нашарувань ґрунту в основі споруд набагато складніша. І мова йде не тільки про змінну товщину кожного шару, а й про складність оцінки ступеня його переущільнення або недоущільнення, оскільки в чинних нормативних документах відсутній класифікаційний показник, зв допомогою якого можна виконати таку оцінку.

## 7. Модель теорії граничної рівноваги сипучого середовища

Основні теорії граничних станів матеріалів, їх властивості та область застосування розглядалися в роботах [38, 39]. Розглянемо модель граничної рівноваги сипучого середовища, коли у всіх точках ґрунтового середовища виконується умова граничної рівноваги, а в елементах масиву переважають пластичні деформації. Тоді відповідна система рівнянь напружено-деформованого стану набуває вигляду (для плоскої задачі):

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0; \quad \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0; \quad \sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_3 + 3\sigma_n) \sin \varphi, \quad (30)$$

де  $\sigma_n = \frac{C}{\operatorname{tg} \varphi}$ ;  $C$  – зчеплення;  $\varphi$  – кут внутрішнього тертя.

Використовуючи модель (30) не можна визначити деформації середовища, які відповідають моменту настання граничної рівноваги, тому вона іноді називається бездеформативною.

Система рівнянь (30) дозволяє отримати задовільні результати тільки в тому випадку, якщо початкові і кінцеві міцнісні і деформативні властивості ґрунту несуттєво відрізняються один від одного:

$$\varphi = \operatorname{const}; \quad C = \operatorname{const}; \quad E = \operatorname{const}. \quad (31)$$

Умова (31) не має недоліків. Але такий висновок можна зробити тільки при першому знайомстві з теорією граничної рівноваги. Більш ретельне вивчення теорії дозволяє помітити, що вимоги  $\varphi = \operatorname{const}$ ;  $C = \operatorname{const}$ ;  $E = \operatorname{const}$  у всіх елементах масиву не порушуються тільки в тому випадку, якщо всі елементи масиву будуть мати одну й ту саму щільність складання.

Але щільність складання якраз і не є однаковою по масиву, і вона не визначається ні чинними будівельними нормативними документами, ні самою теорією граничної рівноваги. Крім того, відомо, що міцнісні властивості ґрунтів в елементах масиву, як правило, змінні за глибиною і в плані, а саме це в розрахунках не враховується [37].

Таким чином, умови однозначності, прийняті в теорії граничної рівноваги, не можна визнати повними, а описувані нею процеси відносяться знову-таки до окремого випадку – поведінки гранично напружених елементів масиву ґрунту, без урахування ступеня його недоущільнення або переущільнення.

У теорії граничної рівноваги значне місце займає метод ліній ковзання. За його допомогою вирішується багато геотехнічних проблем, починаючи з задачі Прандтля про вдавлення жорсткого штампа [40] і закінчуючи набагато складнішими прикладами для багатошарових основ [41].

За допомогою ліній ковзання Соколовським [42] було запропоновано аналізувати зсувну поведінку ґрунту в граничному стані з похилою денною поверхнею. Показано, що таким чином можна визначати глибину розвитку зсувних зміщень. Однак актуальним залишається аналіз напруженого стану ґрунтів, особливо в залежності від розташування в масиві. Відомо, що дотичні напруження  $\tau_n$  в граничному стані ґрунту пов'язані з нормальними співвідношенням Кулона [43]:

$$\tau_n = C + \sigma_n \operatorname{tg} \varphi, \quad (32)$$

де  $\sigma_n$  – ефективна нормальна напруга.

Рівняння (32) можна представити двома симетричними прямими в площині напруг Мора (рис. 1). Лінії поділяють площину на дві частини: стійку і нестійку. Коли  $\varphi = 0$ , прямі паралельні, і за властивостями ґрунт повністю відповідає глинистому матеріалу Мізеса.

Згідно з рис. 1, маємо

$$H = C \cdot \operatorname{ctg} \varphi. \quad (33)$$

Компоненти напружень виражаються через середнє напруження  $\sigma'$ :

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_x \\ \sigma_y \end{array} \right\} = \sigma' (1 \pm \sin \varphi \cos 2\alpha) - H; \quad (34)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{\max} \sin 2\alpha = \sigma' \sin \varphi \cos 2\alpha. \quad (35)$$

Гранична рівновага ґрунту для плоскої задачі описується системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \gamma \sin \theta - \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = \gamma \cos \theta - \frac{\partial P}{\partial y}, \end{cases} \quad (36)$$

де  $\gamma$  – питома вага ґрунту,  $\theta$  – кут нахилу схилу,  $P$  – поровий тиск.

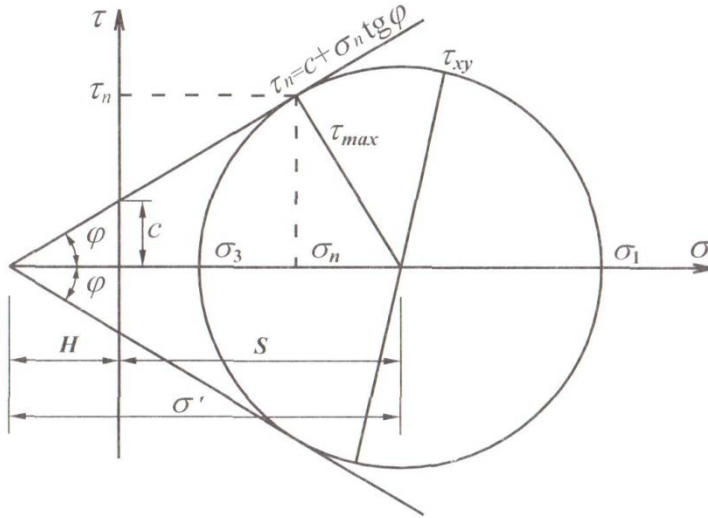


Рисунок 1 – Коло напруг Мора, яке показує співвідношення між дотичними і нормальними напруженнями в ґрунті

Зсувні схили мають, як правило, складну геометрію, геоморфологію, літогенну основу. Тому визначення ступеня їх стійкості являє собою складну геотехнічну задачу, яка вирішується чисельними методами. Однак розкриття статичної невизначеності нерідко здійснюється на підставі припущень. Прикладом є завдання в методі Морґенштерна-Прайса [44] функцій міжвідсікових сил. Залежно від форми призначеної функції отримуються різні значення коефіцієнтів стійкості. Тому розгляд спрощених завдань актуальний для виявлення закономірностей розподілу напружень в ґрунті.

Спрощену модель зсувного масиву можна представити у вигляді однорідного ґрунтового півпростору, нахиленого під кутом  $\theta$  до горизонту, як показано на рис. 2. Ґрунт в масиві схилу під дією сил тяжіння може досягти граничного стану. При цьому його міцнісні характеристики будуть відповідати умові Кулона-Мора (32), а поровий тиск є функцією глибини ґрунтового масиву (від  $y = 0$  до  $y = h$ ):

$$P = P_h \frac{y}{h}. \quad (37)$$



Відповідно до цієї умови напруги залежать від глибини  $y$ , і рівняння (37) можуть бути безпосередньо проінтегровані:

$$\begin{cases} \tau_{xy} = \gamma \cdot y \cdot \sin \theta; \\ \sigma_y = \gamma \cdot y \cdot (\cos \theta - r_u), \end{cases} \quad (38)$$

де  $r_u = P_h / (\gamma \cdot h)$  – коефіцієнт порового тиску.

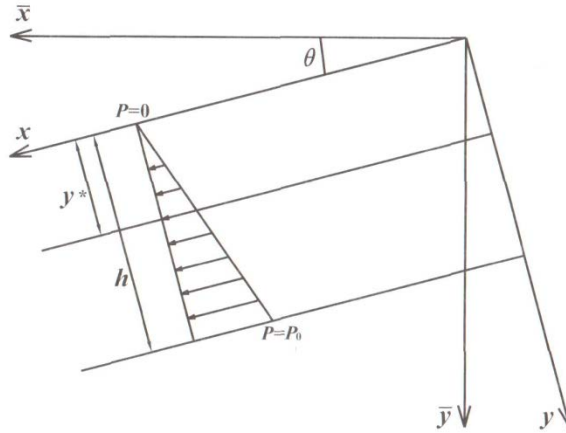


Рисунок 2 – Спрощена модель зсувного масиву у вигляді однорідного ґрунтового півпростору, нахиленого під кутом  $\theta$  до горизонту

Для ґрунту схилу рівняння граничної рівноваги (34, 35) можна записати у вигляді:

$$\begin{cases} \tau_{xy} = \gamma \cdot y \cdot \sin \theta = \sigma' \cdot \sin \varphi \cdot \sin 2\alpha; \\ \sigma_y = \gamma \cdot y \cdot (\cos \theta - r_u) = \sigma' \cdot (1 - \cos \varphi \cdot \cos 2\alpha) - H, \end{cases} \quad (39)$$

Звідси середнє нормальне напруження  $\sigma'$  и глибина  $y$ :

$$\sigma' = \frac{H \cdot \sin \theta}{\sin \theta - \sin \varphi \cdot \sin(2\alpha + \theta) + r_u \cdot \sin \varphi \cdot \sin 2\alpha}; \quad (40)$$

$$y = \frac{H \cdot \sin \varphi \cdot \sin 2\alpha}{\gamma [\sin \theta - \sin \varphi \cdot \sin(2\alpha + \theta) + r_u \cdot \sin \varphi \cdot \sin 2\alpha]}. \quad (41)$$

У роботі [45] Savage W. и Smith W. показали, що на основі такого рішення отримуються значення граничної потужності  $y^*$  зсувного масиву:

$$y^* = \frac{C \cdot \cos \varphi}{\gamma [\sin(\theta - \varphi) + r_u \sin \varphi]}. \quad (42)$$

Аналіз рівняння (42) показує, що коли  $\sin(\theta - \varphi) + r_u \sin \varphi > 0$ , то гранична рівновага можлива тільки в діапазоні  $0 \leq y \leq y^*$ . Якщо  $\sin(\theta - \varphi) + r_u \sin \varphi = 0$ , то  $y^* \rightarrow \infty$ . Побудова полів напружень і характеристик для цього випадку відома за роботами К. Терцагі [46] і В.В. Соколовського [47]. Якщо  $\sin(\theta - \varphi) + r_u \sin \varphi < 0$ , то схил стійкий.

Рівняння ліній ковзання в зоні граничної рівноваги зсувного ґрунту з урахуванням меж порового тиску:

$$y = \frac{y^* [\sin(\theta - \varphi) + r_u \cdot \sin(\varphi)] \cdot \sin 2\alpha}{D_1} \quad (43)$$

де  $D_1 = \sin \theta - \sin \varphi \cdot \sin(2\alpha + \theta) + r_u \sin \varphi \cdot \sin 2\alpha$ .

Якщо замінити в (43)  $\alpha = 45^\circ - \varphi/2$  і прийняти  $y = y^*$ , то гранична рівновага в товщі ґрунту настає в діапазоні  $0 \leq y \leq y^*$ . Лінія  $y = y^*$  являє собою поверхню ковзання зсуву.

Таким чином, знаючи фізико-механічні характеристики ґрунтів і кут нахилу денної поверхні схилу, можна визначити глибину розвитку зсувних зміщень. Це актуально при нестачі даних досліджень і для розуміння напруженого стану ґрунтів у граничному стані.

## 8. Граничний напружений стан зсувних ґрунтів

Підставивши (40) в (34), можна отримати:

$$\sigma_x = \frac{H \cdot \sin \theta (1 + \sin \varphi \cdot \cos 2\alpha)}{D_1} - H \quad (44)$$

Межі зміни кута  $\alpha$  (між найбільшою головною ефективною напругою  $\sigma_1$  і віссю  $X$  залежать від виду напруженого стану  $У$  першому випадку, для зони стиснення (пасивного тиску):

$$0 \leq \alpha \leq 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \quad (45)$$

У другому випадку, для зони розтягування (активного тиску):

$$45^\circ - \frac{\varphi}{2} \leq \alpha \leq 90^\circ \quad (46)$$

Таким чином, зона стиснення («пасивна») розташовується в нижній частині зсувного масиву, а зона розтягування («активна») – у верхній. У загальному вигляді це показано на рис. 3.



Рисунок 3 – Схема розташування зон розтягування, плоскопаралельного переміщення і стиснення в зсувному масиві [49]

Між зонами розтягування і стиснення розташовується область плоскопаралельного переміщення, яка може бути досить протяжною. Аналогічні картини розподілу напруг отримують і в кінцево-елементних розрахунках [48]. На рис. 4 показано розподіл напружень  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  по глибині  $y/y^*$  ґрунтового масиву, що знаходиться в стані граничної рівноваги, при  $\theta = 20^\circ$ ,  $\varphi = 30^\circ$  і  $r_u = 0,5$  [49]. Аналогічну форму ці графіки мають і при інших значеннях  $\theta$ ,  $\varphi$  і  $r_u$ .

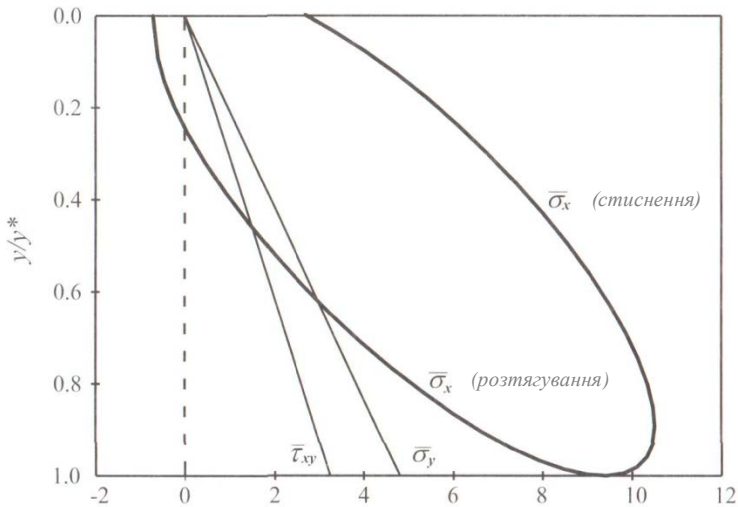


Рисунок 4 – Розподіл безрозмірних напружень  $\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y, \bar{\tau}_{xy}$  по глибині  $y/y^*$  зсувного масиву при  $\theta = 20^\circ, \varphi = 30^\circ$  і  $r_u = 0,5$  [49]

Дотична напруга  $\tau_{xy}$  і вертикальна нормальна ефективна напруга  $\sigma_y$  лінійно збільшуються з глибиною, досягаючи максимальних значень на поверхні ковзання. На рівні денної поверхні значення цих напруг дорівнюють нулю.

Горизонтальні нормальні напруги  $\sigma_x$  розподіляються в товщі зсуву в залежності від виду напруженого стану. У стислій зоні вони плавно зростають зі збільшенням глибини, а навколо поверхні ковзання – дещо зменшуються. Це явище пояснює природу прояву не «поверхонь ковзання», а так званих «зон деформованого горизонту» [50], які можуть мати значну товщину.

Фізико-механічні властивості ґрунтів у цих зонах і в навколишньому масиві відрізняються. У розтягнутій зоні у верхній частині зсуву нормальні напруги мають негативні значення. Цим пояснюється наявність тріщин на поверхні відриву. Використовуючи отримані залежності, можна визначити глибину розвитку цих тріщин. У розрахунках стійкості ці ділянки необхідно виключати.

Із графіків у розтягнутій зоні видно, що на розвиток зон з негативними значеннями напруг найбільше впливають зміни зчеплення ґрунту  $C$  і кута внутрішнього тертя  $\varphi$ . При певних співвідношеннях розтягуючі зусилля можуть розвиватися на половину товщі зсувного масиву.

Зони тріщин відриву можуть розташовуватися в широких межах як по глибині, так і в плані. Отримані результати дозволяють визначати ділянки зсуву, які необхідно виключати з розрахунків, що виконуються «відсіковими методами».

## **9. Алгоритмізація методів граничної рівноваги для дослідження зсувних масивів**

Основоположником розробки математичних методів граничної рівноваги слід вважати Франсе (Франція, 1820 р.). Саме Франсе вперше використав закон Кулона для опису опору зрушення пісків в залежності від навантаження. Вінклер (1872 р.) запропонував формули для оцінки ступеня стійкості земляного масиву по нахиленій площині. Гіпотеза стосовно круглоциліндричної поверхні ковзання вперше знайшла своє відображення (застосування) у розрахунках Колена (Франція, 1846 р.). Застосувавши цю гіпотезу, шведський інженер К. Петерсон у 1916 році вперше розрахував підпірну стінку. Першим, хто запропонував поділити зсувний ґрунтовий масив на ряд вертикальних монолітних стовпчиків, слід вважати саме Свена Хюльтіна (1919 р.) [51]. У подальшому розвиток та удосконалення цих методів знайшли своє відображення у працях А. Бішоп, Е. Спенсер, Н.М. Герсеванова, М.Н. Гольдштейна, С.С. Голушкевича, М.І. Горбунова-Посадова, М.М. Гришина, Г. Крея, М.М. Маслова, В.В. Соколовського, Е. Спенсера, Д. Тейлора, К. Терцагі, В. Фелленіуса, В.С. Христофорова, В.К. Цветкова, Р.Р. Чугаєва, Г.М. Шахунянца, П.І. Яковлева та інших вчених-дослідників [52–61].

Метод Г.М. Шахунянца застосовується для схилів із фіксованою поверхнею руйнування. Поверхня ковзання в даному випадку набуває вигляду ламаної лінії у вертикальній площині (рис. 5).

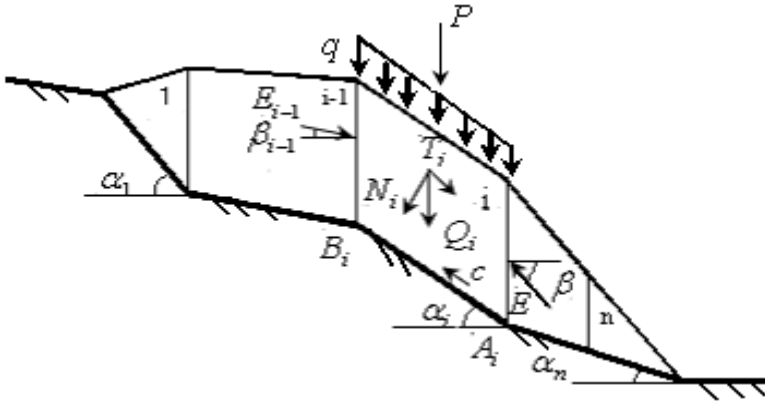


Рисунок 5 – Розрахункова схема схилу на випадок зсувного масиву ґрунту з фіксованою поверхнею ковзання

Коефіцієнт стійкості в даному випадку визначається як:

$$K_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n F_{ymp}}{\sum_{i=1}^n F_{зр}} \quad , \quad (47)$$

де  $F_{ymp}$  – сила, що утримує схил від руйнування;  $F_{зр}$  – сила зрушення, тобто сила, що викликає руйнування.

У методі круглоциліндричних поверхонь ковзання, запропонованому В. Фелленіусом та К. Терцагі, коефіцієнт стійкості визначається за принципом «методу моментів». Із трьох рівнянь статки використовується лише одне – рівняння моментів. У даному випадку величина стійкості (коефіцієнт стійкості) визначається як відношення моменту утримуючих сил  $M_{ytr}$  до моменту сил, які зрушують схил  $M_{зр}$ :

$$K_{cm} = \frac{M_{ymp}}{M_{зр}} = \frac{\left( \sum_{i=1}^n N_i \cdot \text{tg} \varphi_i + \sum_{i=1}^n C_i \ell_i \right) \cdot R}{\sum_{i=1}^n T_i R} \quad , \quad (48)$$

де  $T_i$  і  $N_i$  – відповідно дотична і нормальна до лінії руйнування складові ваги  $i$ -того блоку ( $T_i = P_i \cos \alpha_i$ ,  $N_i = P_i \sin \alpha_i$ );  $\ell_i$  – довжина ділянки руйнування  $i$ -того блоку;  $R$  – радіус кривої, за якою відбувається руйнування.

В інтерпретації К. Терцагі даний метод застосовують для первинних схилів, тобто для схилів, де положення поверхні ковзання встановлюється у процесі розрахунку [46]. Не можна не згадати методи, розроблені та запропоновані Янбу, Моргенштерном і Прайсом, а також Спенсером [44, 52, 58]. Всі ці методи можна застосовувати у випадках круглоциліндричних і довільних поверхонь ковзання. В основу більшості методів визначення стійкості зсувного

схилу покладена умова рівноваги одразу всього масиву. Ці методи отримали назву інтегральних методів [62].

Основними недоліками зазначених методів є: визначення поверхні ковзання з елементами випадковості, що призводить до недостатнього забезпечення необхідної імовірності розрахунку при малій кількості поверхонь; відсутність встановленого зв'язку між поверхнею руйнування і фізико-механічними властивостями ґрунту; відсутність врахування бічного розширення ґрунту. Незважаючи на ці недоліки, широкомасштабне застосування розрахункових коефіцієнтів стійкості і величин зсувного тиску, що триває багато десятиліть, підтвердило, що вони досить задовільно описують реальний стан зсувних масивів [63]. Відхилення розрахункових результатів від того, що має місце на практиці, зумовлені не стільки недосконалістю методів розрахунків, скільки недосконалістю визначення міцнісних показників ґрунтових масивів, які використовуються в цих розрахунках, а в ряді випадків – не зовсім вірними прийнятими в розрахунках положеннями поверхонь ковзання, що не відповідають їх просторовому положенню в дійсності.

## **10. Програма Landslip прикладних розрахунків зсувних масивів за методами граничної рівноваги**

На основі розрахункових формул методів Маслово-Берера і Шахунянца був розроблений загальний чисельний алгоритм і написана програма мовою програмування JAVA. Одна з останніх версій програми, що дістала назву LandSlip07 [64], призначена для чисельного моделювання напруженого стану зсувонебезпечних схилів: визначення коефіцієнта стійкості методом Маслово-Берера або Шахунянца і величини зсувного тиску. У результаті доопрацювання на сьогодні у новій версії програми Landslip можливе автоматизоване вирішення додаткових завдань:

1. Чисельне визначення коефіцієнта ризику зрушення зсувонебезпечних схилів.

2. Вирішення зворотних задач механіки ґрунтів щодо визначення фізико-механічних характеристик зсувонебезпечних схилів.

Для вивчення еволюції коефіцієнта стійкості і зсувного тиску зсувного схилу при збільшенні рівня ґрунтових вод та вироблення відповідних рекомендацій відносно його стабілізації було проведене чисельне моделювання наступного схилу (рис. 6).

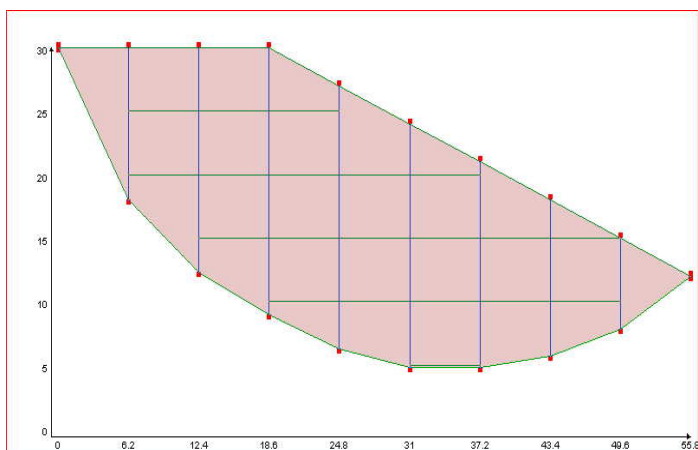


Рисунок 6 – Вертикальний переріз схилу в програмі Landslip<sup>1</sup>

Для тестування нової комп'ютерної програми Landslip були виконані розрахунки стійкості схилу методами Маслово-Берера і Шахунянца. Проведені розрахунки показали достовірність результатів. У той же час при розрахунку на ПК були отримані несуттєві відмінності у кількісному значенні коефіцієнта стійкості схилу. Це пов'язано, в першу чергу, з похибками у заданні геометрії схилу, а також з тим, що ряд геометричних характеристик схилу у книзі (див. сноску) розраховувався за наближеними та осередненими значеннями. Це, відповідно, вплинуло на точність визначення зсувних та утримуючих сил по кожному окремому елементу, а в кінцевому підсумку – і на сумарні їх величини. Тестування програми Landslip виконувалося також стандартними методами, прийнятими у програмуванні – згущенням розрахункової сітки у два і чотири рази.

### 10.1. Порівняльний аналіз тестування канадської програми SLOPE/W і Landslip.

Було запропоновано сумісне польсько-українське тестування нової версії програми Landslip у конструкторському бюро KWB "TUROW". Програма тестування складалася із серії розрахунків зсувних схилів за допомогою програми Landslip і канадської програми SLOPE/W (рис. 7) [65].

Програма тестування двох програм містила в собі наступні серії розрахунків для ідентичних зсувних перерізів:

1. Тестування схилу (рис. 6).
2. Тестування для обводненого схилу.
3. Тестування для різних коефіцієнтів  $C$  і  $\varphi$ .

Перша серія розрахунків. На рис. 6 наведені отримані перерізи зсувного схилу, які задаються за програмою Landslip та канадською програмою SLOPE/W відповідно.

<sup>1</sup> Приклад взято з книги: Маслово Н.Н. Прикладная механика грунтов / Николай Николаевич Маслово. – М. Изд-во Министерства строительства предприятий машиностроения, 1949 г. – 328 с. (Приклад у книзі зображений на рис. 140, стор. 265, а його розрахунки наводяться на стор. 268)

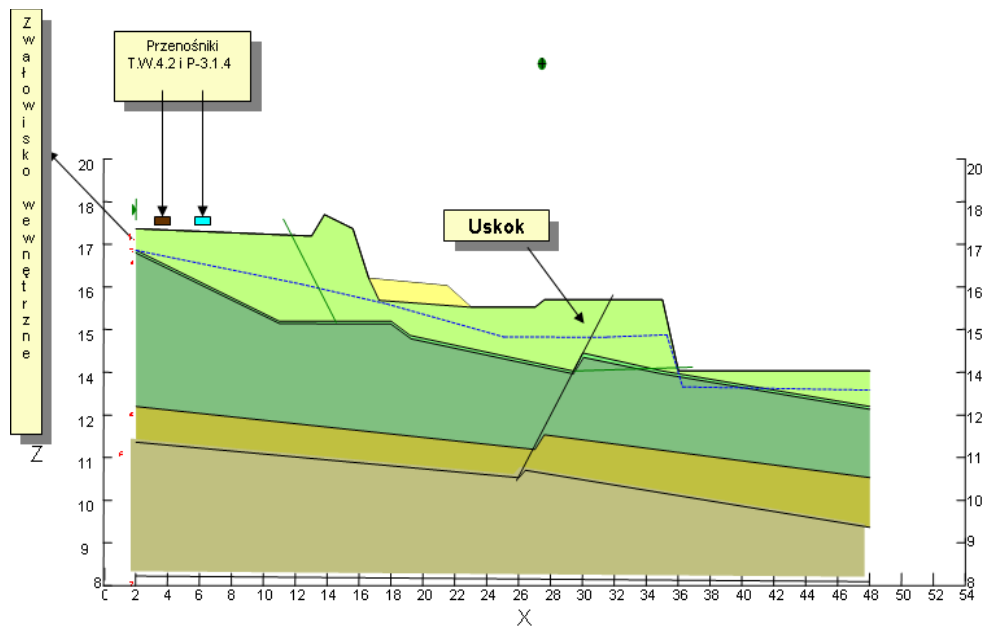


Рисунок 7 – Зображення зсуву у канадській програмі SLOPE/W

Значення коефіцієнта стійкості за канадською програмою та програмою Landslip наступні:

1) за канадською програмою – 1.23 (метод Бішопа), за нашою – 1.23 (метод Шахунянца). Абсолютна похибка 0;

2) за канадською програмою – 1.13 (метод Спенсера), за нашою – 1.15 (метод Маслова-Берера). Абсолютна похибка 0.02.

Друга серія розрахунків. Розрахунки були продовжені за двома програмами для ідентичних зсувних перерізів з різним розташуванням депресійних кривих в схилі (рис. 8).

У результаті розрахунків для першого варіанта розташування депресійної кривої (рис. 8) отримані наступні значення коефіцієнта стійкості. Програма: SLOPE/W – Bishop Method = 0.92; Landslip – Shahynianc Method = 1.08 (абсолютна похибка 0.16); SLOPE/W – Spenser Method = 1.031; Landslip – Maslov-Berer Method = 1.23 (абсолютна похибка 0.199).

У результаті розрахунків другого варіанта розташування депресійної кривої отримані наступні значення коефіцієнта стійкості. Програма: SLOPE/W – Bishop Method = 0.71; Landslip – Shahynianc Method = 0.82 (абсолютна похибка 0.11); SLOPE/W – Spenser Method = 0.78; Landslip – Maslov-Berer Method = 1.05 (абсолютна похибка 0.27).



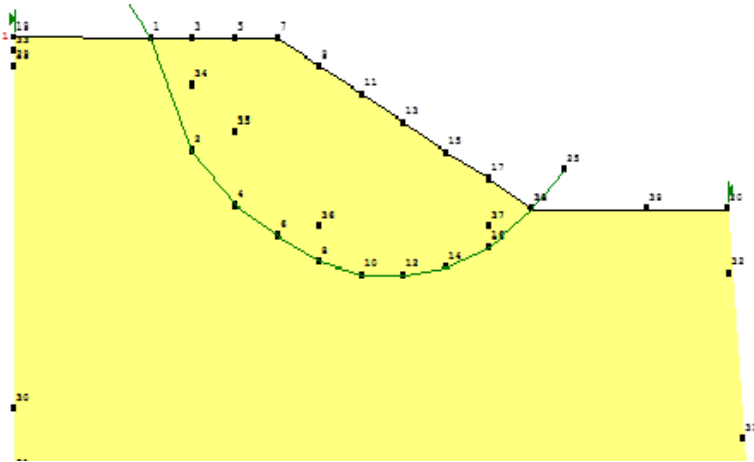


Рисунок 8 – Завдання несуттєвого обводненого зсувного схилу у програмі SLOPE/W

Третя серія розрахунків. Досліджувався вплив значення коефіцієнта та питомого зчеплення ґрунту  $C$  на коефіцієнт стійкості, який буде отриманий за допомогою програми SLOPE/W та програми Landslip для зсувного масиву (рис. 6). Дані порівняння розрахунків за двома програмами наведені у табл. 1.

Таблиця 1 – Порівняльний аналіз впливу коефіцієнта  $C$

№	C	Canadian programe		Ukrainian programe	
		Bishop	Spenser	Shahunianc	Maslov
1	0.5	1.11	1.22	1.08	1.12
2	1.8	1.13	1.23	1.16	1.23
3	2.5	1.142	1.25	1.4	1.56

### 10.2. Порівняльний аналіз тестування програми PLAXIS і Landslip

Прийняття Закону України «Про авторське право і суміжні права» від 11 липня 2001 р. зумовило необхідність використання в розрахунках дорогих ліцензійних копій програмних комплексів. У табл. 2 наведено фрагмент одного з останніх прайс-листів програмного комплексу PLAXIS [66].

Таблиця 2 – Фрагмент прайсу програмного комплексу PLAXIS

Вартість однієї ліцензійної копії	
PLAXIS 3D 2010, First Licence	€24 000
PLAXIS 2D 2010 Suite, First Licence	€11 700
PLAXIS 2D, First Licence	€8 900

З огляду на неможливість придбання ліцензійних копій програмного комплексу PLAXIS більшістю інженерних компаній, що працюють на будівельному ринку України, доцільно використовувати традиційні методи розрахунку зсувних схилів на основі методів Маслова-Берера і методу

Шахунянца, рекомендованих ДБН [67] і реалізованих у програмному комплексі Landslip. Був проведений порівняльний аналіз двох програмних комплексів PLAXIS і Landslip для одного і того ж самого зсувного схилу. З цією метою числові розрахунки за методами Маслова-Берера і Шахунянца порівняні з більш точним чисельним рішенням на основі моделі Кулона-Мора, що реалізується в програмному комплексі PLAXIS.

Були розглянуті два типи ґрунтових умов: глина й пісок. На рис. 9 наведено переріз зсувного схилу в програмному комплексі PLAXIS. Аналогічний зсувний переріз у програмі Landslip має вигляд (рис. 10).

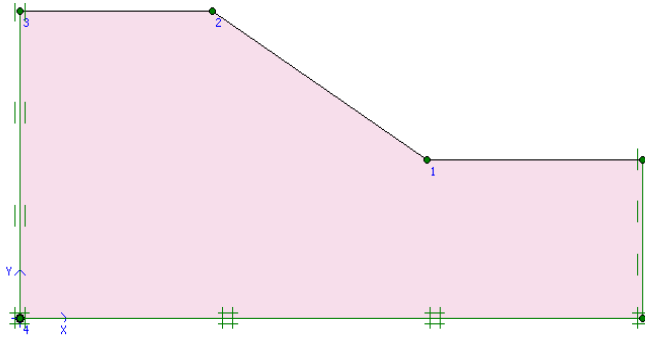


Рисунок 9 – Переріз зсувного схилу в програмі PLAXIS

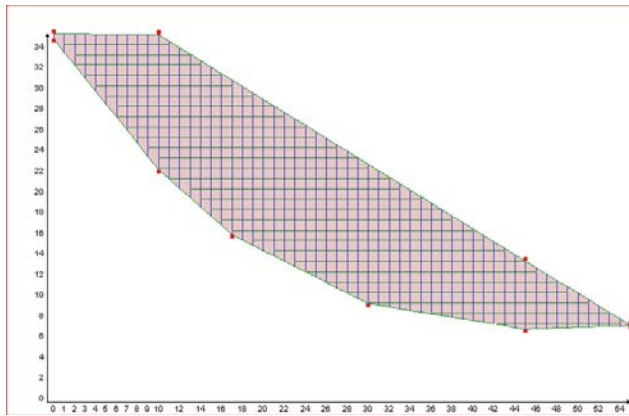


Рисунок 10 – Переріз зсувного схилу в програмі Landslip

Фізико-механічні характеристики ґрунтів у програмному комплексі PLAXIS були такими:

- пісок:  $\gamma_{\text{unsat}} = 16 \text{ кН/м}^3$ ;  $\gamma_{\text{sat}} = 20 \text{ кН/м}^3$ ;  $E_{\text{ref}} = 2,8 \cdot 10^4 \text{ кН/м}^2$ ;  $\nu = 0,3$ ;  $c = 2 \text{ кН/м}^2$ ;  $\varphi = 32^\circ$ ;
- глина:  $\gamma_{\text{unsat}} = 17 \text{ кН/м}^3$ ;  $\gamma_{\text{sat}} = 20 \text{ кН/м}^3$ ;  $E_{\text{ref}} = 2,1 \cdot 10^4 \text{ кН/м}^2$ ;  $\nu = 0,42$ ;  $c = 57 \text{ кН/м}^2$ ;  $\varphi = 18^\circ$ .

У програмному комплексі Landslip використовувалися такі характеристики:

- пісок:  $\gamma_{\text{unsat}} = 16 \text{ кН/м}^3$ ;  $\nu = 0,3$ ;  $c = 2 \text{ кН/м}^2$ ;  $\varphi = 32^\circ$ ;
- глина:  $\gamma_{\text{unsat}} = 17 \text{ кН/м}^3$ ;  $\nu = 0,42$ ;  $c = 57 \text{ кН/м}^2$ ;  $\varphi = 18^\circ$ .

Результати розрахунку тестового прикладу з використанням двох програмних комплексів наведено в табл. 3 і 4 для піску і глини.

Таблиця 3 – Порівняння результатів розрахунку для піску

№ з/п	Програма		Пісок	Абсолютна похибка	Відносна похибка
			$K_y$		%
1	Landslip	Метод Шахунянца	1,33	-0,21	18,75
		Метод Маслова-Берера	1,23	-0,11	9,82
2	PLAXIS		1,12		

Таблиця 4 – Порівняння результатів розрахунку для глини

№ з/п	Програма		Глина	Абсолютна похибка	Відносна похибка
			$K_y$		%
1	Landslip	Метод Шахунянца	1,61	0,03	1,83
		Метод Маслова-Берера	1,44	0,2	12,2
2	PLAXIS		1,64		

## Висновки

1. Наведено математичні моделі та крайові задачі нелінійної механіки ґрунту (моделей Біо та ін.), над якими велася робота протягом останніх 35 років, починаючи з узагальнених моделей пористопружного насиченого рідиною середовища (аналізу, вирішення крайових задач [68, 69] та ін.) до тестування розробленого програмного комплексу Landslip та вирішення будівельних задач з розрахунку зсувонебезпечних схилів, стійкості стінок котлованів, протизсувних споруд та ін. [70–74].

2. У результаті трьох серій проведених сумісних розрахунків отримано достатній збіг результатів за чисельними характеристиками зсувного тиску та коефіцієнта стійкості схилу за двома програмами. При зміні ступеня обводнення схилу канадська програма SLOPE/W реагувала сильніше. При зміні коефіцієнта питомого зчеплення ґрунту  $C$  сильніше реагувала програма Landslip. Таким чином, розходження між результатами розрахунків в усіх серіях порівняльного чисельного експерименту не перевищили 3–7%, що свідчить про можливість отримання адекватних результатів за новою версією програми Landslip07. Подальше тестування чергових версій програми Landslip передбачено за натурними даними KWB "TUROW" у найближчий час.

3. Виконано розрахунок коефіцієнта стійкості зсувного схилу з використанням програмного комплексу PLAXIS, побудованого на пружно-пластичній моделі ґрунту з критерієм міцності Кулона-Мора за другою та першою групою граничних станів, а також наближених методів Маслова-Берера і Шахунянца за допомогою програми Landslip за першою групою

граничних станів. Абсолютна похибка за методом Маслова-Берера для піску становила 0,21, а для глини – 0,03; відносна похибка для піску становила 18,75%, глини – 1,83%. Абсолютна похибка за методом Шахунянца для піску становила 0,11, для глини – 0,2; відносна похибка для піску становила 9,82%, для глини – 12,2%. Спільні розрахунки показали, що відносна похибка наближених числових методів Маслова-Берера і Шахунянца, реалізованих у програмі Landslip, для обчислення коефіцієнта стійкості розглянутого зсувного схилу не перевищує 12–19% для піску і глини порівняно з результатами програмного комплексу PLAXIS. Найкращі збіги характеризуються відносною величиною 1,83% (для глини за методом Маслова-Берера). Це свідчить про те, що наближені інженерні методи Маслова-Берера і Шахунянца можуть використовуватися інженерами-проектувальниками на початкових етапах проектування протизсувних споруд та оцінки зсувної небезпеки.

4. Порівняльні чисельні тести програмних комплексів PLAXIS і Landslip необхідно продовжити в більш широкому діапазоні ґрунтових умов і геометрії зсувних масивів з урахуванням сейсмічних чинників, ґрунтових вод тощо, визначення похибок. Це дасть змогу українським проектувальникам, не порушуючи Закон України «Про авторське право і суміжні права» від 11 липня 2001 р., отримувати оціночні результати на більш доступних порівняно з дорогим програмним комплексом PLAXIS програмних комплексах.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Lacasse S. 8th Terzaghi Oration Protecting society from landslides – the role of the geotechnical engineer. Proceedings of the 18th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Paris 2013. – P. 15–34.
2. Sassa K. (2005) Landslides: Risk analysis and sustainable disaster management [Online], <http://www.ebook3000.com/Kyoji-Sassa-Landslides-Risk-Analysis-and-Sustainable-Disaster-Management-147509.html>.
3. Margottini C., Vilimek V. (2014) The ICL Network on "Landslides and Cultural & Natural Heritage (LACUNHEN)". Landslides 11, ISSN:1612-510X: 934–938.
4. Lollino, G. (2014) Engineering Geology for Society and Territory IAEG XII Congress Volumes Lollino, Giorgio (Ed.), 8643 p. 8 volume-set.
5. Highland L., Bobrowsky P. (2008) The Landslide Handbook – A Guide to Understanding Landslides: Reston, U.S. Geological Survey Circular, Virginia. – 129 p.
6. The U.S. Geological Survey Landslide Hazards Program 5-Year Plan 2006-2010. U.S. Department of the Interior. U.S. Geological Survey
7. National Landslide Hazard Mitigation Strategy – A framework for loss reduction / Circular 1244. U.S. Department of the Interior. USGL.
8. Ученые: Сильные землетрясения могут быть во всей Украине [Новости Украины / 23 марта 2011 | 08:51](http://for-ua.com/ukraine/2011/03/23/085121.html) Режим доступа: <http://for-ua.com/ukraine/2011/03/23/085121.html>
9. Trofymchuk O., Kaliukh I., Hlebchuk H., Berchun V. (2013) Experimental and analytical studies of landslides in the south of Ukraine under the action of natural seismic impacts // Earthquake-Induced Landslides. Proceedings of the International Symposium on Earthquake-Induced Landslides, Kiryu, Japan, 2012. Springer-Verlag Berlin Heidelberg: 883–890.
10. Kaliukh I. (1999) Application of modern information technologies, mathematical methods and measure instruments for registration and forecasting evolution of the process in the dangerous areas. – Kiev: Society “Knowledge”. – 64 p.

11. Терцаги К. Теория механики грунтов. – М: Госстройиздат, 1961. – 508 с.
12. Fillunger P. Versuche über die Zugfestigkeit bei allseitigem Wasserdruck / Osterr Wochenschrift für den öffentl Baudienst. – 1915. – Н 29. – Р. 443–448.
13. Герсеванов Н.М., Польшин Д.Е. Теоретические основы механики грунтов и их практические применения. – М.: Стройиздат, 1948. – 248 с.
14. Зарецкий Ю.К. Теория консолидации грунтов. – М.: Наука, 1967. – 272 с.
15. Гринченко В.Т., Мелешко В.В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. – Киев: Наук, думка, 1981. – 284 с.
16. Улитко А.Ф. Векторные разложения в пространственной теории упругости. – Киев: Академперіодика, 2002. – 342 с.
17. Горбунов-Посадов М.И., Маликова Т.А. Расчет конструкций на упругом основании. – М.: Стройиздат, 1973. – 627 с.
18. Ермоленко Н.П., Трофимчук А.Н. Динамические контактные задачи для упругопористых водонасыщенных сред // Тез. докл. III Всесоюз. конф. Смешанные задачи механики деформируемого тела.: – Харьков, 1985. – С. 198.
19. Исследования сейсмостойкости реакторного отделения атомной станции с учетом взаимодействия с основанием / В.М. Сеймов, А.Н. Трофимчук, О.А. Савицкий, М.Д. Бородай, Н. П. Ермоленко // Сейсмостойкое стр-во. – 1998. – № 1. – С. 16–19.
20. Нестационарные взаимодействия конструкций с усложненными средами / В.М. Сеймов, А.И. Ермоленко, Б.Н. Островерх, А.Н. Трофимчук // Гидромеханика. – Киев: Наук, думка, 1996. – Вып. 70. – С. 126–141.
21. Поручиков В.Б. Методы динамической теории упругости. – М.: Наука, 1986. – 328 с.
22. Флорин В.А. Основы механики грунтов. – М.;Л.: Госстройиздат, 1959. – 248 с.
23. Biot M.A. The interaction of Rayleigh and Stoneley waves in ocean bottom // Bull. Seism. Soc. Amer. – 1952. – 42, № 1. – Р. 81–92.
24. Био М.А. Обобщенная теория распространения акустических волн в диссипативных пористых средах // Там же. – С. 135–155.
25. Довгий С.О., Лялько В.І., Трофимчук О.М. та ін. Інформатизація космічного землезнавства. – К.: Наук. Думка. – 2001. – 606 с.
26. Zienkiewicz O.C., Pastor M., Rubio C. Respuesta sismica de presas de materiales sueltos // Ing. civ. – 1995. – № 100. – Р. 97–103.
27. Drucker D. C, Prager M. Soil mechanics and plastic analysis or limit design // Quart. Appl. Math. – 1952. – № 10. – Р. 157–165.
28. Roscoe K.H., Schofield A.N., Wroth C.P. On the yielding of soils // Geotechnique. – 1958. – № 8. – Р. 22–53.
29. Николаевский В.Н. Механические свойства грунтов и теория пластичности // Итоги науки и техники. Механика деформации тв. тела. – 1971. – Т. 6. – С. 36–55.
30. Николаевский В.Н. Успехи механики деформируемых сред. – М.: Наука, 1975. – С. 397–413.
31. Бойко И.П., Дельник А.Е. Пластическое течение дилатирующих грунтов в основании свайных фундаментов // VI Всес. съезд по теорет. и прикл. механ.: Тез. докл. – Ташкент: Фан, 1986. – С. 120.
32. Бойко И.П., Нечипоренко В.С., Обухов А.В. Исследование взаимодействия заглубленного упругого штампа с физически нелинейным основанием с учетом трения на контакте // V Всес. конф. по статике и динамике пространственных конструкций: Тез. докл. – Киев, КИСИ, 1985. – С. 28.
33. Бугров А.К., Нарбут Р.М. и др. Исследование грунтов в условиях трехосного сжатия. – Л.: Стройиздат, 1987. – 185 с.
34. Определяющие законы механики грунтов. Механика, новое в зарубежной науке, № 2. – М.: Мир, 1975. – 230 с.
35. Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. – М.: Мир, 1977. – 350 с.
36. Хархута Н.Я., Иевлев В.М. Реологические свойства грунтов. – М.: Автотрансиздат, 1961. – 76 с.
37. Рыжов А.М. Введение в нелинейную механику грунтов и физическое

- моделирование оснований. – Запорожье: РИП «Видавель», 1995. – 448 с.
38. Гольденблат И.И., Копнов В.А. Критерии прочности и пластичности конструкционных материалов. – М.: Машиностроение, 1968. – 191 с.
39. Фисенко Г.Л. Устойчивость бортов карьеров и отвалов. – М.: Л.: Недра, 1965. – 378 с.
40. Хилл Р. Математическая теория пластичности / Р. Хилл. – М.: ГИТТЛ, 1956. – 407 с.
41. Строганов А.С. Несущая способность пластически неоднородного основания, ограниченного жестким подстилающим слоем / А.С. Строганов // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1974. – № 6 – С. 23–26.
42. Соколовский В.В. Статика сыпучей среды / В. В. Соколовский. – М., 1960. – 243 с.
43. Coulomb C. Essai sur une application des regies de maximis et minimis a quelques problèmes de statique relatifs a l'architecture / C. Coulomb // Mémoires de Mathématique & de physique, présentes a l'Académie Royale des Sciences. – 1773. – V. 7. – P. 343–382.
44. Morgenstern N.R. The analysis of the stability of general slip surfaces // N.R. Morgenstern, V.E. Price // Geotechnique. – 1965. – 15. – № 1. – P. 79–93.
45. Savage W.Z. A model for the plastic flow of landslides / W.Z. Savage, W.K. Smith // U. S. Geological Survey Professional Paper 1385. – 1986. – 32 p.
46. Terzaghi K. Mechanism of landslides / K. Terzaghi // Applications of Geology to Engineering Practice. – New York: Geological Society of America, 1950. – P. 83–123.
47. Соколовский В.В. Теория пластичности / В.В. Соколовский. – М.: Высш. шк., 1969. – 608 с.
48. Chang Y.L. Slope stability analysis using strength reduction technique / Y.-L. Chang, T.-K. Huang // Journal of the Chinese Institute of Engineers. – 2005. – Vol. 28. – №. 2. – P. 231–240.
49. Маций С.И. Противооползневая защита – Краснодар: АлВи-дизайн, 2010. – 288 с.
50. Билеуш А.И. Оползни и противооползневые мероприятия / А.И. Билеуш. – К.: Наукова думка, 2009. – 330 с.
51. Яковлев П.И. Взаимодействие сооружений с грунтом / Яковлев П.И., Бибичков А.Г., Бибичков А.А. – М.: Недра, 1997. – 464 с.
52. Bishop A.W. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes / A.W. Bishop // Geotechnique. – 1955. – V. 5, No. 1. – P. 7–17.
53. Богомолов А.Н. Расчет устойчивости однородного откоса на основе приближенного решения смешанной задачи теории упругости и теории пластичности грунта / А.Н. Богомолов, О.А. Вихарева // Городские агломерации на оползневых территориях: междунар. науч. конференция, 2003 г.: тезисы докл. – Волгоград, 2003. – С. 45–51.
54. Дранников А.М. Оползни на автомобильных дорогах / Дранников А.М., Стрельцес Г.В., Купраш Р.П. – М.: Транспорт, 1972. – 160 с.
55. Друккер Д. Механика грунтов и пластический анализ или предельное проектирование // Определяющие законы механики грунтов / Д. Друккер, Б. Прегер. – М.: Мир, 1975. – С. 166–177. – (Механика: Новое в зарубежной науке; 2).
56. Калюх Ю.И. Методы расчета оползневой опасности в сейсмических районах / Ю.И. Калюх, Ю.Г. Жуковский, М.Н. Рыжий // Будівельні конструкції : міжвід. наук.-техн. зб. – 2004. – Вип. 60. – С. 386–391.
57. Проблеми, які потребують наукових досліджень при проектуванні й будівництві в умовах зсувних територій / Ю.Й. Великодний, С.В. Біда, В.А. Титаренко, А.М. Ягольник // Галузеве машинобудування, будівництво: зб. наук. праць. – 2002. – Вип. 9. – С. 24–27.
58. Spencer E. A. Method of Analysis of the Stability of Embankments Assuming Parallel Inter-Slice Forces / E. Spencer // Geotechnique. – 1967. – Vol. 17, No. 1. – P. 11–26.
59. Черный Г.И. Устойчивость подрабатываемых бортов карьеров / Гелий Иванович Чёрный. – М.: Недра, 1980. – 216 с.
60. Гинзбург Л.К. Противооползневые удерживающие конструкции / Гинзбург Л.К. – М.: Стройиздат, 1979. – 80 с.
61. Маслов Н.Н. Основы инженерной геологии и механики грунтов / Маслов Н.Н. –

М.: Высшая школа, 1982. – 511 с.

62. Гольдштейн М.Н. Механика грунтов, основания и фундаменты: учебник для вузов ж.-д. трансп. / Гольдштейн М.Н., Царьков А.А., Черкасов И.И. – М.: Транспорт, 1981. – 320 с.

63. Рекомендации по комплексным мерам защиты зданий и сооружений на оползнеопасных склонах / Авт.: И.П. Бойко, А.В. Абросимов, Я.И. Червинский, Л.К. Гинзбург и др. // К.: НИИСК Госстроя СССР, 1989. – 296 с.

64. Комп'ютерна програма "Програма комп'ютерного моделювання напружено-деформованого стану схилів в умовах зміни інженерно-геологічних умов: підтоплення, землетрусів та інженерної підготовки територій (LANDSLIP07)" / Глебчук Г.С., Трофимчук О.М., Калюх Ю.І. // Свід-во про реєстр. авт. права на твір №26501. Дата реєстрації 18.11.2008. – Київ: Держ. департ. інтелект. власності, 2008. Офіц. бюлетень «Авторське право і суміжні права», № 17, 2008. – С. 334–335.

65. Rugij M., Kalyukh Y., Dudarenko A., Milkowski D. The first Polish-Ukrainian workshop with testing programs LANDSLIP and SLOPE/W, in the geotechnical laboratory at KWB „TURUW” S. A. // V Yubileiszova Szkola Geomechaniki. – Gliwice-Ustron: Poland – 2001. – P. 101–114.

66. Прайс-лист программного комплекса Plaxis. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.plaxis.nl/shop/69/info//PLAXIS+2D+2010/>

67. Державні будівельні норми України. ДБН В.І.І-3-97. Інженерний захист територій будівель та споруд від зсувів та обвалів. Основні положення. Видання офіційне. – К.: Держбуд України, 1998. – 40 с.

68. Трофимчук А.Н. Об уравнениях динамики многофазных грунтовых сред. – Депонированная рукопись. – Киевский государственный университет им. Т.Г. Шевченко. – Сб. Теоретическая и прикладная гидродинамика. – 1984. – С. 143–159.

69. Трофимчук А.Н., Гомилко А.М., Савицкий О.А. Динамика пористоупругих насыщенных жидкостью сред. – К.: Наук. думка. – 2003. – 232 с.

70. Будівництво у сейсмічних районах України: ДБН В.1.1-12:2013. (українською мовою) – [Чинний від 2014-10-01] / – К.: Мінрегіонбуд, 2014. – 118 с. – (Нормативний документ Мінрегіонбуду України). (Трофимчук О.М. та ін.)

71. Arrangement of deep foundation pit in restricted conditions of city build-up in landslide territory with considering of seismic loads of 8 points (in English) // Proceedings XVI ECSMGE 2015. – 535–540. (Trofymchuk O., etc.)

72. Use Accelerogram of Real Earthquakes in the Evaluation of the Stress-Strain State of Landslide Slopes in Seismically Active Regions of Ukraine (in English) // Engineering Geology for Society and Territory – Volume 2. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2014. – p. 1343–1346. (Trofymchuk O., etc.)

73. Activation of landslides in the south of Ukraine under the action of natural seismic impacts (experimental and analytical studies) (in English) // Journal of Environmental Science and Engineering B, ISSN 2162-5271. February 2013. – vol. II, № 2. – P. 68–76. (Trofymchuk O., etc.)

*Стаття надійшла до редакції 30.03.2016*

УДК 519.854.2

**В.А. ВАСЯНИН, Л.П. УШАКОВА**

**ЗАДАЧИ ПОСТРОЕНИЯ ДОСТАВОЧНЫХ И СБОРОЧНЫХ  
МАРШРУТОВ ПЕРЕВОЗКИ МЕЛКОПАРТИОННЫХ ГРУЗОВ ВО  
ВНУТРЕННИХ ЗОНАХ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ АВТОТРАНСПОРТНОЙ  
СЕТИ**

***Аннотация.** В работе приведены основные принципы и схемы организации перевозок мелкопартионных грузов во внутренних зонах обслуживания магистральных узлов иерархической транспортной сети. Обсуждаются технические и экономические аспекты обработки и транспортировки грузов. Проведен обзор задач маршрутизации и методов и алгоритмов их решения. Предложено несколько математических формулировок задач построения доставочных и сборочных маршрутов для перевозки мелкопартионных грузов с использованием неограниченного и ограниченного неоднородного парка транспортных средств и дополнительными ограничениями. Отмечается возможность решения сформулированных задач с помощью известных пакетов смешанного и целочисленного линейного программирования.*

***Ключевые слова:** задачи комбинаторной оптимизации, математические модели маршрутизации транспортных средств, автотранспортные перевозки, мелкопартионные грузы*

**Введение**

Как правило, существующие и проектируемые автотранспортные сети имеют иерархическую структуру и состоят из децентрализованной магистральной сети и внутренних сетей магистральных узлов. В данной работе предполагается, что многоуровневая структура автотранспортной сети перевозок мелкопартионных грузов уже определена и известны географическое расположение магистральных узлов и их внутренние зоны обслуживания [1]. Здесь и далее под мелкопартионными грузами понимаются тарно-штучные грузы унифицированного размера. Во внутренней зоне каждого магистрального узла находятся доставочные и сборочные узлы, которые могут обмениваться грузами между собой и со всеми другими узлами иерархической сети только через этот магистральный узел. Возникает задача построения рациональных кольцевых маршрутов транспортных средств с центральным магистральным узлом. В работе рассматриваются вопросы организации перевозок во внутренних зонах магистральных узлов, приводятся основные принципы и схемы, заложенные в основу построения маршрутов. Обсуждаются технические и экономические особенности и характеристики реальных транспортных процессов, которые должны быть учтены при формировании целевых функций математических моделей задач маршрутизации на уровнях долгосрочного и текущего планирования и оперативного управления. Приводятся классификация задач маршрутизации по основополагающим признакам и библиографический обзор литературы, посвященной их решению. Предложено несколько вариантов математических



постановок задачи, которые основаны на известных типовых моделях и могут быть использованы при проектировании рабочего парка и маршрутов транспортных средств для обслуживания узлов во внутренней зоне магистрального узла. Обсуждаются методы и алгоритмы, применяемые в настоящее время для решения задач подобного класса. Предложенные математические модели для решения рассматриваемых задач включены в состав математического обеспечения автоматизированной информационно-аналитической системы поддержки принятия решений (АИАС ППР), которая разрабатывается в Институте телекоммуникаций и глобального информационного пространства НАН Украины [2].

## 1. Основные принципы и схемы перевозок

При изложении материала используются сокращения: транспортное средство (ТС) – автомобили и автомобильные прицепы; депо и клиенты – места размещения парка ТС и обслуживаемые узлы во внутренней зоне магистрального узла.

Приведем основные принципы организации внутриузловых перевозок:

- для выполнения перевозок используются только кольцевые (замкнутые, циклические) маршруты ТС с одним или несколькими депо во внутренней зоне магистрального узла;

- каждый клиент может обслуживаться только одним ТС (возможно с одним или двумя прицепами);

- кузова автомобилей и прицепов должны быть оборудованы так, чтобы давать возможность погрузки и выгрузки грузов с боковых бортов и заднего борта кузова;

- все ТС и грузовые поддоны после обслуживания клиентов должны возвращаться в депо. Загруженный в магистральном узле прицеп может быть оставлен на некоторое время в местах дислокации клиентов для выгрузки и погрузки больших объемов грузов. Загруженный клиентом прицеп возвращается в магистральный узел и депо тягловым ТС при очередном посещении клиента;

- могут использоваться ТС разных типов с разной грузоподъемностью и начальной продажной стоимостью, т.е. допускается неоднородность (гетерогенность) рабочего парка транспортных средств (РП ТС);

- в течение рабочего дня одно и то же ТС может быть использовано для перевозки грузов несколько раз и не обязательно по одному и тому же маршруту;

- в отдельных случаях при оперативном перераспределении потоков грузов и маршрутов ТС из-за возникновения временных перегрузок и непредвиденных ситуаций в сети перевозок допускается обслуживание любого клиента несколькими ТС;

- магистральный узел сортирует грузы (поступающие в него из магистральной сети и адресованные во внутреннюю зону узла) по местам дислокации клиентов во внутренней зоне. Отсортированные грузы могут быть сгруппированы и погружены на поддоны для каждого клиента. Грузы на поддонах перевозятся только в грузовых отсеках автомобиля, доступ к которым возможен со всех бортов. Для мелких партий грузов, перевозимых без поддонов, должна применяться погрузка по правилу «последний пришел,

первый вышел» (Last Input, First Output, LIFO). Большие партии грузов, предназначенные одному клиенту, перевозятся общей массой (навалом), без упорядочения;

– клиенты не сортируют грузы по адресам назначения, а отправляют их в магистральный узел, загружая ТС общей массой (навалом), поэтому обмен грузами между клиентами во внутренней зоне возможен только через магистральный узел этой зоны;

– все грузы из магистрального узла к клиентам и все грузы от клиентов в магистральный узел должны быть доставлены в течение 24 часов (принимается восьмичасовой рабочий день водителей в дневную и ночную смену). Здесь предполагается, что во внутреннюю зону каждого магистрального узла включены только такие клиенты, которые могут быть обслужены в течение рабочего дня водителя с учетом времени возвращения ТС в депо;

– могут быть заданы жесткие временные горизонты (временные окна – Time Window, TW) для отправления и получения грузов в магистральном узле и для получения и отправления грузов в местах дислокации клиентов.

Для организации перевозок во внутренних зонах магистральных узлов можно применять в основном следующие три схемы перевозки грузов на проектируемых маршрутах ТС:

– доставочные маршруты для перевозки грузов из магистрального узла к клиентам;

– сборочные маршруты для перевозки грузов от клиентов к магистральному узлу;

– комбинированные маршруты, на которых разрешено выгружать и погрузить грузы в местах дислокации клиентов.

На рис. 1 проиллюстрированы фрагменты внутриузловой сети, схематично показаны циркулирующие потоки и пример кольцевых маршрутов.

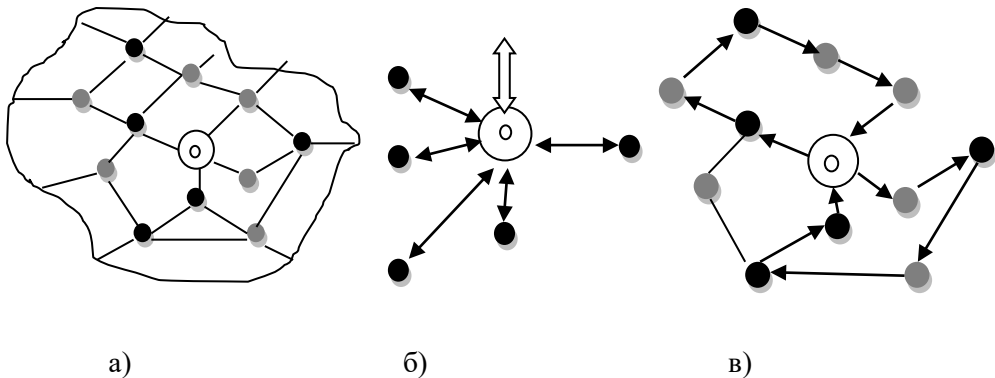


Рисунок 1 – а) внутриузловая сеть с центральным магистральным узлом и депо, места дислокации клиентов закрашены черным цветом, а транзитные дорожные узлы – серым, участки дорог показаны линиями; б) входящие и исходящие магистральные потоки (широкая стрелка), и внутриузловые потоки к клиентам и от клиентов (простая стрелка); в) два циклических маршрута транспортных средств

## 2. Функции затрат и содержательная постановка задачи

В этом разделе обсуждаются вопросы, связанные с методикой расчета приведенных затрат при решении задачи маршрутизации внутриузловых перевозок на долгосрочные и среднесрочные периоды времени. Целью решения такой задачи является определение общего количества и состава транспортных средств по типам и грузоподъемности, необходимого для выполнения всех перевозок во внутренней зоне магистрального узла при минимизации капитальных затрат на приобретение транспортных средств и эксплуатационных расходов на транспортировку грузов. При решении задачи нужно определить рабочий парк неоднородных транспортных средств (гетерогенный рабочий парк) и найти схему распределения потоков грузов и маршрутизации транспортных средств во внутриузловой сети перевозок. В зарубежной литературе эти задачи принято называть Fleet Size and Mix Vehicle Routing (FSMVRP) и Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem (HFVRP) в зависимости от ограничений на количество транспортных средств каждого типа. В дальнейшем будем использовать эти аббревиатуры для краткости изложения материала по всем вопросам решения таких задач.

Для транспортных предприятий (компаний) ключевыми факторами при расчете затрат являются ожидаемые объемы перевозок, цены на транспортные средства и себестоимость перевозок. Транспортные средства с большей грузоподъемностью, как правило, имеют более низкую себестоимость перевозки единицы груза, чем транспортные средства с меньшей грузоподъемностью, при условии, что коэффициент загрузки транспортного средства достаточно высок. Следует учитывать и то, что для подержанных транспортных средств затраты на амортизацию ниже, а затраты на содержание выше, чем у новых. Объемы перевозок и цены на транспортные средства изменяются во времени, поэтому у транспортных предприятий возникает и задача управления размером рабочего парка не только на периоды текущего планирования, но и на перспективу. Чрезмерно большой парк при снижении спроса на перевозки вынуждает продавать или сдавать в аренду излишек транспортных средств, увеличение спроса приводит к необходимости приобретения новых транспортных средств или их аренды. В любом случае при долгосрочном планировании ожидаемые доходы должны быть больше ожидаемых затрат. Регулирование размера рабочего парка, зависящего от приведенных и других случайных факторов должно осуществляться при решении динамических стохастических задач долгосрочного планирования, математические модели которых более агрегированные, чем у задач текущего планирования. Соответственно в этом случае используются и более агрегированные функции приведенных затрат.

В математических моделях текущего (тактического) планирования, как правило, рассматриваются усредненные потоки, и цены для заданных периодов времени на протяжении года, рассчитанные статистическими методами. Неопределенность в этом случае уменьшается, и задача маршрутизации должна рассматриваться на более детальном уровне с учетом всех значимых факторов. Как и при долгосрочном планировании, в условиях колебания спроса, основные решения связаны с приобретением и арендой транспортных средств или с продажей и сдачей в аренду имеющихся излишек. Однако при принятии тактических решений следует больше

уделять внимания корректировке грузоподъемности транспортных средств. Поэтому при решении задач маршрутизации на среднесрочные периоды, как правило, создаются резервы грузоподъемности транспортных средств на всех маршрутах транспортировки грузов, т.е. может быть задан коэффициент максимальной загрузки транспортного средства. Это приводит к использованию транспортных средств с большей грузоподъемностью и увеличению капитальных и эксплуатационных затрат, но позволяет выполнять заказы клиентов в условиях колебания спроса в определенных пределах. Задача состоит в определении «золотой середины». При текущем планировании точно известны размер и состав РП ТС, подробная схема распределения потоков грузов и транспортных средств по маршрутам движения. Известны также заключенные контракты, и тарифы на перевозку грузов и другие виды операций, влияющих на текущее финансовое состояние транспортного предприятия. В этой связи при неопределенном колебании спроса может быть поставлена задача оптимизации РП ТС и портфеля заказов – необходимо отобрать наиболее выгодные контракты так, чтобы их можно было бы выполнить при имеющемся потенциале провозных возможностей транспортного предприятия. Следует отметить, что не во всех случаях при текущем планировании нужно объединять решение задачи определения РП ТС с решением задачи управления активами и портфелем заказов транспортного предприятия, так как последняя может быть решена независимо при известных колебаниях нагрузок в сети перевозок.

На оперативном уровне задача транспортного предприятия, как правило, состоит в перераспределении потоков и реоптимизации схемы маршрутизации при превышении провозной возможности или возникновении отказов у клиентов и на маршрутах движения, а также при различных непредвиденных ситуациях и стихийных бедствиях. В этом случае может быть использован внутренний резерв транспортных средств или привлечены арендные транспортные средства.

Для транспортных предприятий чрезвычайно важно, чтобы при решении задач текущего планирования они могли бы получить реальные оценки транспортных издержек. Поэтому в математических моделях, используемых для текущего планирования перевозок, в функциях затрат должны отражаться основные статьи эксплуатационных расходов, связанные с содержанием парка транспортных средств и транспортировкой грузов.

В большинстве зарубежных и отечественных работах, посвященных решению задач замкнутой маршрутизации (построению циклических маршрутов), авторы рассматривают затраты на дугах маршрута как заданные константы, и предполагают, что эти затраты не зависят от типа и грузоподъемности транспортного средства. Более того, принимается также, что затраты одинаковы при прохождении транспортной дуги в прямом и обратном направлении. Однако такие допущения не реалистичны. На практике затраты на дугах зависят от длины, состояния и географических особенностей участков дороги, типа и грузоподъемности транспортного средства, его текущей загрузки и скорости движения. Все это, в свою очередь, влияет на расход топлива. Кроме того, при транспортировке грузов нужно учитывать дополнительные издержки, связанные со случайными факторами – вынужденными простоями транспортных средств из-за непредвиденных ситуаций на дороге, стихийных проявлений природы и др.

Дополнительные издержки на практике обычно проявляются в виде штрафных санкций за нарушение сроков доставки грузов, их утерю или повреждение.

В задачах построения циклических маршрутов всегда известна начальная и конечная точка маршрута, поэтому будут найдены все узлы и дуги, через которые проходит маршрут. Это дает возможность, при условии аддитивности затрат, задавать их на дугах  $(i, j)$  и в узлах  $i$  функциями  $f_{ij}^k$  и  $f_i^k$  для каждого ТС типа  $k$ . В эти функции кроме основных параметров, определяющих длину дуги, грузоподъемность и скорость движения ТС, должны быть включены коэффициенты, отражающие фактическую загрузку ТС на дуге и ее географические особенности (например, подъем или спуск соответствующего участка дороги). Функции  $f_{ij}^k$  могут зависеть и от одного, обобщенного параметра – расхода топлива на дуге  $(i, j)$ . Вычисляемые в процессе решения задачи значения этих функций должны определять реальные эксплуатационные затраты на перевозку грузов по всему маршруту, проходящему по физическим участкам дорог (см. рис. 1а, в).

Ясно, что расходы на приобретение, содержание и эксплуатацию рабочего парка транспортных средств при решении задачи маршрутизации должны рассчитываться только с учетом тех параметров, которые явно или неявно входят в математическую модель задачи. Поэтому эти расходы будут составлять только часть себестоимости перевозок транспортного предприятия. Напомним, что себестоимость перевозок – это выраженная в денежной форме величина эксплуатационных расходов транспортного предприятия, приходящихся в среднем на единицу продукции транспорта. На грузовом автомобильном транспорте себестоимость перевозок определяется, как правило, за перевезенную тонну грузов на один километр (т/км) или за использование одного автомобиля в час (а/ч). Расчет себестоимости необходим для определения тарифов на перевозку грузов и ожидаемой прибыли предприятия. Оптимизация маршрутов перевозки грузов позволяет снизить себестоимость перевозок в основном за счет устранения нерациональных маршрутов, увеличения коэффициента загрузки и уменьшения потребляемого топлива и порожнего пробега ТС, уменьшения времени доставки грузов потребителю.

Поскольку после решения задачи известны капитальные затраты на приобретение РП ТС, то возникает вопрос: какие статьи эксплуатационных затрат на перевозку нужно учитывать в общей формуле расчета приведенных затрат при решении задачи? Представляется разумным, что для расчета эксплуатационных затрат в формуле необходимо учитывать только те статьи затрат, которые непосредственно связаны с перевозкой грузов, а общехозяйственные (накладные) расходы предприятия можно не учитывать. Перечислим основные статьи этих затрат: топливо, смазочные и прочие эксплуатационные материалы; техническое обслуживание и ремонт подвижного состава (автомобилей и прицепов); амортизация по восстановлению подвижного состава; износ и ремонт автомобильной резины; заработная плата водителей вместе с отчислениями на социальные нужды.

Помимо перечисленных, в расчетной общей формуле приведенных затрат могут быть учтены и другие статьи эксплуатационных затрат, связанные с

движением (дорожные сборы, оплата платных дорог и пр.). Главное – чтобы величина эксплуатационных затрат, рассчитанная по выведенной формуле при решении задачи, была бы как можно ближе сопоставима (адекватна) с величиной той части затрат, которые были фактически понесены предприятием только на перевозку грузов по оптимизированным маршрутам движения транспортных средств. Определение общей формулы расчета приведенных затрат представляет отдельную, непростую задачу для экономистов транспортного предприятия, которая должна быть решена до проведения численного решения задачи нахождения состава и количества транспортных средств, распределения потоков грузов и маршрутизации транспортных средств. Во многих практических случаях функции приведенных затрат нелинейные, несепарабельные и неаддитивные, и это следует учитывать при построении математической модели конкретно рассматриваемой задачи.

### **3. Классификация задач маршрутизации, краткий обзор методов и алгоритмов их решения**

Трудно утверждать, что единственная формулировка задачи будет достаточной для всех реальных приложений. В частности, как уже упоминалось, для долгосрочного планирования из-за неопределенности информации существует большая вероятность принятия различных решений о возможном составе РП ТС. Для таких задач должны использоваться более агрегированные модели распределения потоков грузов и маршрутизации ТС. В задачах текущего планирования и оперативного управления детализация моделей маршрутизации должна увеличиваться для получения оценок приведенных затрат, адекватных затратам, понесенным на процессы обработки и транспортировки грузов в реальных сетях.

В большинстве известных работ, посвященных решению задач маршрутизации на транспорте, рассматриваются идеализированные (академические) математические модели, в которых не учитываются многие факторы, присущие реальным процессам обработки и транспортировки грузов. Например, такие важные параметры как расстояние, время поездки, транспортные расходы, время обслуживания и другие, присутствуют в некотором абстрактном виде. Во многих моделях принимается евклидово расстояние между узлами сети перевозок, когда выполняется правило треугольника. Скорость и затраты, за немногими исключениями стохастических моделей, моделируются константами. В реальной жизни для внутриузловых перевозок должны рассчитываться действительные расстояния, время и приведенные затраты на транспортировку грузов. В частности, в городских районах, представляющих внутреннюю сеть перевозок, время в пути является весьма неопределенным, так как скорость транспортных средств может изменяться с течением времени из-за перегрузки улиц. Поэтому для расчета времени доставки грузов представляется разумным использовать среднюю скорость движения транспортных средств, однако надо учитывать, что с увеличением средней скорости на объездных дорогах могут возрасти эксплуатационные затраты. В любом случае в моделях внутриузловых перевозок нужно учитывать зависимость между скоростью и затратами. Кроме того при расчете времени

доставки клиентам необходимо учитывать время на сортировку и погрузку мелкопартионных грузов в магистральном узле и время на разгрузку и погрузку грузов в местах дислокации клиентов.

Часто рассматриваются задачи, в которых рабочий парк транспортных средств является однородным. На практике, как правило, транспортные предприятия имеют неоднородный парк транспортных средств. Есть и другие важные производственные особенности помимо неоднородности парка, так например, задача маршрутизации должна рассматриваться вместе с задачей оптимизации распределения водителей между транспортными средствами с учетом ограничений на длительность рабочего дня. В классической постановке задачи маршрутизации, существует единое депо, где каждое транспортное средство начинает и заканчивает движение. При этом для каждого транспортного средства допускается только один циклический маршрут (тур) движения. В реальных задачах транспортировки грузов, может быть несколько депо, и водители могут выполнять множество различных туров в день.

Приведенные особенности характерны для внутриузловых перевозок, когда транспортные средства доставляют грузы между магистральным узлом и клиентами внутренней зоны и наоборот и, возможно, между различными клиентами внутренней зоны.

Можно условно выделить несколько основных классов задач маршрутизации на транспорте, которые наиболее часто рассматриваются в литературе:

– классическая задача маршрутизации транспортных средств (The Vehicle Routing Problem, VRP) и ее разновидности:

простая пикап - доставка (Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery, VRPPD);

доставка с упорядочением загружаемых грузов по правилу «последним пришел, первым вышел» (VRPPD with LIFO);

доставка с временными окнами (Vehicle Routing Problem with Time Windows, VRPTW);

доставка с ограниченной грузоподъемностью транспортных средств на маршрутах или с ограниченной пропускной способностью дуг сети (Capacitated Vehicle Routing Problem, CVRP или Capacitated Arc Routing Problem, CARP);

доставка с одновременной сборкой грузов для депо (Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pick-up, VRPSDP);

доставка с неоднократным посещением клиентов (Split Delivery Vehicle Routing Problem, SDVRP);

доставка, когда одни и те же транспортные средства могут использоваться многократно на разных маршрутах (Vehicle Routing Problem with Multiple Trips, VRPMT);

доставка, когда транспортные средства могут иметь более одного депо (Vehicle Routing Problem with Multiple Depots, VRPMD);

открытую задачу маршрутизации, когда транспортные средства не обязаны возвращаться в депо (Open Vehicle Routing Problem, OVRP);

задачу маршрутизации грузовика с прицепом (The Truck and Trailer Routing Problem, TTRP);

задачу маршрутизации транспортных средств с прицепами, когда прицепы могут оставаться в узлах под разгрузку и погрузку (The Rollon-Rolloff Vehicle Routing Problem, RRVRP).

– обобщенная задача формирования (определения размера и состава) гетерогенного рабочего парка транспортных средств и схемы распределения потоков грузов и маршрутизации транспортных средств (Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem, HFVRP или The Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem, FSMVRP) и ее разновидности в зависимости от ограничений на размер парка;

– обобщенная задача формирования гетерогенного рабочего парка транспортных средств, размещения депо и схемы распределения потоков грузов и маршрутизации транспортных средств (The Fleet Size and Mix Location Routing Problem, FSMLRP);

– задача проектирования сети (Network Design Problems, NDP) и задача сервисного обслуживания сети (Service Network Design problems, SND) в которой маршрутизация связана с частотой, режимами и графиками проведения сервисных работ.

Второй класс задач иногда обобщают под названием – Fleet Composition and Routing Problems, FCRP. На практике все эти задачи могут быть связаны между собой и образовывать различные гибриды в зависимости от необходимости учета фактических ограничений. Рассмотренные классы задач можно разделить и упорядочить по нескольким основополагающим признакам. Например, таким как количество депо и клиентов, технические характеристики ТС и физические характеристики сети дорог и перевозимых грузов (непрерывные и дискретные потоки, однородные и смешанные грузы), схемы и условия перевозки грузов, ограничения по времени и т. п.

Впервые задача VRP была сформулирована в 1959 г. Данцигом и Рамсером (G.B. Dantzig, J.H. Ramser) и впоследствии стала называться классической. Эта задача является обобщением широко известной NP-трудной задачи коммивояжера (Traveling Salesman Problem, TSP), для которой до сих пор неизвестны методы и алгоритмы, позволяющие за полиномиальное время находить точные или приближенные решения с заданной оценкой погрешности [3] (теорема S. Sahni, T. Gonzalez, 1976 г.). Для метрической TSP в 1976 г. Кристофидесом (N. Christofides) [4] был предложен алгоритм с оценкой погрешности не более 50% и этот результат пока не улучшаем (однако имеются аномальные примеры, когда алгоритм Кристофидеса дал отклонение от точного решения на 150% [5]). NP-трудность классической задачи VRP была доказана в 1981 г. Ленстрой и Каном (J.K. Lenstra, A.H.G. Rinnooy Kan) [6]. Поэтому в настоящее время утвердилось мнение, что для большинства разновидностей задачи VRP и общей задачи TSP не существует полиномиальной и, более того, полностью полиномиальной приближенной схемы решения (Polynomial and Fully Polynomial Time Approximation scheme, PTAS and FPTAS), если только  $P \neq NP$ . Напомним, что PTAS определяет класс алгоритмов, которые для любого наперед заданного вещественного  $\varepsilon > 0$ , позволяют находить  $1 + \varepsilon$  константное приближенное решение за полиномиальное время от размера входа любой индивидуальной задачи (экземпляра оптимизационной задачи) и  $\varepsilon$ . Аппроксимационные алгоритмы PTAS могут быть экспоненциальными по



$1/\varepsilon$ . Алгоритмы класса FPTAS находят  $1 + \varepsilon$  приближенное решение за полиномиальное время от размера входа любой индивидуальной задачи и от  $1/\varepsilon$ .

В 1964 г. Кларком и Райтом (G. Clarke and J. W. Wright) впервые был предложен приближенный алгоритм для решения задачи VRP. В последующие годы началось интенсивное исследование методов и алгоритмов решения этой задачи и ее разновидностей [7].

Для задач с небольшим числом клиентов  $n \leq 135$ , были разработаны точные алгоритмы, основанные на методах динамического программирования и ветвей и границ (1981, Christofides, Mingozzi, Toth); ветвей, отсечений и цен (branch-and-cut, branch-and-cut-and-price – 1985, Laporte, Nobert, Desrochers; 1994, Fisher, Ralphs et al., Augerat et al.; 2000, Blasum, Hochstättler; 2006, Fukasawa et al.; 2008, Baldacci, Christofides, Mingozzi); сетевых методах (2004, Baldacci, Hadjiconstantinou, Mingozzi).

К классическим приближенным (эвристическим) алгоритмам можно отнести [8, 9]: конструктивные алгоритмы, которые постепенно наращивают решение без последующего этапа его улучшения; двухэтапные кластерные алгоритмы, сочетающие группировку клиентов в кластер для построения маршрута и решение задачи TSP для каждого кластера (существуют две разновидности – TSP решается для всего множества клиентов и затем строятся маршруты и наоборот, когда сначала определяются кластеры, а затем маршруты); улучшающие алгоритмы, в которых находится начальное допустимое решение, а затем оно улучшается на множестве комбинаторных перестановок узлов и дуг для одного или нескольких проектируемых маршрутов. Среди этих алгоритмов наиболее известными являются: savings (1965, Clarke, Wright); sweep (1974, Gillett, Miller); cluster first, route second (1981, Fisher, Jaikumas); intra-route improvement methods based on TSP heuristics (interchanges – 1993, Osman; cyclic exchanges – 1993, Thompson, Psaraffis; edge exchange schemes – 1997, Kindervater, Savelsbergh; ejection chains – 1996, 1998, Xu, Kelly, Rego, Roucairol; very large neighbourhood search – 2003, Ergun et al.; SERR – 2004, De Franceschi, Fischetti, Toth).

С середины 1990-х годов и по настоящее время для решения различных задач VRP активно разрабатываются метаэвристические алгоритмы. В эти алгоритмы заложена способность преодоления локальных экстремумов для расширенного поиска наилучшего решения. Поэтому в отдельных случаях и для некоторых индивидуальных задач они могут оказаться эффективнее (по быстродействию и точности получаемого решения) по сравнению с классическими алгоритмами.

Принято разделять метаэвристические алгоритмы на три основные группы [10, 11]: локального поиска (local search) – моделируемый отжиг (Simulated Annealing, SA), детерминированный отжиг (Deterministic Annealing, DA), поиск с запретами (Tabu Search, TS); эволюционные (population search), основанные на генерации популяций особей – процедуры с адаптивной (адаптивным управлением) памятью (adaptive memory procedures), генетические (genetic search, Genetic Algorithms, GA); самообучающиеся (learning mechanisms) – нейронные сети (neural networks), муравьиные колонии (ant colony systems). К основным метаэвристикам относят также процедуру жадного адаптивного рандомизированного поиска

(Greedy Randomized Adaptive Search Procedure, GRASP) и поиска (спуска) с чередующимися окрестностями (Variable Neighborhood Search (Descent), VNS, VND).

Исследованием метаэвристических алгоритмов занимались очень многие зарубежные ученые, поэтому выделим только некоторых из них:

поиск с запретами, моделируемый и детерминированный отжиг – Willard (1989), Gendreau, Hertz, Laporte (1991), Taillard, Osman (1993), Gendreau, Hertz, Laporte (1994), Cordeau, Laporte, Mercier (2001), Toth, Vigo (2003), Li, Golden, Wasil (2004);

эволюционные алгоритмы – Rochat, Taillard (1995), Rego, Roucairol (1996), Tarantilis, Kiranoudis (2002), Prins, Mester and Bräysy (2004), Mester, Bräysy (2005);

самообучающиеся алгоритмы – Reinmann, Doerner, Hartl (2004);

комбинированные алгоритмы – Very large neighbourhood search (Ergun, Orlin, Steele-Feldman, Ergun et al., 2003, 2006), Attribute based hill climbing (Derigs, Kaiser, 2007), Genetic search + very large neighbourhood search (Mester, Bräysy, 2007), Guided very large neighbourhood search (Kytöjoki et al., 2007), Adaptive very large neighbourhood search (Pisinger, Ropke, 2007), Memetic algorithm (Nagata, 2007), Local search limitation strategies (Nagata, Bräysy, 2008), Memetic algorithm (Nagata, Bräysy, 2009), Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP) + Evolutionary search (Prins, 2009).

В странах СНГ исследованиями задач маршрутизации занимались И.И. Меламед, И.Х. Сигал, С.И. Сергеев, А.А. Лазарев, Е.М. Бронштейн, Э.Х. Гимади, Л.Ф. Гуляницкий, Д.И. Соломон, А.В. Панишев и др.

Среди последних работ ближнего зарубежья, посвященных исследованию задач VRP, отметим диссертации М.С. Пожидаева, С.В. Чернышева, Р.В. Гиндуллина, А.К. Перцовского и А.В. Хмелева [12-16].

Различные варианты классификации задач VRP и более поздние обзоры по методам, алгоритмам и программам их решения можно найти в статьях [17-25], монографиях [26, 27] и на сайте <http://neo.lcc.uma.es/vrp/bibliography-on-vrp/>.

В отличие от классической задачи VRP и ее разновидностей, задачи семейства FCRP изучались менее интенсивно. В этих задачах рассматриваются не только транспортные расходы, но и расходы, связанные с приобретением неоднородного (гетерогенного) рабочего парка транспортных средств и они наиболее интересны для проектирования перевозок во внутренних зонах магистральных узлов. В зарубежной литературе принято разделять задачи с неоднородным парком в зависимости от ограниченности или неограниченности количества транспортных средств каждого типа, учета фиксированной стоимости транспортных средств и переменной стоимости транспортировки грузов, а также от того зависят ли цены на транспортировку от типа транспортных средств. Согласно зарубежной классификации выделено пять основных классов задач FCRP:

Heterogeneous VRP with Fixed Costs and Vehicle Dependent Routing Costs (HVRPFD) – ограниченный парк, фиксированная и переменная стоимость учитываются, цены зависят от типа транспортного средства;

Heterogeneous VRP with Vehicle Dependent Routing Costs (HVRPD) – ограниченный парк, учитывается только переменная стоимость, цены зависят от типа транспортного средства;

Fleet Size and Mix VRP with Fixed Costs and Vehicle Dependent Routing Costs (FSMFD) – неограниченный парк, фиксированная и переменная стоимость учитываются, цены зависят от типа транспортного средства;

Fleet Size and Mix VRP with Fixed Costs (FSMF) – неограниченный парк, фиксированная и переменная стоимость учитываются, цены не зависят от типа транспортного средства;

Fleet Size and Mix VRP with Vehicle Dependent Routing Costs (FSMD) – неограниченный парк, учитывается только переменная стоимость, цены зависят от типа транспортного средства.

Первыми исследованиями задач FCRP принято считать работы Г. В. Данцига, Д. Р. Фулкerson (1954) [28] и Д. Кирби (1959) [29]. В 1984 г. вышла обзорная статья В. Л. Голден, А. Ассад и др. [30], где обсуждаются возможные модели и методы исследования операций, применимые к решению задач FCRP. В частности в этой работе рассматривается задача с неограниченным парком транспортных средств, известная также как Fleet Size and Mix (FSM), в которой определяются оптимальные состав и схема маршрутизации транспортных средств. Для решения задачи авторами предложены два эвристических алгоритма, основанных на savings-алгоритме Кларка и Райта (G. Clarke и J. W. Wright) [31] и построении большого тура коммивояжера. Они также сформулировали математическую модель для задачи FSMF и представили некоторые нижние границы ее решения.

Обзор ранних работ по задачам FCRP приведен С. Салхи и Г.К. Ранд в 1993 г. [32]. И.Н. Осман и С. Салхи [33] исследовали и проанализировали работы до 1996 г., посвященные решению задач с помощью методов локального поиска. Ю.Н. Ли и др. (2008) [34] описывают несколько эвристических подходов к решению различных вариантов задач FCRP, основанных на методах поиска с запретами (tabu search) и разбиения множества (set partitioning). Более поздние обзоры по задачам формирования неоднородного парка транспортных средств приведены Р. Валдасси и др. [35, 36] и А. Нoffs и др. [37, 38]. В обзорах рассматриваются в основном работы, связанные с гетерогенным ограниченным и неограниченным размером парка транспортных средств с различным сочетанием учета фиксированной стоимости транспортных средств и переменной стоимости транспортировки грузов. При этом особое внимание уделяется методам получения нижних оценок решения задач и эвристическим алгоритмам. Методы получения нижних границ решения задачи были предложены Голден и др. (1984) [30], Яман (2006) [39] и Чои и Тча (2007) [40]. В работе [39] на основе методов отсечений предложена методика получения нижних границ для шести математических формулировок задачи FSMF. Для последних двух формулировок, в которых введены трех - индексные потоковые переменные для типов транспортных средств и заданной пары клиентов получены наилучшие результаты. Для устранения подциклов, не проходящих через депо, использовались потоковые переменные, а для улучшения нижних границ вводились дополнительные ограничения в виде «правильных» отсекающих неравенств. В [40] для задачи, сформулированной на основе разбиения множества (set partitioning formulation), предложена методика вычисления нижних границ решения с помощью метода генерации столбцов. В этом случае множеству генерируемых столбцов взаимно однозначно соответствует множество маршрутов, где каждый маршрут представлен

циклом, включающим депо и некоторое подмножество клиентов с суммой заказов, не превышающей грузоподъемности транспортного средства, выделенного на маршрут. Используя такой подход, авторы разработали очень эффективный эвристический алгоритм, который комбинирует столбцы в оптимальном решении релаксированной задачи. В [41] для решения задач FCRP приведен робастный алгоритм ветвей, отсечений и цен (branch-cut-and-price algorithm), основанный на алгоритме Fukasawa и др. (2006) [42]. В сформулированной задаче используется метод генерации столбцов с новым семейством отсекающих неравенств, улучшающих оценки нижних границ решения. Отмечается, что алгоритм позволяет найти точное решение для многих тестовых задач, в которых число клиентов не превышает 75.

Одни из последних работ R. Baldacci и др. [43-46] посвящены исследованию вопросов улучшения нижних границ, обзору точных методов и сравнению вычислительной эффективности алгоритмов решения задач VRP и FCRP. В [44] предложен один из лучших в настоящее время точный алгоритм, основанный на разбиении множеств и позволяющий находить оптимальные решения задач FCRP с числом клиентов до 100. В алгоритме используется три типа процедур лагранжевой и LP-релаксации исходной математической формулировки задачи, которые позволяют значительно сократить число переменных задачи и использовать для ее решения известные пакеты программ целочисленного линейного программирования. В статье приводятся результаты вычислений для тестовых экземпляров задач FCRP, которые показали новые лучшие нижние границы решения для отдельных индивидуальных задач, и что предложенный точный алгоритм впервые позволил решить несколько не решенных ранее тестовых примеров.

Обзор метаэвристических алгоритмов для решения задач VRP и их разновидностей можно найти в работе Gendreau и др. «Metaheuristics for the Vehicle Routing Problem and Its Extensions: A Categorized Bibliography» в [26] (стр. 143-169).

#### 4. Математические модели перевозок мелкопартионных грузов во внутренней зоне магистрального узла

Пусть физическая сеть внутриузловых перевозок (см. рис. 1а) задана связным ориентированным графом  $\tilde{G}(\tilde{N}, \tilde{P})$ . Множество вершин  $\tilde{N} = \{0\} \cup \{1, \dots, n\} \cup \{n+1, \dots, \tilde{n}\}$ , перенумерованное от 0 до  $\tilde{n}$  включает вершину  $\{0\}$  – депо и магистральный узел,  $\{1, \dots, n\}$  – множество клиентов и  $\{n+1, \dots, \tilde{n}\}$  – множество транзитных пунктов, связывающих отдельные участки дорог. Транзитные пункты вводятся для того, чтобы учесть особенности отдельных участков дорог, соединяющих узлы во внутренней зоне магистрального узла. Участки дорог представлены противоположно направленными ориентированными дугами  $(i, j), (j, i), i, j \in \tilde{N}, i \neq j$ , одна из которых может отсутствовать (например, из-за одностороннего движения по участку дороги или запрета проезда грузовым видам транспорта). Длины дуг заданы матрицей  $\tilde{R} = \left\| \tilde{r}_{ij} \right\|_{\tilde{n}+1 \times \tilde{n}+1}$ ,  $\tilde{r}_{ij} \in R^1, (i, j) \in \tilde{P}$ . Пусть для дуг сети

известны коэффициенты  $\tilde{k}_{ij} \in R^1$ ,  $\tilde{k}_{ij} \geq 1.0$ , характеризующие географические особенности (подъем, спуск и пр.) и физическое состояние (качество покрытия) участков дорог. Определим элементы преобразованной матрицы  $\tilde{R}'$  как  $\tilde{r}'_{ij} = \tilde{k}_{ij} \tilde{r}_{ij}$ ,  $(i, j) \in \tilde{P}$  и построим на ней все кратчайшие пути в  $\tilde{G}(\tilde{N}, \tilde{P})$ . В результате получим матрицу длин кратчайших путей  $\tilde{L} = \left\| \tilde{l}_{ij} \right\|_{\tilde{n}+1 \times \tilde{n}+1}$  и справочную матрицу  $\tilde{C} = \left\| \tilde{c}_{ij} \right\|_{\tilde{n}+1 \times \tilde{n}+1}$ , каждый элемент которой  $\tilde{c}_{ij}$ ,  $i \neq j$  определяет номер предпоследнего узла на кратчайшем пути от  $i$  до  $j$ ,  $\tilde{c}_{ii} = 0$ ,  $i = \overline{1, \tilde{n}+1}$ . С помощью справочной матрицы можно легко определить кратчайший путь между любыми вершинами исходного графа. По матрице  $\tilde{L}$  для множества  $\{0\} \cup \{1, \dots, n\}$  построим полный ориентированный граф  $G(N, A)$  с множеством вершин  $N = \{0, 1, \dots, n\}$  и множеством дуг  $A = \{(i, j) : \forall i, j \in N, i \neq j\}$  с известными длинами  $l_{ij}$ ,  $(i, j) \in A$ . Очевидно, что для дуг построенного графа выполняется правило треугольника  $l_{ik} + l_{kj} \geq l_{ij}$ . В дальнейшем все задачи будем формулировать на графе  $G(N, A)$ .

Пусть для каждого клиента  $j$ ,  $j = \overline{1, n}$  задано среднесуточное количество  $a_j > 0$  и  $b_j > 0$ ,  $a_j, b_j \in Z^+$  единиц мелкопартионных грузов унифицированного размера, которое нужно в течение суток доставить клиенту из магистрального узла (депо) и отправить от клиента в магистральный узел ( $a_0 = b_0 = 0$ ). Принимается, что на протяжении некоторого периода текущего планирования длительностью  $T$  суток среднесуточные потоки изменяются незначительно и за  $T$  суток может быть перевезено  $T \sum_{j=1}^n (a_j + b_j)$  грузов.

В депо имеется  $K$  типов транспортных средств с различной грузоподъемностью  $Q_k \in Z^+$ ,  $k = \overline{1, K}$ . Грузоподъемность измеряется в тех же единицах, что и потоки мелкопартионных грузов. Предполагается, что  $\max_j \{a_j, b_j\} \leq Q_k$ , а количество транспортных средств каждого типа может быть ограничено величиной  $m_k$ ,  $k = \overline{1, K}$  и не ограничено. Для каждого типа транспортного средства известна стоимость его приобретения и среднестатистическая стоимость обслуживания в сутки. В стоимость обслуживания включаются расходы на смазочные и прочие эксплуатационные материалы, ремонт и амортизацию подвижного состава, износ и ремонт автомобильной резины, заработная плата водителей вместе с отчислениями на социальные нужды. Пусть для расчета этих затрат задана функция  $F_V = f(S_k, R_k)$ ,  $k = \overline{1, K}$ , где  $S_k$  – фиксированная стоимость

приобретения транспортного средства типа  $k$ , а  $R_k$  – расходы на обслуживания одного транспортного средства типа  $k$  в сутки.

После сортировки в магистральном узле грузы для каждого клиента могут перевозиться в транспортных средствах на поддонах, для погрузки и выгрузки которых необходимо использовать механизированные автопогрузчики. Грузы от клиентов в магистральном узле перевозятся «навалом». При большом объеме перевозимых грузов затраты на операции погрузки и выгрузки могут быть значительными и их необходимо учитывать при решении задачи. Для депо и клиентов задана функция затрат на погрузку-выгрузку  $u_j$  грузов  $F_L = f(Q_k, u_j)$ ,  $j = \overline{0, n}$ ,  $k = \overline{1, K}$ . На практике принято считать, что эта функция не зависит от типа транспортного средства, а зависит только от объема груза и наличия погрузочно-разгрузочного оборудования в депо и у клиентов. В депо затраты на погрузку и выгрузку несет транспортное предприятие, клиенты могут выполнять эти операции за свой счет. В дальнейшем предполагается, что места дислокации клиентов являются доставочными и сборочными пунктами транспортного предприятия, поэтому затраты на погрузку и выгрузку грузов у клиентов также относятся к общим затратам предприятия. Как правило такие затраты моделируются непрерывной вогнутой функцией  $F_L = f(u_j)$ ,  $j = \overline{0, n}$  от объема грузов. В отдельных случаях может быть принята линейная зависимость  $F_L = c_L u_j$ , где  $c_L$  – стоимость погрузки-выгрузки единицы мелкопартионных грузов. Ясно, что если затраты на погрузку и выгрузку грузов не зависят от типа транспортного средства, то они не должны фигурировать в целевой функции задачи, и могут быть вычислены независимо от переменных следующим образом:

$$F_{full} = f(\sum_{i=1}^n (a_i + b_i)) + \sum_{i=1}^n f(a_i + b_i) \quad \text{или} \quad F_{full} = 2c_L \sum_{i=1}^n (a_i + b_i).$$

Если же такая зависимость существует, то эти затраты должны быть связаны с неизвестными переменными задачи.

Пусть стоимость проезда транспортного средства типа  $k$  по дуге  $(i, j) \in A$  задана функцией  $F_M = f(l_{ij}, Q_k, V_{av}^k, k_L)$ , где  $l_{ij}$  – длина дуги в километрах,  $V_{av}^k$  – средняя скорость движения (км/час),  $k_L$  – коэффициент загрузки транспортного средства на дуге. Значение  $k_L = u_{ij} / Q_k \in [0, 1]$ , где  $u_{ij}$  – текущая загрузка транспортного средства. По существу функция  $F_M$  определяет стоимость израсходованного топлива на передвижение по дуге  $(i, j)$  для каждого транспортного средства типа  $k$ . Во многих задачах маршрутизации принимается  $F_M = c_k l_{ij}$ , где  $c_k$  – удельная стоимость топлива транспортного средства типа  $k$  на один километр пути. Часто рассматривается случай, когда затраты на передвижение по дуге не зависят от типа транспортного средства и одинаковы для прямого и обратного направления движения. В этом случае вводятся дополнительные условия для

грузоподъемности  $Q_1 < Q_2 \dots < Q_K$  и фиксированной стоимости  $F_1 < F_2 \dots < F_K$ .

Все функции затрат должны быть приведены к сопоставимому виду, например, за одни сутки или за заданный период времени текущего планирования  $T$ . Если построенные функции затрат  $F_V$ ,  $F_L$  и  $F_M$  реально отражают производственные издержки, то их сумма будет достаточно близка к фактическим расходам транспортного предприятия на приобретение и эксплуатацию рабочего парка транспортных средств без учета накладных расходов. Примем, что при решении задачи эти функции рассчитываются и их соответствующие числовые значения  $F_k$ ,  $f_j^k$  и  $f_{ij}^k$ ,  $i, j = \overline{0, n}$ ,  $k = \overline{1, K}$  используются в целевой функции.

**4.1. Формулировка задачи построения доставочных маршрутов (the Delivery Route, DR) для перевозки грузов из магистрального узла к клиентам. Однопродуктовая модель 1**

Формулировка задачи основана на моделях, предложенных Gheysens и др. [47], Golden и др. [30], Baldacci и др. [35] и Salhi и Rand [32]. Задача заключается в определении множества непересекающихся по вершинам клиентов гамильтоновых циклических маршрутов, начинающихся и заканчивающихся в депо, с минимальными суммарными затратами. При этом требуется, чтобы все запросы клиентов были удовлетворены, а грузоподъемность транспортных средств на всех маршрутах не нарушалась.

Обозначим  $C = \{1, \dots, n\}$  – множество клиентов,  $V = \{1, \dots, K\}$  – множество типов транспортных средств. Введем потоковые переменные  $y_{ij}$ , определяющие количество грузов в транспортном средстве при его проезде к клиенту  $j$  после посещения клиента  $i$ ,  $i, j \in N$  и булевы переменные  $x_{ij}^k$ ,  $x_{ij}^k = 1$ , если транспортное средство типа  $k$  движется от клиента  $i$  к клиенту  $j$  и  $x_{ij}^k = 0$  в противном случае. Пусть  $\sum_{j=1}^n x_{0j}^k$  представляет собой суммарное количество используемых транспортных средств типа  $k$ .

Требуется найти минимум функции

$$F_{DR} = \sum_{k \in V} F_k \sum_{j \in C} x_{0j}^k + \sum_{k \in V} \sum_{j \in N} f_j^k \left( \sum_{i \in C} |(y_{ij} - y_{ji})| x_{ji}^k \right) + \sum_{k \in V} \sum_{i, j \in N} f_{ij}^k x_{ij}^k, \tag{1}$$

при ограничениях

$$\sum_{k \in V} \sum_{i \in N} x_{ij}^k = 1, \quad \forall j \in C, \tag{2}$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij}^k - \sum_{i \in N} x_{ji}^k = 0, \quad \forall j \in C, \quad \forall k \in V, \tag{3}$$

$$\sum_{j \in C} y_{0j} = \sum_{j \in C} a_j, \quad \sum_{j \in C} y_{j0} = 0, \tag{4}$$

$$\sum_{i \in N} y_{ij} - \sum_{i \in N} y_{ji} = a_j, \quad \forall j \in C, \quad (5)$$

$$y_{0j} \leq \sum_{k \in V} Q_k x_{0j}^k, \quad \forall j \in C, \quad (6)$$

$$y_{ij} \leq \sum_{k \in V} (Q_k - a_i) x_{ij}^k, \quad \forall i \in C, \quad \forall j \in N, \quad i \neq j, \quad (7)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\}, \quad y_{ij} \geq 0 \text{ и целые, } \forall i, j \in N, \quad \forall k \in V. \quad (8)$$

Ограничения (7) можно записать в расширенном виде

$$a_j x_{ij}^k \leq y_{ij} \leq (Q_k - a_i) x_{ij}^k, \quad \forall i \in C, \quad \forall j \in N, \quad i \neq j, \quad \forall k \in V. \quad (9)$$

Если количество транспортных средств типа  $k$  ограничено величиной  $m_k$ , то к задаче могут быть добавлены условия

$$\sum_{j \in C} x_{0j}^k \leq m_k, \quad \forall k \in V. \quad (10)$$

При необходимости могут быть установлены ограничения на максимальную продолжительность маршрутов по времени. Для этого включим в модель временные параметры  $T_k$  – максимальное время поездки транспортного средства типа  $k$  и  $t_{ij}$  – время проезда по дуге  $(i, j)$ , а также непрерывные переменные  $r_{ij}$ , определяющие разность между значением  $T_k$  и текущим значением времени движения после проезда по дуге  $(i, j)$ . Тогда к задаче добавятся ограничения

$$r_{ij} \leq \sum_{k \in V} T_k x_{ij}^k, \quad \forall (i, j) \in A, \quad (11)$$

$$r_{0j} = \sum_{k \in V} T_k x_{0j}^k - \sum_{k \in V} t_{0j} x_{0j}^k, \quad \forall j \in C, \quad (12)$$

$$\sum_{i \in N} r_{ip} - \sum_{j \in N} r_{pj} = \sum_{k \in V} \sum_{j \in N} t_{pj} x_{pj}^k, \quad \forall p \in C, \quad (13)$$

$$r_{ij} \geq 0, \quad \forall (i, j) \in A. \quad (14)$$

Первая часть целевой функции (1) определяет фиксированные затраты на приобретение и обслуживание используемых транспортных средств, а вторая и третья – затраты на погрузку-выгрузку и доставку всех грузов. Ограничения (2) и (3) гарантируют, что каждый клиент  $j$  посещается только один раз каким-либо транспортным средством типа  $k$ , и это транспортное средство после прибытия к клиенту и выгрузки его груза  $a_j$  должно обязательно покинуть клиента. Ограничения (4) означают, что общее количество грузов на выходе из депо равно суммарным требованиям всех клиентов, и что никакие грузы не возвращаются в депо. Ограничения (5)



означають, що при посещении клиента  $j$  груз  $a_j$  должен быть выгружен, т.е. количество груза в транспортном средстве после посещения клиента  $j$  уменьшается на величину  $a_j$ . Эти ограничения обеспечивают выполнение требований всех клиентов и исключают циклы, не проходящие через депо. Ограничения (6) определяют, что количество грузов  $y_{0j}$ , транспортируемых до клиента  $j$  не должно превышать грузоподъемности транспортного средства, назначенного для доставки груза этому клиенту. Ограничения (7) или (9) связывают переменные  $y_{ij}$  и  $x_{ij}^k$ , и означают, что никакие грузы не перевозятся из  $i$  в  $j$ , если ни одно транспортное средство не обслуживает связь между этими узлами, т.е. если  $x_{ij}^k = 0 \quad \forall k \in V$ . Ограничения (8) устанавливают область изменения переменных. Ограничения (11) означают, что оставшееся время движения транспортного средства после проезда по дуге  $(i, j)$  не может превышать максимального времени движения транспортного средства. Условия (12) обеспечивают то, чтобы оставшееся время движения транспортного средства после выезда из депо было равно разности между максимальным временем движения и временем, необходимым для перемещения к клиенту  $j$ . Ограничения (13) указывают на тот факт, что каждый раз, когда транспортное средство проезжает между двумя клиентами, оставшееся время движения уменьшается на время проезда между этими клиентами.

Для формулировки задачи (1)-(8) с ограничениями на временные окна, депо представим двумя узлами с номерами 0 и  $n+1$ . Тогда  $N = \{0\} \cup \{1, \dots, n\} \cup \{n+1\}$ . Пусть  $[t_i^S, t_i^C]$  и  $s_i$  соответственно определяют промежуток времени (временное окно), на протяжении которого возможно обслуживание, и время обслуживания клиента  $i$ ,  $t_i^S, t_i^C, s_i \in R^1$ . Введем переменные  $t_i^k \in R^1$ , означающие точное время начала обслуживания транспортного средства типа  $k$  у клиента  $i$ . Принимается, что если транспортное средство прибывает к клиенту  $i$  ранее  $t_i^S$ , то оно ожидает начала обслуживания. В задачу (1)-(8) добавятся – в целевую функцию слагаемое  $\sum_{k \in V} (t_{n+1}^k - t_0^k)$ , и ограничения:

$$\sum_{j \in N} x_{0j}^k = 1, \quad \sum_{i \in N} x_{i,n+1}^k = 1, \quad \forall k \in V;$$

$$t_j^k \geq t_i^k + s_i + t_{ij} - M_{ij}(1 - x_{ij}^k), \quad \forall i, j \in N, \quad \forall k \in V,$$

где  $M_{ij} = \max\{0, t_i^C + s_i + t_{ij} - t_j^S\}$ ;

$$t_i^S \sum_{j \in N} x_{ij}^k \leq t_i^k, \quad t_i^k \leq t_i^C \sum_{j \in N} x_{ij}^k, \quad \forall i \in N, \quad \forall k \in V;$$

$$x_{i0}^k = 0, \quad x_{ii}^k = 0, \quad x_{n+1,i}^k = 0, \quad \forall i \in N, \quad \forall k \in V.$$

В записи первых ограничений предполагается, что если транспортное средство не используется, то оно совершает пустой тур, т.е.  $x_{0,n+1}^k = 1$ ,  $\forall k \in V$ . Кроме того,  $a_0 = a_{n+1} = s_0 = s_{n+1} = 0$ ,  $[t_0^S, t_0^C] = [t_{n+1}^S, t_{n+1}^C] = [Start, Close]$ , где *Start* и *Close* – время выезда и приезда в депо. Задача с временными окнами является задачей смешанного целочисленного программирования.

**4.2. Формулировка задачи построения доставочных маршрутов для перевозки грузов из магистрального узла к клиентам. Однопродуктовая модель 2**

Введем вместо переменных  $y_{ij}$  булевы переменные  $y_{ik} = 1$ , если транспортное средство типа  $k$  посещает клиента или депо  $i$ , и  $y_{ik} = 0$  в противном случае. Для исключения подциклов при построении маршрутов введем целочисленные переменные  $u_{ik} \geq 0$ , значения которых определяют порядковый номер клиента  $i$  в маршруте транспортного средства типа  $k$ . Впервые вариант исключения подциклов был предложен в 1960 г. в работе [48]. Сформулируем задачу. Требуется найти минимум функции

$$F_{DR} = \sum_{k \in V} F_k \sum_{j \in C} x_{0j}^k + \sum_{k \in V} f_0^k \left( \sum_{i \in C} a_i y_{0k} \right) + \sum_{k \in V} \sum_{i \in C} f_i^k (a_i y_{ik}) + \sum_{k \in V} \sum_{i, j \in N} f_{ij}^k x_{ij}^k, \quad (15)$$

при ограничениях

$$\sum_{k \in V} y_{ik} = 1, \quad \forall i \in C, \quad (16)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij}^k = y_{ik}, \quad \sum_{j \in N} x_{ji}^k = y_{ik}, \quad \forall i \in N, \quad i \neq j, \quad \forall k \in V, \quad (17)$$

$$\sum_{i \in C} a_i y_{ik} \leq Q_k, \quad \forall k \in V, \quad (18)$$

$$u_{ik} - u_{jk} + n x_{ij}^k \leq n - 1, \quad \forall i, j \in C, \quad \forall k \in V, \quad (19)$$

$$x_{ij}^k, y_{ik} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in N, \quad \forall k \in V, \quad (20)$$

$$u_{ij} \geq 0 \text{ и целые, } \forall i, j \in C. \quad (21)$$

Отметим, что условия запрета подциклов можно записать в виде

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S \setminus \{i\}} x_{ij}^k \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq C, \quad |S| \geq 2, \quad \forall k \in V, \quad (22)$$

где  $S$  – кластер (подмножество клиентов), обслуживаемый одним транспортным средством типа  $k$ .

Ограничения (16) и (17) гарантируют, что каждый клиент посещается только одним транспортным средством, и что транспортное средство после

посещения клиента или депо должно его покинуть. Условия (18) и (19) или (22) устанавливают ограничения на загрузку транспортных средств и запрещают подциклы, не проходящие через депо. В задачу также можно ввести дополнительные условия, ограничивающие количество транспортных средств каждого типа и временные ограничения на маршруты.

### 4.3. Формулировка задачи построения доставочных маршрутов для перевозки грузов из магистрального узла к клиентам. Двухпродуктовая модель

Рассмотрим двухпродуктовую формулировку задачи, предложенную в [43], для случая, когда  $f_{ij}^{k_1} = f_{ji}^{k_2} = f_{ij} = f_{ji} \quad \forall i, j \in N, \quad k_1 \neq k_2 \in V, \quad f_i^k = f_i \quad \forall i \in N, \forall k \in V$ . В модель не включаются затраты на погрузку-выгрузку, поскольку предполагается, что они не зависят от типа транспортного средства и могут быть вычислены по формуле для  $F_{full}$ .

Пусть  $G(N', E)$  – полный неориентированный граф, полученный из графа  $G(N, A)$  следующим образом. Множество узлов  $N'$  включает множество узлов клиентов,  $K$  копий узла депо, ассоциированных с  $K$  типами транспортных средств и один общий узел депо. Пусть узлы  $N'$  занумерованы и  $N' = \{1, \dots, n\} \cup \{n+1, \dots, n+K\} \cup \{n+K+1\}$ . Обозначим, как и ранее,  $C = \{1, \dots, n\}, \quad V = \{n+1, \dots, n+K\}, \quad n' = n+K+1$ . Пусть  $\pi(i), \quad i \in V$  означает транспортное средство, связанное с узлом  $i$ . Определим стоимости дуг  $c_{ij} \in E$  следующим образом:  $c_{ij} = F_{\pi(j)} + f_{0i}$ , для  $a_i \leq Q_{\pi(j)}, \quad j \in V, \quad i \in C$ ;  $c_{ij} = f_{ij}$ , для  $a_i + a_j \leq Q_k, \quad i, j \in C, \quad i < j$ ;  $c_{in'} = f_{0i}$ , для  $i \in C$ ;  $c_{ij} = +\infty$  в противном случае. Предполагается, что  $a_i = 0, \quad \forall i \in V \cup \{n'\}$ .

В модели используется две потоковые переменные  $y_{ij}$  и  $y_{ji}$ , связанные с каждой дугой  $(i, j) \in E$ . Переменная  $y_{ij}$  определяет загрузку транспортного средства, а переменная  $y_{ji} = Q_k - y_{ij}$  представляет свободную емкость транспортного средства с наибольшей грузоподъемностью. Значение  $y_{ji} - (Q_k - Q_k)$  означает свободную емкость транспортного средства типа  $k$ . Пусть для каждой дуги  $(i, j) \in E$  определены булевы переменные  $x_{ij} = 1$ , если дуга  $(i, j)$  включена в решение и  $x_{ij} = 0$  в противном случае.

Определим  $\Omega = \{S : S \subseteq C, |S| \geq 2\}$  и пусть для подмножества (кластера)  $S \in \Omega, \quad \bar{S} = C \setminus S, \quad \text{а} \quad \delta(S) = \{(i, j) \in E : i \in S \wedge j \notin S \vee i \notin S \wedge j \in S\}$ . Обозначим  $a(S) = \sum_{i \in S} a_i$  – суммарный поток требований клиентов в кластере  $S$ . Сформулируем задачу. Требуется найти минимум функции

$$\sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij}, \tag{23}$$

при ограничениях

$$\sum_{j \in N'} (y_{ji} - y_{ij}) = 2a_i, \quad \forall i \in C, \quad (24)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in C} y_{ij} = a(C), \quad \sum_{j \in C} y_{jn'} = 0, \quad (25)$$

$$\sum_{\{i,j\} \in \delta(p)} x_{ij} = 2, \quad \forall p \in C, \quad (26)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in C} x_{ij} = \sum_{j \in C} x_{jn'}, \quad (27)$$

$$y_{ij} + y_{ji} = Q_K x_{ij}, \quad \forall (i, j) \in E, \quad (28)$$

$$\sum_{\{i,j\} \in \delta(S)} x_{ij} \geq \sum_{i \in V} \sum_{j \in C} x_{ij}, \quad S \subseteq V \cup C, \quad V \subset S, \quad (29)$$

$$y_{ij} \leq Q_{\pi(i)}, \quad \forall i \in V, \quad \forall j \in C, \quad (30)$$

$$y_{ij}, y_{ji} \geq 0 \text{ и целые, } x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i, j) \in E. \quad (31)$$

Ограничения (24), (25) и (31) определяют допустимый поток. Ограничения (26) гарантируют, что в любом допустимом решении у каждого клиента будут только две инцидентных ему дуги. Условия (27) означают, что если  $q = \sum_{i \in V} \sum_{j \in C} x_{ij}$  транспортных средств выехало из множества узлов  $V$ , то все

они обязательно должны приехать в общее депо. Ограничения (28) устанавливают связь между переменными в допустимом решении задачи, а условия (29) запрещают образование простых путей, начинающихся и заканчивающихся в узлах множества  $V$ . Ограничения на грузоподъемность для различных типов транспортных средств заданы условиями (30).

В [43] доказана теорема о том, что множество допустимых решений задачи (24)-(31) однозначно соответствует множеству решений задачи FSMF (задачи с независимыми ценами дуг от типа транспортного средства).

#### 4.4. Формулировка задачи построения доставочных маршрутов для перевозки грузов из магистрального узла к клиентам. Модели на разбиении множества

Рассмотрим постановки задач HVRP, предложенные в [44] и [32], основанные на ранней работе М. Balinski и R. Quandt [49]. Определим маршрут транспортного средства как пару  $(R, k)$ , где  $R = (i_1, i_2, \dots, i_{|R|})$ ,  $i_1 = i_{|R|} = 0$ ,  $\{i_2, i_3, \dots, i_{|R|-1}\} \subseteq C$ ,  $|\{i_2, i_3, \dots, i_{|R|-1}\}| \geq 1$  представляет простой цикл, начинающийся и заканчивающийся в депо, а  $k$  – определяет тип транспортного средства, связанного с  $R$ . Ссылка на маршрут  $R$  используется для обозначения как последовательности посещаемых клиентов, так и для подмножества этих клиентов, включая депо. Маршрут  $(R, k)$  является *допустимым*, если суммарный запрос клиентов, посещаемых на этом маршруте, не превышает грузоподъемности транспортного средства

$Q_k$ , выделенного для этого маршрута,  $\sum_{h=2}^{|R|-1} a_{i_h} \leq Q_k$ . Затраты на маршруте  $(R, k)$  включают  $F_k$  (суммарные затраты на приобретение и обслуживание транспортного средства типа  $k$ ) и сумму затрат на дугах маршрута  $\sum_{h=1}^{|R|-1} f_{i_h i_{h+1}}^k$ .

Пусть  $R_k$  представляет множество всех возможных допустимых маршрутов для транспортного средства типа  $k \in V$ . Для каждого маршрута  $l \in R_k$  обозначим  $f_{lk}$  – ассоциируемые маршрутные затраты (сумму затрат на дугах маршрута),  $f_l^k$  – затраты на выгрузку грузов клиентам на маршруте. Пусть  $R_{ik} \subset R_k$  – подмножество маршрутов транспортного средства типа  $k$ , покрывающих (охватывающих) клиентов  $i \in C$ , а  $r_{lk}$  определяет подмножество клиентов, посещаемых на маршруте  $l$ ,  $r_{lk} = \{i_1, i_2, \dots, i_h\}$ ,  $\{i_1, i_2, \dots, i_h\} \subseteq C$ . Определим  $a_{lk} = \sum_{i \in r_{lk}} a_i$ ,  $\forall l \in R_k, \forall k \in V$ . Введем булевы переменные  $x_{lk} = 1$ , если и только если маршрут  $l \in R_k$  включен в оптимальное решение и  $x_{lk} = 0$  в противном случае.

Требуется найти минимум

$$\sum_{k \in V} \sum_{l \in R_k} (F_k + f_{lk}) x_{lk} + 2 \sum_{k \in V} \sum_{l \in R_k} f_l^k (a_{lk} x_{lk}), \quad (32)$$

при ограничениях

$$\sum_{k \in V} \sum_{l \in R_k} x_{lk} = 1, \forall i \in C, \quad (33)$$

$$\sum_{l \in R_k} x_{lk} \leq m_k, \forall k \in V, \quad (34)$$

$$x_{lk} \in \{0, 1\}, \forall l \in R_k, \forall k \in V. \quad (35)$$

Вторая составляющая целевой функции умножается на два, так как все выгружаемые грузы из транспортных средств типа  $k$  на маршруте  $l$ , предназначенные клиентам  $i$ , загружаются в эти же транспортные средства в депо, а затраты на погрузку и выгрузку единицы груза предполагаются одинаковыми для транспортных средств одинакового типа. Ограничения (33) гарантируют, что каждый клиент может быть обслужен только одним транспортным средством, а условия (34) ограничивают количество используемых транспортных средств каждого типа (эти условия могут отсутствовать при неограниченном рабочем парке).

Приведем несколько измененную формулировку [32], в которой учитываются время обслуживания клиента и ограничения на общее время движения транспортного средства. Определим множество  $\tilde{V} = \{1, 2, \dots, K\}$  всех типов транспортных средств (количество транспортных средств каждого

типа не ограничено), занумерованных индексом  $k = \overline{1, K}$ . Пусть  $F_k$ ,  $Q_k$  и  $T_k$  соответственно означают затраты на приобретение и обслуживание, грузоподъемность и максимальное время движения транспортного средства типа  $k \in \tilde{V}$ . Введем переменную решения задачи  $v$ , указывающую общее количество транспортных средств, включенных в состав рабочего парка  $V = \{1, 2, \dots, v\}$ ,  $V \subseteq \tilde{V}$ . Введем переменные затраты  $\alpha_k$  и временной фактор  $\beta_k$  в расчете на единицу расстояния для каждого типа транспортного средства  $k \in \tilde{V}$ . Пусть  $t_i$  – время обслуживания клиента  $i \in C$ ,  $R_p$  – множество клиентов, обслуживаемых транспортным средством с номером  $p \in V$ , а  $\sigma$  – функция  $\sigma : V \rightarrow \tilde{V}$ , однозначно отображающая множество номеров из  $V$  на множество типов транспортных средств  $\tilde{V}$  и  $\sigma(p)$  указывает на тип транспортного средства с наименьшей грузоподъемностью  $Q_{\sigma(p)}$ , которое может обслужить клиентов из  $R_p$ . Пусть  $\pi_p$  является кратчайшим маршрутом коммивояжера (TSP-маршрутом) с отправной и конечной точкой в депо, который обслуживает клиентов из  $R_p$ , а  $\pi_p(i)$  указывает положение (позицию) клиента  $i$  в  $\pi_p$ . Введем для маршрута  $\pi_p$  обозначения:  $D(\pi_p)$  – общее расстояние,  $T(\pi_p)$  – общее время в пути,  $C(\pi_p)$  – сумма переменной и фиксированной стоимости. Обозначим через  $l_{ij}$  расстояние между клиентами  $i$  и  $j$ . Пусть  $S$  является допустимым решением и определяется как  $S = \{R_1, \dots, R_v\}$ , а  $\Pi$  представляет множество всех маршрутов коммивояжера в  $S$ ,  $\Pi = \{\pi_1, \dots, \pi_v\}$ . Сформулируем следующую задачу оптимизации:

$$\min_{S, \Pi, v} C(S) = \sum_{p \in V} C(\pi_p), \quad (36)$$

при ограничениях

$$\bigcup_{p \in V} R_p = C, \quad R_p \cap R_q = \emptyset, \quad \forall p \neq q \in V, \quad (37)$$

$$\sum_{i \in R_p} a_i \leq Q_{\sigma(p)}, \quad \forall p \in V, \quad (38)$$

$$D(\pi_p) = \sum_{i \in R_p \cup \{0\}} l_{i\pi_p(i)}, \quad \forall p \in V, \quad (39)$$

$$T(\pi_p) = \beta_{\sigma(p)} D(\pi_p) + \sum_{i \in R_p} t_i \leq T_{\sigma(p)}, \quad \forall p \in V, \quad (40)$$

$$C(\pi_p) = F_{\sigma(p)} + f_0^{\sigma(p)} \left( \sum_{i \in R_p} a_i \right) + \sum_{i \in R_p} f_i^{\sigma(p)}(a_i) + \alpha_{\sigma(p)} D(\pi_p), \quad \forall p \in V. \quad (41)$$

Вместо слагаемого  $\alpha_{\sigma(p)} D(\pi_p)$  можно использовать  $\sum_{i \in R_p \cup \{0\}} f_{i\pi_p(i)}^{\sigma(p)}$ , а

вместо  $\beta_{\sigma(p)} D(\pi_p) - D(\pi_p) / \theta_{\sigma(p)}$ , где  $\theta_{\sigma(p)}$  – средняя скорость движения транспортного средства типа  $\sigma(p)$ . Целевая функция (36) определяет общую сумму затрат на всех маршрутах. Ограничения (37) и (38) означают, что каждый клиент обслуживается только одним маршрутом транспортного средства и что суммарный объем требований клиентов, обслуживаемых каждым маршрутом не может превышать грузоподъемности выделенного транспортного средства. Уравнения (39) и (41) определяют соответственно общую длину и затраты для каждого маршрута. Ограничения (40) означают, что время проезда по каждому маршруту не должно превышать заданной максимальной величины.

Как уже отмечалось, в настоящее время известны три точных алгоритма для решения задач с неоднородным парком транспортных средств. Choi и Tcha (2007) [40] для линейной релаксации исходной задачи разработали алгоритм на основе метода генерации столбцов. Они модифицировали несколько алгоритмов динамического программирования для решения классической задачи VRP с целью эффективной генерации допустимых столбцов, а затем применили процедуру ветвей и границ для получения целочисленного решения. Результаты численного экспериментирования с разработанными алгоритмами показали их превосходство по сравнению с существующими алгоритмами по качеству получаемых решений и по времени вычислений. Baldacci и Mingozzi [44] (2009) предложили универсальный точный алгоритм, использующий метод разбиения множества (set partitioning) для решения всех задач из семейства FCRPF. Ими были использованы три типа процедур основанные на LP и лагранжевой релаксации исходной задачи и получены новые более точные нижние границы решения задач. Третий точный алгоритм предложен Baldacci, Bartolini, Mingozzi и Roberti [45] (2010). Он сочетает в себе несколько итеративных двойственных процедур для генерации близко оптимальных двойственных нецелочисленных решений для множества разбиений (кластерных решений) и добавляет в координирующую задачу эффективные отсекающие неравенства для сокращения перебора в алгоритме генерации столбцов и получения целочисленного решения. Для окончательного двойственного решения определяется допустимая область, содержащая только целочисленные решения. Как утверждается в [45] этот алгоритм эффективнее всех других известных точных алгоритмов.

#### 4.5. Формулировка задачи построения сборочных маршрутов (the Collection Route, CR) для перевозки грузов от клиентов в магистральный узел

Сформулируем задачу аналогично (1)-(8). Пусть для каждого клиента  $j$ ,  $j = \overline{1, n}$  задано среднесуточное количество  $b_j > 0$ ,  $b_j \in Z^+$  единиц мелкопартионных грузов унифицированного размера, которое нужно в течение суток отправить от клиента в магистральный узел (депо). Введем

потоковые переменные  $z_{ji}$ , определяющие количество грузов в транспортном средстве при его проезде к клиенту  $i$  после посещения клиента  $j$ ,  $i, j \in N$  и булевы переменные  $x_{ij}^k$ ,  $x_{ij}^k = 1$ , если транспортное средство типа  $k$  движется от клиента  $i$  к клиенту  $j$  и  $x_{ij}^k = 0$  в противном случае. Пусть  $\sum_{j=1}^n x_{0j}^k$  представляет собой суммарное количество используемых транспортных средств типа  $k$ .

Требуется найти минимум функции

$$F_{CR} = \sum_{k \in V} F_k \sum_{j \in C} x_{0j}^k + \sum_{k \in V} \sum_{j \in N} f_j^k \left( \sum_{i \in C} |(z_{ji} - z_{ij})| x_{ij}^k \right) + \sum_{k \in V} \sum_{i, j \in N} f_{ij}^k x_{ij}^k, \quad (42)$$

при ограничениях

$$\sum_{k \in V} \sum_{i \in N} x_{ij}^k = 1, \quad \forall j \in C, \quad (43)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij}^k - \sum_{i \in N} x_{ji}^k = 0, \quad \forall j \in C, \quad \forall k \in V, \quad (44)$$

$$\sum_{j \in C} z_{0j} = 0, \quad \sum_{j \in C} z_{j0} = \sum_{j \in C} b_j, \quad (45)$$

$$\sum_{i \in N} z_{ji} - \sum_{i \in N} z_{ij} = b_j, \quad \forall j \in C, \quad (46)$$

$$z_{j0} \leq \sum_{k \in V} Q_k x_{j0}^k, \quad \forall j \in C, \quad (47)$$

$$z_{ij} \leq \sum_{k \in V} (Q_k - b_j) x_{ij}^k, \quad \forall i \in C, \quad \forall j \in N, \quad i \neq j, \quad (48)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\}, \quad z_{ij} \geq 0 \text{ и целые, } \forall i, j \in N, \quad \forall k \in V. \quad (49)$$

Ограничения (48) можно записать в виде

$$b_i x_{ij}^k \leq z_{ij} \leq (Q_k - b_j) x_{ij}^k, \quad \forall i \in C, \quad \forall j \in N, \quad i \neq j, \quad \forall k \in V.$$

Так же как и в задаче (1)-(8) в постановку задачи (42)-(49) могут быть введены ограничения на используемое количество транспортных средств каждого типа, на максимальную продолжительность маршрутов по времени и временные окна. Первая часть целевой функции (42) определяет фиксированные затраты на приобретение и обслуживание используемых транспортных средств, вторая – затраты на погрузку грузов у клиентов и их выгрузку в депо, и третья – переменные затраты на доставку всех грузов в депо. Ограничения (43) и (44) гарантируют, что каждый клиент  $j$  посещается только один раз каким-либо транспортным средством типа  $k$ , и это транспортное средство после прибытия к клиенту и погрузки его груза  $b_j$  должно обязательно покинуть клиента. Ограничения (45) означают, что общее количество грузов на выходе из депо равно нулю, а на входе в депо



равно суммарным требованиям всех клиентов. Ограничения (46) означают, что при посещении клиента  $j$  груз  $b_j$  должен быть погружен, т.е. количество груза в транспортном средстве после посещения клиента  $j$  увеличивается на величину  $b_j$ . Эти ограничения обеспечивают выполнение требований всех клиентов и исключают циклы, не проходящие через депо. Ограничения (47) гарантируют, что грузоподъемность транспортных средств не будет превышена. Ограничения (48) связывают переменные  $z_{ij}$  и  $x_{ij}^k$ , и означают, что никакие грузы не перевозятся из  $i$  в  $j$ , если ни одно транспортное средство не обслуживает связь между этими узлами, т.е. если  $x_{ij}^k = 0 \quad \forall k \in V$ . Ограничения (49) устанавливают область изменения переменных.

Отметим, что для сборочных маршрутов могут быть сформулированы и математические модели, аналогичные приведенным в подразделах 4.2-4.4.

## Выводы

1. Для эффективного управления процессами обработки и транспортировки мелкопартионных грузов во внутренних зонах магистральных узлов государственные и частные транспортные предприятия должны оптимизировать долгосрочные, тактические и оперативные решения, используя современные методы исследования операций, комбинаторной оптимизации и автоматизированные информационно-аналитические системы поддержки принятия решений. Уменьшение приведенных эксплуатационных затрат за счет оптимизации решений позволяет снижать тарифы на перевозку грузов, поддерживать здоровую конкуренцию среди перевозчиков и постоянно повышать качество обслуживания хозяйственных предприятий и населения.

2. При определении структуры внутриузловой сети перевозок и ее математической модели должны учитываться реальные географические особенности и характеристики участков дорог транспортной сети и трудноформализуемые внешние факторы. Модель физической структуры сети должна формироваться при участии опытных экспертов и диспетчеров транспортных перевозок для каждого магистрального узла.

3. Предложены основные принципы и схемы организации перевозок во внутренних зонах магистральных узлов и определены технические и экономические особенности реальных транспортных процессов обработки и транспортировки мелкопартионных грузов, которые должны быть учтены при формировании математических моделей задач маршрутизации на уровнях долгосрочного и текущего планирования и оперативного управления.

4. В большинстве известных работ, посвященных решению задач маршрутизации на транспорте, рассматриваются идеализированные математические модели, в которых не учитываются многие ограничения, присущие реальным процессам обработки и транспортировки грузов. Часто принимается евклидово расстояние между узлами сети перевозок, когда выполняется правило треугольника, а такие важные параметры как расстояние, время поездки, транспортные расходы, время обслуживания и

другие, присутствуют в некотором абстрактном виде и моделируются константами. В постановках задач внутриузловых перевозок должны присутствовать все ограничения и параметры, которые позволят рассчитать близкие к фактическим технические и экономические показатели функционирования сети перевозок во внутренних зонах магистральных узлов.

5. Для решения задач построения маршрутов с неоднородным парком транспортных средств наиболее часто применяются классические эвристические и метаэвристические алгоритмы, что объясняется с одной стороны NP-трудностью решаемых задач, а с другой - относительно низкой трудоемкостью разработки таких алгоритмов. Однако следует учитывать, что большинство эвристических алгоритмов на разных экземплярах индивидуальных задач оптимизации могут дать решения, сколь угодно отличающиеся от глобального оптимума. Поэтому для решения задач большой размерности (более 100 клиентов) предпочтительнее использовать гибридные алгоритмы, в которых сочетаются в различных комбинациях точные (ветвей и границ, ветвей и отсечений, ветвей отсечений и цен, генерации столбцов, разбиения множества, динамического программирования) и многочисленные эвристические и метаэвристические методы и подходы. Сегодня можно утверждать, что разработка гибридных алгоритмов для решения NP-трудных кластерных задач маршрутизации стала общепризнанной в мировой практике [26, 27]. В последние годы наблюдается также тенденция к построению унифицированных алгоритмов и портала-сервера, способных решать большой класс задач маршрутизации с возможностью учета многих реальных ограничений и параметров [50].

6. На основании проведенного обзора и анализа известных математических моделей разработано несколько вариантов математических постановок задачи построения доставочных и сборочных маршрутов транспортных средств для перевозки мелкопартионных грузов. Для решения поставленных задач могут быть применены точные, эвристические и метаэвристические методы и алгоритмы, реализованные в многочисленных коммерческих, например, IBM ILOG CPLEX, GAMS, AIMMS, Gurobi Optimizer [51] и некоммерческих, например, ABACUS, COIN-OR, GLPK, Ip\_solve [52] пакетах программ смешанного и целочисленного линейного программирования. Многие из них бесплатно доступны на сервере NEOS (<https://neos-server.org/neos/>). Учитывая иерархическую структуру магистральной сети перевозок и, как следствие, небольшое количество узлов во внутренних зонах магистральных узлов, предпочтение следует отдать точным и гибридным методам и алгоритмам. В частности, с успехом могут использоваться алгоритмы, предложенные R. Baldacci и др. [43-46], которые в настоящее время принято считать одними из лучших точных универсальных алгоритмов, способных находить оптимальные решения многих задач маршрутизации с числом клиентов до 100.

7. К перспективным направлениям решения задач маршрутизации следует отнести разработку стохастических моделей и алгоритмов для долгосрочного планирования, учитывающих риски вложения инвестиций в развитие парка транспортных средств, динамических моделей текущего планирования и оперативного управления для определения границ экономической эффективности уже полученных решений на заданные промежутки времени

при колебании потоков грузов и изменении параметров транспортной модели. Оперативная информация в этом случае может поступать в АИАС от GPS с бортов транспортных средств, системы электронных заказов по Интернет и устройств мобильной связи (сотовых телефонов, планшетов, смартфонов и т.п.). Большой интерес представляет также создание единой общенациональной базы данных в стандартизированном формате на основе одного структурированного языка (например, XML) с трудными тестовыми примерами для различных классов типовых задач маршрутизации.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васянин В.А., Трофимчук А.Н. Задача выбора иерархической структуры многопродуктовой коммуникационной сети с мелкопартионными дискретными потоками // *Екологічна безпека та природокористування: Зб. наук. праць.* — Київ, 2012. — Вип. 10. — С. 182-204.
2. Васянин В.А., Трофимчук А.Н. Автоматизация процессов принятия решений в многопродуктовых коммуникационных сетях с мелкопартионными дискретными потоками // *Екологічна безпека та природокористування: Зб. наук. праць.* — Київ, 2010. — Вип. 5. — С. 172-213.
3. Sahni S., Gonzalez T. P-complete approximation problems // *J. Assoc. Comput. Mach.* — 1976. — No. 23. — P. 555–565.
4. Christofides N. Worst-case analysis of a new heuristic for the travelling salesman problem // *Research Report 388, Graduate School of Industrial Administration, Carnegie-Mellon University, Pittsburg, PA, 1976.* — 5 p.
5. Cornuéjols G., Nemhauser G.L. Tight bounds for Christofides' traveling salesman heuristic // *Math Program.* — 1978. — No. 14. — P. 116-121.
6. Lenstra J.K., Rinnooy Kan A.H.G. Complexity of vehicle routing and scheduling problems // *Networks.* — 1981. — No. 11. — P. 221-227.
7. Laporte G. Fifty Years of Vehicle Routing // *Canada Research Chair in Distribution Management, HEC Montr'éal, 2009.* — 23 p.
8. Laporte G., Semet F. Classical Heuristics for the Vehicle Routing Problem // *Les Cahiers du GERAD, G98-54, Group for Research in Decision Analysis, Montreal, Canada, 1998.* — 21 p.
9. Laporte G., Gendreau M., Potvin J-Y., Semet F. Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem // *International Transactions in Operational Research.* — 2000. — Vol. 7. — Issue 4-5. — P. 285-300.
10. Gendreau M.G., Laporte G., Potvin J-Y. Metaheuristics for the vehicle routing problem // *Les Cahiers du GERAD, G98-52, Group for Research in Decision Analysis, Montreal, Canada, 1998.* — 27 p.
11. Gendreau M., Potvin J-Y., Bräysy O., Hasle G., Lökketangen A. Metaheuristics for the vehicle routing problem and its extensions: A categorized bibliography // *CIRRELT, 2007.* — Vol. 27. — 25 p.
12. Пожидаев М.С. Алгоритмы решения задачи маршрутизации транспорта: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук, Томск, 2010. — 19 с.
13. Чернышев С.В. Модели, методы и алгоритмы эффективного решения задачи маршрутизации транспорта на графах больших размерностей: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Москва, 2011. — 24 с.
14. Гиндуллин Р.В. Оптимизация маршрута доставки однородного груза от множества производителей множеству потребителей: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Уфа, 2013. — 16 с.

15. Перцовский А.К. Адаптивные модели и алгоритмы маршрутизации: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Санкт-Петербург, 2013. — 16 с.
16. Хмелев А.В. Алгоритмы локального поиска для задач маршрутизации транспортных средств: диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Новосибирск, 2015. — 119 с.
17. Berbeglia G., Cordeau J-F., Gribkovskaia I., Laporte G. Static pickup and delivery problems: a classification scheme and survey // *TOP: Operations Research & Decision Theory*, Springer-Verlag, 2007. — Vol. 15. — Issue 1. — P. 1-31.
18. Parragh S., Doerner K., Hartl R. A survey on pickup and delivery problems. Part I: Transportations between customers and depot // *J. Betriebswirtschaft.* — 2008. — V. 58. — No 1. — P. 21–51.
19. Parragh S., Doerner K., Hartl R. A survey on pickup and delivery problems. Part II: Transportations between customers and depot // *J. Betriebswirtschaft.* — 2008. — V. 58. — No 2. — P. 81–117.
20. Eksioglu B., Vural A.V., Reisman A. The vehicle routing problem: A taxonomic review // *Computers & Industrial Engineering.* — 2009. — V. 57. — No. 4. — P. 1472–1483.
21. Бронштейн Е.М., Заико Т.А. Детерминированные оптимизационные задачи транспортной логистики // *Автоматика и телемеханика.* — 2010. — № 10. — С. 133-147.
22. Kumar S.N., Panneerselvam R. A Survey on the Vehicle Routing Problem and Its Variants // *Intelligent Information Management.* — 2012. — 4. — P. 66-74.
23. De Jaegere N., Defraeyea M., Van Nieuwenhuysa I. The Vehicle Routing Problem: State of the Art Classification and Review // *International Journal of Combinatorial Optimization Problems and Informatics.* — 2014. — Volume 5. — No. 2. — P. 58–73.
24. Prins C., Lacomme P., Prodhon C. Order-first split-second methods for vehicle routing problems: A review // *Transportation Research Part C.* — 2014. — 40. — P. 179–200.
25. Braekers K., Ramaekers K., Van Nieuwenhuysa I. The vehicle routing problem: State of the art classification and review // *Computers & Industrial Engineering.* — 2015. — In Press.
26. Golden B.L., Raghavan S., Wasil E.A. *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*, Springer Science & Business Media, 2008. — 591 p.
27. Toth P., Vigo D. *Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications*, Second Edition, SIAM, 2014. — 463 p.
28. Dantzig G.B., Fulkerson D.R. Minimizing the number of tankers to meet a fixed schedule // *Naval Research Logistics Quarterly.* — 1954. — No. 1. — P. 217-222.
29. Kirby D. Is Your Fleet the Right Size? // *Operational Research Quarterly.* — 1959. — No. 10. — P. 252.
30. Golden B.L., Assad A., Levy L., Gheysens F. The Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem // *Computers & Operations Research.* — 1984. — No. 11. — P. 49-66.
31. Clarke G., Wright J.W. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points // *Operations Research.* — 1964. — Vol. 12. — P. 568-581.
32. Salhi S., Rand G.K. Incorporating vehicle routing into the vehicle fleet composition problem // *European Journal of Operational Research.* — 1993. — No. 66. — P. 313-330.
33. Osman I.H., Salhi S. Local Search Strategies for the Vehicle Fleet Mix Problem // In Rayward-Smith V.J., Osman I.H., Reeves C.R., Smith G.D., eds., *Modern heuristic search methods.*, John Wiley & Sons, Chichester, UK, 1996. — P. 131-153.
34. Lee Y.H., Kim J.I., Kang K.H., Kim K.H. A heuristic for vehicle fleet mix problem using tabu search and set partitioning // *The Journal of the Operational Research Society.* — 2008. — Vol. 59. — No. 6. — P. 833-841.
35. Baldacci R., Battarra M., Vigo D. Routing a Heterogeneous Fleet of Vehicles // *Technical Report DEIS OR. INGCE 2007/1*, University Bologna, Italy, 2007. — 25 p.

36. Baldacci R., Battarra M., Vigo D. Routing a heterogeneous fleet of vehicles // In Golden B.L., Raghavan S., Wasil E.A. (Eds.), The vehicle routing problem: Latest advances and new challenges. New York: Springer, 2008. — P. 1-25.
37. Hoff A., Andersson H., Christiansen M., Hasle G., Løkketangen A. Industrial Aspects and Literature Survey: Fleet Composition and Routing // SINTEF REPORT NO. A7029. — 2008. — 49 p.
38. Hoff A., Andersson H., Christiansen M., Hasle G., Løkketangen A. Industrial aspects and literature survey: Fleet composition and routing // Computers & Operations Research . — 2010. — 37. — P. 2041–2061.
39. Yaman H. D. Formulations and valid inequalities for the heterogeneous vehicle routing problem // Mathematical Programming. — 2006. — Vol. 106. —No. 2. — P. 365-390.
40. Choi E., Tcha D. A column generation approach to the heterogeneous fleet vehicle routing problem // Computers & Operations Research. — 2007. — Vol. 34. — P. 2080-2095.
41. Pessoa A., Uchoa E., Poggi de Aragão M. A robust branch-cut-and-price algorithm for the heterogeneous fleet vehicle routing problem // Networks. — 2009. — Vol. 54. — Issue 4. — P. 167-177.
42. Fukasawa R., Longo H., Lysgaard J., Poggi de Aragão M., Reis M., Uchoa E., Werneck R.F. Robust branch-and-cut-and-price for the capacitated vehicle routing problem // Mathematical Programming. — 2006. — Vol. 106. — P. 491-511.
43. Baldacci R., Battarra M., Vigo D. Valid inequalities for the fleet size and mix vehicle routing problem with fixed costs // Networks. — 2009. — Vol. 54. — Issue 4. — P. 178-189.
44. Baldacci R., Mingozzi A. A unified exact method for solving different classes of vehicle routing problems // Mathematical Programming, Series A. — 2009. — Vol. 120. — Issue 2. — P. 347-380.
45. Baldacci R., Bartolini E., Mingozzi A., Roberti R. An exact solution framework for a broad class of vehicle routing problems // Computational Management Science. — 2010. — Vol. 7. — Issue 3. — P. 229-268.
46. Baldacci R., Toth P., Vigo D. Exact algorithms for routing problems under vehicle capacity constraints // Annals of Operations Research. — 2010. — Vol. 175. — Issue 1. — P. 213-245.
47. Gheysens F., Golden B.L., Assad A. A Comparison of Techniques for Solving the Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem // OR Spectrum. — 1984. — No. 6. — P. 207-216.
48. Miller C.E., Tucker A.W., Zemlin R.A. Integer programming formulations and traveling salesman problems // ACM. — 1960. — Vol. 7. — P. 326-329.
49. Balinski M., Quandt R. On an integer program for a delivery problem // Operations Research. — 1964. — Vol. 12. — P. 300–304.
50. Vidal T., Crainic T.G., Gendreau M., Prins C. A unified solution framework for multi-attribute vehicle routing problems // European Journal of Operational Research. — 2014. — Vol. 234. — Issue 3. — P. 658-673.
51. <http://www-01.ibm.com/software/commerce/optimization/cplex-optimizer/index.html>, <http://www.gams.com/>, <http://aimms.com/>, <http://www.gurobi.com/>.
52. <http://www.informatik.uni-koeln.de/abacus/>, <http://www.coin-or.org/>, <http://www.gnu.org/software/glpk/glpk.html>, [http://groups.yahoo.com/group/lp\\_solve/info/](http://groups.yahoo.com/group/lp_solve/info/).

*Стаття надійшла до редакції 26.10.16.*

УДК 519.876.5:517.958:532

**П.С. ВЕНГЕРСЬКИЙ, Г.А. ШИНКАРЕНКО**

**ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕНЕРГЕТИЧНИХ РІВНЯНЬ  
ВАРІАЦІЙНОЇ ЗАДАЧІ СУМІСНОГО РУХУ ПОВЕРХНЕВИХ І  
ПІДЗЕМНИХ ВОДНИХ ПОТОКІВ НА ВОДОЗБОРІ**

***Анотація.** Сформульовано варіаційну задачу сумісного потоку поверхневої і ґрунтової води та отримано умови контакту на спільній границі, виходячи з законів руху суцільного середовища. Побудовано і досліджено енергетичні рівняння варіаційної задачі.*

***Ключові слова:** Поверхневий потік, варіаційна задача, ґрунтова вода, умови інтерфейсу, енергетичні рівняння, закони руху суцільного середовища, стійкість рекурентної схеми.*

**Вступ**

Важливу роль у вивченні кругообігу води в природі відіграють гідрологічні системи. В загальному дослідження цілостності такої системи з врахуванням всіх факторів впливу є складною і не завжди доцільною задачею для вивчення, тому досліджується лише певна частина області, що бере участь в кругообігу води. Найвирогіднішим елементом частини території може виступати територія водозбору (рис.1), яка характеризується подібними кліматичними умовами і знаходиться під впливом подібних факторів, що впливають на рух вологи.

Для спрощення опису руху водних потоків на водозборі проводиться вертикальна декомпозиція області задачі – вся область розбивається на шари: приземний шар атмосфери, поверхня землі, ненасичена зона, насичена зона, зона напірного руху, тощо.

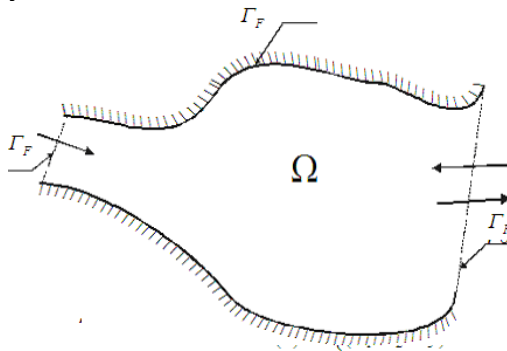


Рисунок 1 – Двовірна проекція території водозбору на площину  $X_1OX_2$

В приземному шарі атмосфери проходять процеси випаровування, випадання дощу, снігу, перехоплювання опадів рослинністю, а також перенесення вологи повітряними потоками. На поверхні землі проходять русловий стік, стік в пойму ріки при розливі, схиловий стік, рух води в озерах та водоймах, а також накопичення снігу і його танення. В ненасиченій зоні проходять процеси фільтрації води, капілярного підйому і випаровування, вбирання води кореннями рослин. У водоносних напірних горизонтах рух

води проходить між двома водопідпорами. Тут можлива взаємодія між потоком і вище та нижче розташованими водоносними шарами при наявності проникливого водопідпору. В кожному шарі для опису руху вологи використовуються моделі різної розмірності і їх розв'язки з'єднуються за допомогою граничних умов [1, 3, 9, 13, 16].

Виділимо в суцільному середовищі (рідині) рухомий поверхневий шар  $F(t) \in R^3$  (рис.2) такої структури

$$\Omega_F(t) := \{(x_1, x_2, x_3) \in R^3, \eta(x) < x_3 < \nu(x, t) \quad \forall x = (x_1, x_2) \in \Omega(t)\}. \quad (1)$$

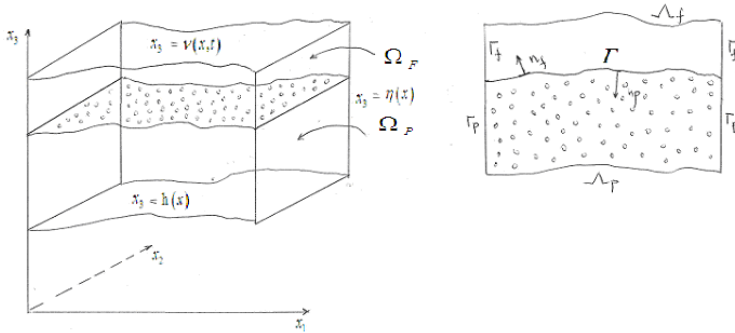


Рисунок 2– Загальне зображення моделі потоків та їх поперечний розріз

Позначимо проекції його нижньої

$$\Omega(t) := \{(x_1, x_2, x_3) \in R^3 \mid x_3 = \eta(x), \quad \forall x = (x_1, x_2) \in \Omega(t)\} \quad (2)$$

та верхньої

$$\Lambda_F(t) := \{(x_1, x_2, x_3) \in R^3 \mid x_3 = \nu(x, t) \quad \forall x = (x_1, x_2) \in \Omega(t)\} \quad (3)$$

основ на площину  $0x_1x_2$ . Решту поверхні цього шару

$$\Gamma_F(t) := \{(x_1, x_2, x_3) \in R^3, \eta(x) < x_3 < \nu(x, t) \quad \forall x = (x_1, x_2) \in \Omega(t)\} \quad (4)$$

будемо називати бічною поверхнею шару  $F(t)$ .

Аналогічно позначимо частину рідини, яка рухається в ґрунті, так

$$\Omega_P(t) := \{(x_1, x_2, x_3) \in R^3, h(x) < x_3 < \eta(x), \quad \forall x = (x_1, x_2) \in \Omega(t)\}, \quad (5)$$

проекція нижньої частини (поверхня водопідпору) запишеться

$$\Lambda_P(t) := \{(x_1, x_2, x_3) \in R^3 \mid x_3 = h(x), \quad \forall x = (x_1, x_2) \in \Omega(t)\}. \quad (6)$$

Тоді, шар ґрунтової води

$$\Gamma_p(t) := \{(x_1, x_2, x_3) \in R^3, h(x) < x_3 < \eta(x) \quad \forall x \in \Gamma_p(t)\}. \quad (7)$$

### 1. Початково-крайова задача взаємодії водних потоків

Сформулюємо початково-крайову задачу з врахуванням крайових та початкових умов [1-3].

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Знайти невідомі величини } \{u, p, \varphi\} \text{ такі, що} \\ \text{задовольняють наступну систему рівнянь:} \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \sum_{k=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_i u_k) - \rho f_i - \sum_{k=1}^3 \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} = 0, \quad (8) \\ \sigma_{ij} = -p_F \delta_{ij} + \tau_{ij}, \\ \tau_{ij} = 2\mu e_{ij}, i, j = 1, 2, 3 \\ e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_{k=1}^3 \frac{\partial (\rho u_k)}{\partial x_k} = 0, \quad \varepsilon \quad \Omega_F \times (0, T], \quad (9) \\ m \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) + \varepsilon \quad \varepsilon \quad \Omega_p \times (0; T], \quad (10) \end{array} \right.$$

де:

$\{u_i(x,t)\}_{i=1}^3$  та  $p_F = p_F(x,t)$  – шукані вектор швидкості частинок рідини та гідростатичний тиск відповідно;

$F = \{g f_i(x)\}_{i=1}^3$  – масові сили;

$\rho = \rho(x,t) > 0$  – густина маси води потоку;

$\mu = \mu(x) > 0$  – коефіцієнт в'язкості;

$\{e_{ij}\}_{i,j=1}^3, \{\sigma_{ij}\}_{i,j=1}^3$  – тензори швидкостей деформації та напружень рідини в

точці  $x$  на момент часу  $t$ ;

$\delta_{ij}$  – символ Кронекера;

$k = k(x,t)$  – коефіцієнт фільтрації;

$m = m(x,t)$  – коефіцієнт питомої водовіддачі;

$\varepsilon = \varepsilon(x,t)$  – відома функція джерел притоку води;

А також п'єзометричний напір представлений наступним чином:

$$\varphi = x_3 + \frac{p_p}{\rho g}. \quad (11)$$

Потік (розхід потоку води) через рівняння:



$$q = -k \nabla \varphi. \tag{12}$$

Крім того, позначимо:

$v = v(x, t)$  – вектор швидкості рідини в ґрунті;

$v = \frac{q}{\omega}$ ,  $\omega$  – об’ємна пористість;

$\overline{n}_F = -\overline{n}_P$  – вектори нормалі до границі області  $\Omega_F$  та  $\Omega_P$  відповідно;

$$\begin{aligned} \overline{\Omega} &= \overline{\Omega}_F \cup \overline{\Omega}_P, \Omega_F \cap \Omega_P = \{\emptyset\}, \overline{\Omega}_F \cap \overline{\Omega}_P = \Gamma, \\ \partial\Omega_F &= \Gamma_F \cup \Lambda_F \cup \Gamma; \partial\Omega_P = \Gamma_P \cup \Lambda_P \cup \Gamma. \end{aligned}$$

Крайові умови представимо наступним чином:

$$\overline{u}_i = 0 \text{ на } \Gamma_F, i = 1, 2, 3, \tag{13}$$

$$\sigma_{\pi\pi} = \sigma, \text{ на } \Lambda_F, \tag{14}$$

$$u_3 + R = \frac{\partial v}{\partial t} + u_1^0 \frac{\partial v}{\partial x_1} + u_2^0 \frac{\partial v}{\partial x_2} \text{ в } \Omega_F \times (0, T], \tag{15}$$

де

$R$  – швидкість падіння капель дощу;

$u_1^0, u_2^0$  – горизонтальні складові швидкості на вільній поверхні  $v(x, t)$  ( $\Lambda_F$ ).

А також:

$$v \cdot \overline{n}_P = \widehat{v} \text{ на } \Gamma_P; \tag{16}$$

$$v_1 = v_2 = 0 \text{ на } \Lambda_P, \tag{17}$$

$$v_3 = -I \text{ на } \Lambda_P. \tag{18}$$

Враховуючи, що  $I$  – відома функція, яка описує швидкість потоку рідини через поверхню  $\Lambda_P$ .

Та наступні початкові умови:

$$\begin{aligned} u|_{t=0} &= u_0, \\ p|_{t=0} &= p_0, \quad \text{в } \Omega. \\ \varphi|_{t=0} &= \varphi_0, \end{aligned} \tag{19}$$

Наведене є початково-крайовою задачею руху поверхневих і ґрунтоаих потоків по поверхні водозбору з врахуванням крайових та початкових умов.

## 2.Варіаційне формулювання задачі взаємодії водних потоків

Щоб побудувати варіаційне формулювання початково-крайової задачі (8)-(19), спочатку введемо простір допустимих векторів швидкості

$$V := \left\{ \xi = \{\xi_i\}_{i=1}^3 \in H^1(\Omega_F)^3 \mid \xi \cdot n_F \mid_{\Gamma_F} = 0 \right\}.$$

Тепер домножимо рівняння руху (8) на довільну функцію  $\xi \in V$  і результат проінтегруємо по області  $\Omega_F$  з використанням інтегрування частинами

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_F} \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} \xi_i ds + \int_{\Omega_F} \sum_{k=1}^3 \rho u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \xi_i ds - \int_{\Omega_F} \rho f_i \xi_i ds + \int_{\Omega_F} \sum_{k=1}^3 \sigma_{ik}(u, p_F) \frac{\partial \xi_i}{\partial x_k} ds \\ & - \int_{\partial \Omega_F} \xi_i \sum_{k=1}^3 \bar{\sigma}_{ik}(u, p_F) \bar{n}_{F_k} d\gamma = 0, i = \bar{1}, \bar{3} \end{aligned} \quad (20)$$

Далі перейдемо до рівняння нерозривності (9). Домножимо це рівняння на  $\theta \in Q$ , де  $Q = L^2(F)$ . Проінтегрувавши його, будемо мати

$$\int_{\Omega_F} \frac{\partial \rho}{\partial t} \theta ds + \int_{\Omega_F} \sum_{k=1}^3 \frac{\partial(\rho u_k)}{\partial x_k} \theta ds = 0. \quad (21)$$

Якщо водний потік є нестисливим, то густина  $\rho$  є постійна по часу і отримаємо

$$\int_{\Omega_F} \sum_{k=1}^3 \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \theta ds = \int_{\Omega_F} \operatorname{div} u \theta ds. \quad (22)$$

Перейдемо до інтегралу по границі області  $F$ , будемо мати

$$\int_{\partial \Omega_F} u \cdot n_F \theta d\gamma - \int_F u \cdot \nabla \theta ds = 0. \quad (23)$$

Розпишемо значення інтегралу в (23) через складові границі області  $\Omega_F$

$$\int_{\partial \Omega_F} u \cdot n_F \theta d\gamma = \int_{\Gamma_F} u \cdot n_F \theta d\gamma + \int_{\Gamma} u \cdot n_F \theta d\gamma + \int_{\Lambda_F} u \cdot n_F \theta d\gamma. \quad (24)$$

Враховуючи те, що нормальні складові вектора швидкості на границі водозбору рівні нулю і кінематичну умову (15), вираз (24) перепишемо наступним чином:

$$\int_{\Gamma} u \cdot n_F \theta d\gamma + \int_{\Lambda_F} u_n^0 \theta d\gamma - \int_{\partial\Omega_F} u \cdot \nabla \theta ds = 0 \quad (25)$$

Введемо простір:

$$W := \left\{ \psi \in H^1(\Omega_p) \mid \psi|_{\Gamma_p \cup \Omega_p} = 0 \right\}. \quad (26)$$

Домножимо це рівняння на  $\frac{\rho g \psi}{\omega}$  і проінтегруємо по області  $\partial\Omega_p$  і отримаємо

$$\int_{\Omega_p} m \frac{\rho g}{\omega} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \psi dp = \int_{\Omega_p} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) \frac{\rho g}{\omega} \psi dp + \int_{\Omega_p} \frac{\varepsilon \rho g}{\omega} \psi dp \quad (27)$$

Використаємо крайові умови в правій частині, для цього перейдемо до інтегрування по границі

$$\int_{\Omega_p} m \frac{\rho g}{\omega} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \psi dp - \int_{\partial\Omega_p} \frac{k(x,t)}{\omega} \frac{\partial \varphi}{\partial n_p} \rho g \psi d\gamma + \int_{\Omega_p} \sum_{j=1}^3 \frac{k(x,t)}{\omega} \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} (\psi \rho g) dp - \int_{\Omega_p} \frac{\varepsilon(x,t) \rho g \psi}{\omega} dp = 0 \quad (27)$$

додамо вирази (22) та (27):

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^3 \left[ \int_{\Omega_p} \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} \xi_i ds + \int_{\Omega_p} \sum_{k=1}^3 \rho u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \xi_i ds - \int_{\Omega_p} \rho f_i \xi_i ds + \int_{\Omega_p} \sum_{k=1}^3 \sigma_{ik}(u, p_F) \frac{\partial \xi_i}{\partial x_k} ds \right. \\ & \left. - \int_{\partial\Omega_p} \xi_i \sum_{k=1}^3 \sigma_{ik}(u, p_F) n_{F_k} d\gamma \right] + \\ & \int_{\Omega_p} m \frac{\rho g}{\omega} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \psi dp - \int_{\partial\Omega_p} \sum_{j=1}^3 \frac{k(x,t)}{\omega} \frac{\partial \varphi}{\partial n_p} \rho g \psi d\gamma + \int_{\Omega_p} \sum_{j=1}^3 \frac{k(x,t)}{\omega} \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} (\psi \rho g) dp - \\ & \int_{\Omega_p} \frac{\varepsilon(x,t) \rho g \psi}{\omega} dp = 0. \end{aligned} \quad (28)$$

Розглянемо інтеграли на границях областей  $\Omega_F$  і  $\Omega_p$ :

$$- \int_{\partial\Omega_F} \xi_i \sum_{k=1}^3 \sigma_{ik}(u, p_F) n_{F_k} d\gamma - \int_{\partial\Omega_p} \sum_{j=1}^3 \frac{k(x,t)}{\omega} \frac{\partial \varphi}{\partial n_p} \rho g \psi d\gamma,$$

та розкладемо їх по складових границі областей  $\Omega_F$  і  $\Omega_p$  :

$$\begin{aligned}
 & - \int_{\Lambda_F} \xi_i \sum_{k=1}^3 \sigma_{ik}(u, p_F) n_{F_k} d\gamma - \int_{\Gamma_F} \xi_i \sum_{k=1}^3 \sigma_{ik}(u, p_F) n_{F_k} d\gamma \\
 & - \int_{\Gamma} \xi_i \sum_{k=1}^3 \sigma_{ik}(u, p_F) n_{F_k} d\gamma - \int_{\Lambda_p} \sum_{j=1}^3 k(x, t) \frac{\partial \varphi}{\partial n_p} \frac{\rho g \psi}{\omega} d\gamma - \\
 & - \int_{\Gamma_p} \sum_{j=1}^3 k(x, t) \frac{\partial \varphi}{\omega} \frac{\partial \varphi}{\partial n_p} \rho g \psi d\gamma - \int_{\Gamma} \sum_{j=1}^3 k(x, t) \frac{\partial \varphi}{\omega} \frac{\partial \varphi}{\partial n_p} \rho g \psi d\gamma
 \end{aligned} \tag{29}$$

Якщо область  $\Omega$  є територією водозбору, то інтеграли на  $\Gamma_F$  будуть рівні нулю, так як на границі  $\Omega$  вода стікає тільки всередину області.

Якщо вважати, що область  $\Omega_p$  обмежена знизу поверхнею непроникливого шару (водопідпором) і частини до цієї поверхні не прилипають, то інтеграл по  $\Lambda_p$  буде також рівний нулю.

Проаналізуємо інтеграли на спільній границі  $\Gamma$  :

$$\begin{aligned}
 & - \int_{\Gamma} \xi_i \sum_{k=1}^3 \sigma_{ik} n_{F_k} d\gamma - \int_{\Gamma} k \frac{\partial \varphi}{\partial n_p} \psi \frac{\rho g}{\omega} d\gamma = \\
 & = - \int_{\Gamma} (\xi_i \sum_{k=1}^3 \sigma_{ik} n_{F_k} d\gamma + k \frac{\partial \varphi}{\partial n_p} \psi \frac{\rho g}{\omega}) d\gamma = \\
 & = - \int_{\Gamma} \xi_i \sum_{k=1}^3 \sigma_{ik} n_{F_k} d\gamma - \int_{\Gamma} \frac{k}{\omega} \frac{\partial \varphi}{\partial n_p} \psi \rho g d\gamma.
 \end{aligned} \tag{30}$$

З означення тензора напружень, будемо мати

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + 2\mu e_{ij},$$

тоді

$$\begin{aligned}
 \sigma_{nn}(u, p_F) &= [(-p_F \delta_{ij} + 2\mu e_{ij}) \bar{n}_{F_i}] \bar{n}_{F_i} = \\
 &= (-p_F \delta_{in} + 2\mu e_{in}) \bar{n}_{F_i} = \quad ; \\
 &= -p_F + 2\mu \nabla \cdot u
 \end{aligned} \tag{31}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\tau n}(u, p_F) &= [(-p \delta_{ij} + 2\mu e_{ij}) \bar{n}_{F_i}] \tau_i = \\
 &= [-p \delta_{in} + 2\mu e_{in}] \tau_i = \\
 &= 2\mu \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial n} + \frac{\partial u_n}{\partial x_i} \right) \tau_i = \\
 &= \mu \left( \frac{\partial u_\tau}{\partial n} + \frac{\partial u_n}{\partial \tau} \right) = \tau_{nr}(u).
 \end{aligned} \tag{32}$$

Враховуючи умову нерозривності (22), вираз (30) запишеться

$$-\int_{\Gamma} (\xi_n p_F + \xi_\tau \tau_{\tau n} + k \frac{\nabla \varphi \cdot n_p}{\omega} \psi \rho g) d\gamma . \quad (33)$$

Враховуючи суцільність середовища, з (33) запишемо умови поведінки потоків води на спільній границі  $\Gamma$ , як:

$$\begin{aligned} \sigma_{mn}(u, p_F) &= p_p, \\ \sigma_{\tau n} &= 0, \\ u_n &= -v_n. \end{aligned} \quad (34)$$

Проаналізуємо перший доданок у виразі (29), отримаємо:

$$\begin{aligned} -\int_{\Lambda_F} \xi_i \sum_{k=1}^3 \sigma_{ik}(u, p_F) n_{F_k} d\gamma = \\ -\int_{\Lambda_F} (\xi_n \sigma_{nn} + \xi_\tau \sigma_{\tau n}) d\gamma \end{aligned} \quad (35)$$

Так як на поверхні потоку тиск рівний атмосферному тиску  $p_a$ , то

$$\sigma_{nn}(u, p_F) = p_a.$$

Також відомо, що складові напружень тертя на вільній поверхні потоку часто зумовлені дією вітру і з [6] візьмемо, що вони пропорційні квадрату швидкості потоку:

$$\bar{\tau}_{in} = \chi \frac{\rho_a}{\rho} v_a^2 \cos \psi, i = 1, 2;$$

де

$\rho_a$  – густина повітря;

$\chi$  – емпіричний коефіцієнт напружень;

$v_a$  – швидкість вітру.

Спростимо доданки у виразі (28), які містять напруження:

$$\sum_{i=1}^3 \int_{\Omega_F} \sum_{k=1}^3 \sigma_{ik}(u, p_F) \frac{\partial \xi_i}{\partial x_k} ds . \quad (36)$$

Розкладемо елементи вектора  $\xi$  через компоненти тензорів деформацій і поворотів

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial x_k} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \xi_i}{\partial x_k} + \frac{\partial \xi_k}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \xi_i}{\partial x_k} - \frac{\partial \xi_k}{\partial x_i} \right) = e_{ik}(\xi) + \omega_{ik}(\xi).$$

Через те, що  $\omega_{ik}(\xi)_{i,k=1}^3$  утворюють кососиметричну матрицю, то вираз (36) переписеться:

$$\int_{\Omega_F} \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \sigma_{ik}(u, p_P) e_{ik}(\xi) ds.$$

Оскільки  $\sigma_{ik} = -p_s \delta_{ik} + 2\mu e_{ik}(u)$ , тоді

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_F} \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 (-p_s \delta_{ik} + 2\mu e_{ik}(u)) e_{ik}(\xi) ds &= - \int_{\Omega_F} \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 p_F \delta_{ik} e_{ik}(\xi) ds + \\ &+ \int_{\Omega_F} \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 2\mu e_{ik}(u) e_{ik}(\xi) ds = - \int_{\Omega_F} \sum_{i=1}^3 p_F e_{ii}(\xi) ds + \\ \int_{\Omega_F} \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 2\mu e_{ik}(u) e_{ik}(\xi) ds &= - \int_{\Omega_F} p_F \operatorname{div} \xi ds + \int_{\Omega_F} 2\mu e(u) : e(\xi) ds \end{aligned}$$

Спростимо інтеграл по області  $\Omega_p$

$$\int_{\Omega_p} \sum_{j=1}^3 \frac{k(x,t)}{\omega} \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} (\psi \rho g) dp.$$

Допустимо  $\varphi \in H^1(\Omega_p)$ ,  $\operatorname{div} \nabla \varphi \in L^2(\Omega_p)$ , то в цьому випадку має місце формула Гріна:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_p} \frac{k(x,t)}{\omega} \nabla \varphi \cdot \nabla (\psi \rho g) dp &= \int_{\partial \Omega_p} \frac{k(x,t) \cdot \nabla \varphi}{\omega} \cdot \bar{n}_p \rho g \psi d\gamma - \\ &- \int_{\Omega_p} \operatorname{div} \left( \frac{k(x,t) \cdot \nabla \varphi}{\omega} \right) \rho g \psi dp. \end{aligned} \tag{37}$$

А з наведеного вище випливає, що на границі  $\Gamma_p$  може бути задано швидкість потоку ґрунтової води наступним чином:

$$-\frac{k(x,t) \nabla \varphi}{\omega} \cdot \bar{n}_p = \hat{v}. \tag{38}$$

Тоді (38) запишеться

$$\int_{\partial\Omega_p} \hat{\nu} \rho g \psi d\gamma - \int_{\Omega_p} \operatorname{div} \left( \frac{k(x,t) \cdot \nabla \varphi}{\omega} \right) \rho g \psi dp = \int_{\Gamma_p} \nu \rho g \psi d\gamma +$$

$$+ \int_{\Lambda_p} \nu_n \rho g \psi d\gamma + \int_{\Gamma} \nu_n \rho g \psi d\gamma - \int_{\Omega_p} \operatorname{div} \nu \rho g \psi dp.$$

Введемо такі білінійні форми:

$$M_V(r; w, q) = \int_V \sum_{i=1}^3 r w_i q_i ds, \quad N_V(w; u, q) = \int_V \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^3 \rho w_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} q_i ds,$$

$$C_V(w, q) = \int_V 2\mu e(w) : e(q) ds, \quad A_V(w, q) = - \int_V w \operatorname{div} q ds,$$

$$Y_V(w, q) = - \int_V w q_n d\gamma, \quad B_V(p, w) = - \int_V \sum_{i=1}^3 p \cdot \nabla w ds.$$

Введемо наступні лінійні функціонали:

$$l_j : W \rightarrow R, j = \overline{1,3}, \quad W := H_F \times L_F \times H_P,$$

$$H_F := \left\{ \xi = \{ \xi_i \}_{i=1}^3 \in H^1(\Omega_F)^3 \mid \xi \cdot n_F |_{\Gamma_F} = 0 \right\}, \quad L_F := \left\{ \theta \in L^2(F) \mid \theta |_{\Gamma_F} = 0 \right\},$$

$$H_P := \left\{ \psi \in H^1(\Omega_P) \mid \psi |_{\Gamma_p \cup \Omega_p} = 0 \right\}, \quad \langle l_1, \xi \rangle = \sum_{i=1}^3 \int_{\Omega_F} \rho f_i \xi_i ds + \int_{\Lambda_F} (\xi_n p_a + \xi_\tau \cdot \bar{\sigma}) d\gamma$$

$$\langle l_2, \theta \rangle = - \int_{\partial\Lambda_F} u_n^0 \theta d\gamma, \quad \langle l_3, \psi \rangle = \int_{\Omega_P} \frac{\varepsilon(x,t) \rho g \psi}{\omega} dp - \int_{\partial\Lambda_P} \bar{\nu} \psi \rho g d\gamma$$

Позначимо

$$\tilde{\psi} = \psi \rho g, \quad \tilde{m} = \frac{m}{\omega},$$

тоді запишемо наступну варіаційну задачу:

$$\text{Знайти } \{u, p, \varphi\} \in V \times Q \times W,$$

$$M_F(\rho; u', \xi) + N_F(u; u, \xi) + A_F(p, \xi) + C_F(u, \xi) + Y_\Gamma(u, \xi) = \langle \varphi_1, \xi \rangle, \quad \forall \xi \in V. \quad (39)$$

$$B_F(u, \theta) + Y_\Gamma(\theta, u) = \langle \varphi_2, \theta \rangle, \quad \forall \theta \in Q. \quad (40)$$

$$M_p(\tilde{m}; \varphi', \tilde{\psi}) + A_p(\tilde{\psi}, v) + Y_\Gamma(\tilde{\psi}, v) = \langle \varphi_3, \tilde{\psi} \rangle, \quad \forall \tilde{\psi} \in W, \quad (41)$$

з початковими умовами:

$$M_F(u'(0) - u_0, \xi) = 0, \quad (42)$$

$$B_F(p(0) - p_0, \theta) = 0; \quad (43)$$

$$M_p(\varphi'(0) - \varphi_0, \tilde{\psi}) = 0. \quad (44)$$

Обчислюємо, враховуючи початкові умови (42)-(44) та крайову умову (13)-(18), значення змінних  $u$  та  $p$  зі співвідношень (40) та (41). Далі з умов спряження (35) та крайової умови (15) обчислюємо з (42) значення змінної  $\varphi$ .

### 3. Властивості складників і норми варіаційної задачі взаємодії водних потоків.

Необхідно зауважити, що трилінійна форма

$$N_v(w; u, q) = \int_v \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^3 \rho w_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} q_i ds, \quad (45)$$

є неперервною, а білінійна форма

$$C_v(w, q) = \int_v 2 \mu e(w) : e(q) ds \quad (46)$$

неперервна і симетрична.

Вона є скалярним добутком в просторі  $H_F$  і утворює норму

$$\|w\|_{H_F} = \sqrt{C_v(w, w)}, \forall w \in H_F.$$

Далі запишемо для скалярної функції  $\varphi$  білінійну форму

$$D_v(\varphi, \psi) = \int_v k(x, t) \nabla \varphi \cdot \nabla \psi dp, \quad (47)$$

яка є неперервна і невід'ємна на просторі допустимих функцій  $H_p$ . Вона є також симетрична і утворює напівнорму:

$$|\varphi|_{H_p} = \sqrt{D_v(\varphi, \varphi)}, \forall \varphi \in H^1(\Omega_p). \quad (48)$$

Розглянемо властивості білінійної форми

$$A_v(w, q) = \int_v \operatorname{div} w \operatorname{div} q ds. \quad (49)$$



В просторі  $H_F$  вона є неперервна, невід’ємна і симетрична, і також утворює норму

$$\|q\|_{H_F} = \sqrt{A_v(q,q)}, \forall q \in H_F. \quad (50)$$

#### 4. Енергетичні рівняння сумісного стоку

Покладемо в рівнянні (22)  $\xi = u$  і запишемо наступні співвідношення:

$$\begin{aligned} M_{\Omega_F}(\rho; u', u) + N_{\Omega_F}(u; u, u) + C_{\Omega_F}(u, u) + A_{\Omega_F}(p, u) \\ = \langle \varphi_1, u \rangle - Y_\Gamma(u, u); \end{aligned} \quad (51)$$

а далі реалізуємо ряд математичних перетворень.

В роботах Темам Р. [12, 16] і в застосуваннях до задач термогідродинаміки Зубова В.М., Шинкаренка Г.А. [4-7] запропоновано наближення умови нестисливості наступним співвідношенням:

$$p\varepsilon + \operatorname{div} u = 0, \text{ де } \varepsilon = \operatorname{const} > 0.$$

Враховуючи зазначене, енергетичні рівняння сумісного потоку можна представити у вигляді додатнків, що описують кінетичну енергію, потенціальну, а також дисипацію енергії поверхневого потоку. Умовно це може бути представлено наступним чином:

$$K_{\Omega_F}[u(t)] = \frac{1}{2} \|u(t)\|^2 - \text{кінетична енергія,}$$

$$P_{\Omega_F}[u(t)] = \int_0^t \|u(t)\|_w^2 dt - \text{потенціальна енергія,}$$

$$D_{\Omega_F}[u(t)] = \frac{1}{2} \int_0^t \|u(t)\|_w^2 dt - \text{дисипація енергії поверхневого потоку.}$$

Розглядаючи рівняння для ґрунтового потоку (28) та використовуючи означення норм, означене співвідношення можна навести як порівняння кінетичної енергії та потенціальної енергії ґрунтового потоку:

$$\frac{1}{2} \|\varphi(t)\|^2 + \frac{1}{2} \int_0^t \|\varphi(t)\|_w^2 dt = \frac{1}{2} \|\varphi'(0)\|^2 + \int_0^t \langle l_2, \varphi \rangle dt. \quad (52)$$

Яке можна записати у вигляді:

$$K_{\Omega_p} [\varphi(t)] + P_{\Omega_p} [\varphi(t)] = K_{\Omega_p} [\varphi(0)] + \int_0^t \langle l_2, \varphi \rangle dt,$$

де

$$K_{\Omega_p} [\varphi(t)] = \frac{1}{2} \|\varphi(t)\|^2 - \text{кінетична енергія,}$$

$$P_{\Omega_p} [\varphi(t)] = \frac{1}{2} \int_0^t \|\varphi(t)\|_W^2 dt - \text{потенціальна енергія ґрунтового потоку.}$$

Таким чином, було проаналізовано енергетичні рівняння поверхневого і ґрунтового потоків, показано які з складників цих рівнянь відповідають за основні види енергії.

## 5. Висновки

На підставі законів збереження виведено основні рівняння та крайові і початкові умови, що описують сумісний рух потоків поверхневої і ґрунтової води з невідомими величинами вектора швидкості та п'єзометричного напору. Сформульовано варіаційну задачу сумісного потоку та отримано умови контакту на спільній границі, виходячи з законів руху суцільного середовища. Проаналізовано енергетичні норми основних складників варіаційної задачі. Побудовано і досліджено енергетичні рівняння руху поверхневих і ґрунтових потоків. Показано, що повна енергія сумісного потоку в початковий момент часу має скінченні значення.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Венгерський П.С. Чисельне розв'язування задачі руху ґрунтової води в насиченій зоні./ Венгерський П.С., Демкович О.Р.//Восьма Всеукраїнська наукова конференція 25-27 вересня 2001р. "Сучасні проблеми прикладної математики", Львів,2001.- С.19.
2. Венгерський П.С. Чисельне дослідження математичної моделі руху поверхневої і ґрунтової вологи/ Венгерський П.С., Демкович О.,Трушевський В.М. //Міжнародна конференція "Обчислювальна та прикладна математика", Київ, 2002.- с.25.
3. Венгерський П.С. Математичне моделювання руху ґрунтової води в насиченій зоні/ Венгерський П.С., Демкович О.Р. //Дев'ята Всеукраїнська наукова конференція „Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики”, Львів 2002.- с. 36.
4. Зубов В.Н. Решение задач термогидродинамики с наличием свободных поверхностей методом конечных элементов/ Зубов В.Н. // Материалы 10-й конф. мол. ученых ИППМ АН УССР. – Львов, 1984. – Ч.1. – С.83-87. – Деп. в ВИНТИ 10.11.84, № 7196.
5. Зубов В.Н. Численное исследование течений вязкой несжимаемой жидкости методом конечных элементов/ Зубов В.Н. // Дис. канд. фіз.-техн. наук: 01.01.07. – Львов, 1990. – 150 с.
6. Зубов В.Н. Сходимость метода регуляризации для краевой задачи с уравнениями Навье-Стокса/ Зубов В.Н., Шинкаренко Г.А. // Вестн. Львов. ун-та. Сер. мех.-мат. – 1987. – № 27. – С.64-69.
7. Зубов В.Н. Применение метода штрафа для решения стационарных задач гидродинамики со смешанными краевыми условиями/ Зубов В.Н., Шинкаренко Г.А. // Вестн. Львов. ун-та. Сер. мех.-мат. – 1989. – № 31. – С.81-84.

8. Картвелишвили Н.А., Галактионов Ю.И. Идеализация сложных динамических систем с примерами из электроэнергетики./ Картвелишвили Н.А., Галактионов Ю.И. - М.:Наука, 1976.-272 с.
9. Корявов П.П.Проблемы замыкания системы гидрологических моделей речного бассейна./ Корявов П.П. //Вод.ресурсы,1981,№ 3 - С.54-64.
10. Кучмент Л.С.Модели процессов формирования речного стока./ Кучмент Л.С. – Ленинград: Гидрометеиздат, 1980.-142 с.
11. Полубаринова-Кочина П.Я.Теория движения грунтовых вод./ Полубаринова-Кочина П.Я. – М.: Наука, 1977.-664 с.
12. Темам Р. Уравнения Навье-Стокса. Теория и численный анализ./ Темам Р. – М.: Мир, 1981. – 408 с.
13. Трофимчук А.Н. Динамика пористоупругих насыщенных жидкостью сред./ Трофимчук А.Н., Гомилко А.М., Савицкий О.А. – К.:Наукова думка — 2003. – 232 с.
14. Шаманский В.Е. Численные решения задач фильтрации грунтовых вод на ЭЦВМ./ Шаманский В.Е. – Киев:Наукова думка, 1969.-369с.
15. Шинкаренко Г.А. Проекційно-сіткові методи розв'язування початково-крайових задач./ Шинкаренко Г.А. – Київ: НМК ВО, 1991 – 87 с.
16. Lions P.-L. Models for the coupled atmosphere and ocean. / Lions P.-L., Temam R., and Wang S.. //(CAO I,II). Comput. Mech. Adv., 1(1):120, 1993.

*Стаття надійшла до редакції 27.10.16.*

УДК 336.13; 336.711.2

**І.П. МАКАРЕНКО**

## **МОДЕЛЮВАННЯ МАКРОЕКОНОМІЧНОГО СЕРЕДОВИЩА ЗДІЙСНЕННЯ ТРАНСМІСІЙ**

***Анотація.** Системне макроекономічне середовище представлено економіко-математичними моделями, які описують базові умови перебігу трансмісій. Показано, що трансмісійні механізми формуються не тільки інструментами монетарної політики, але й іншими макроекономічними інструментами та чинниками, що спричиняють самоорганізаційні процеси, зокрема циклічності та економічного зростання. Для формального визначення таких трансмісій використані: основні макроекономічні моделі і функції, що описують інституційні сектори економіки; функції споживання та інвестиційна; аргументи і функції, що покладені в основу платіжного балансу; тотожність національних рахунків. Як приклад немонетарних трансмісій розглянуто вплив державного сектора із використанням моделі грошових та фінансових ринків. Запропонований методичний підхід може бути економіко-математичною основою для розробки програмних комплексів, орієнтованих на прогнозування економічної динаміки, передбачення валютно-фінансових криз та управління розвитком національної економіки.*

***Ключові слова:** макроекономіка, системне макроекономічне середовище, трансмісійний механізм, інновації, економіко-математичне моделювання, макроекономічне прогнозування, економічна безпека, циклічність.*

### **Вступ**

Економіко-математичне моделювання реакцій економічної системи на різні чинники впливу відкриває нові можливості для вдосконалення управління національною економікою та інноваційним розвитком засобами опосередкованого впливу на макроекономічну систему.

Ці можливості з'являються в процесі дослідження системного макроекономічного середовища, як самодостатнього агента впливу на процеси самоорганізації економіки, завдяки визначенню нових видів трансмісій (тобто передаткових механізмів транслявання економічних «сигналів»). Внаслідок знайдення зв'язку трансмісій із інноваційними процесами питання вивчення особливостей системного макроекономічного середовища набуває нового рівня актуальності для дослідження саморганізаційних процесів у сфері інноваційного розвитку.

Вирішення наукової проблеми моделювання трансмісійних механізмів сприятиме створенню більш досконалої системи управління розвитком національної економіки на основі інформаційних технологій. Застосування зазначених моделей у складі інформаційних систем зменшить негативний вплив суб'єктивного чинника та збільшить ефективність досягнення цілей сталого розвитку на інноваційній основі.

Об'єктом дослідження є базові умови виникнення трансмісій, які формуються системним макроекономічним середовищем. Предметом – макроекономічні трансмісії. Метою – теоретичне обґрунтування підходів до економіко-математичного моделювання системного макроекономічного середовища, в частині, що формує базові умови перебігу макроекономічних трансмісій.

## 1. Аналіз наукових публікацій за темою

Дослідженню макроекономічних трансмісій у науковій літературі приділяється відносно небагато уваги. Це стало наслідком того, що згідно з традиційними уявленнями, трансмісійний механізм розглядається не як іманентна властивість системного макроекономічного середовища (СМС) загалом, а як його невеликий фрагмент – передавальний механізм імпульсу впливу інструментів грошово-кредитної політики. Причиною поширення такого фрагментарного підходу було тривале невизнання СМС як самостійного феномену – середовища в якому відбуваються всі можливі трансмісії.

Ініціатором дослідження трансмісій у макроекономічному середовищі став Джон Мейнард Кейнс у фундаментальній праці «Загальна теорія зайнятості, відсотка та грошей» [1], що вийшла друком у 1936 р. У розвинутій ним теоретичній концепції трансмісії визначено як передавальний трансмісійний механізм грошово-кредитної політики.

Посткейнсіанська традиція зберегла монетарний зміст трансмісій, зумовлений теоретичним контекстом наукової дискусії між Дж. Кейнсом і представниками класичної економічної школи, його тогочасними опонентами. Без врахування цієї обставини наголос Дж. Кейнса саме на зайнятості (доходах), грошах та ставці відсотка буде незрозумілим, що завуалює конкретно-історичний характер причини неврахування фіскальної політики та інших чинників формування передавальних механізмів сучасними дослідниками.

Ще до появи кейнсіанства у рамках класичної кількісної теорії вже існувало переконання, що кількість грошей впливає на активність в економіці – на рівень випуску та на ціни. Кількісна теорія, що є теорією попиту на гроші, становила велику частину тогочасного економічного аналізу. З цього приводу В. Сіденко [2] зауважив, що тоді у рамках кількісної теорії грошей існували два підходи: 1) Ірвінга Фішера: «купівельної спроможності грошей» [3]; 2) Альфреда Маршалла [4] та Артура Пігу: кембриджський підхід грошових залишків [5]. Обидва підходи враховували вплив монетарної політики на економічну активність. Саме це завжди було сильною стороною класиків та неокласиків в економічній теорії.

Проте у складі класичного аналізу поняття «трансмісійний механізм» взагалі не існувало, оскільки в рамках цієї парадигми вплив монетарної політики на національне господарство вивчався шляхом перевірки взаємозв'язку між змінами, які відбуваються в грошовій пропозиції і валовому випуску, виходячи з передумови, що економіка є «чорною скринькою».

Водночас саме в межах кількісної теорії були визначені лаги, тобто часові періоди, протягом яких ціни і заробітна плата залишаються жорсткими

(незмінними, нечутливими до змін грошової пропозиції). Такі періоди назвали короткостроковими [6, с. 171-173].

Лаги дуже важливі для економічного прогнозування, однак їх часто не враховують в реальній політиці, особливо для передбачення валютно-фінансових криз, через що такі кризи здаються політикам неочікуваними «чорними лебедями» [7]. Оскільки одна повна трансмісія може тривати від кількох місяців до кількох років, її окремі ланки можуть уникати уваги дослідників. Відповідно, рівень випуску, цін і заробітної плати не залежить від змін грошової пропозиції у короткостроковому, але залежить у довгостроковому періоді (від політики центрального банку та банківської системи). Зазначений ефект названо «принципом класичної дихотомії», тобто подвійної природи. Із його використанням було побудовано одну з класичних моделей рівноваги економіки [6, с. 174-178] – модель рівноваги на ринку праці.

Поява «Загальної теорії...» Дж. Кейнса започаткувала формування нової науки макроекономіки, яка поступово замінила собою політекономію. Цей процес тривав понад 50 років й отримав назву Кейнсіанської революції. Хоч політекономічні атавізми продовжують проявлятися і в науковій, і в практичній діяльності. Важливою відмінністю кейнсіанства та макроекономіки від класики та політекономії є те, що Дж. Кейнс розглядав економіку з точки зору попиту, тоді як класики розглядали і розглядають її з точки зору випуску – пропозиції. А також надто велику вагу надають впливу особистості політиків. Макроекономіка розглядає взаємовплив монетарного та фіскального середовища і реального сектора. Політекономія – мікроекономічний аспект цього впливу із акцентом на політичні зв'язки (продуктивність факторів виробництва, праці та капіталу). Макроекономіка – акцентує на відсоткових ставках і наявних доходах.

Політекономія розглядає ВВП як сукупний випуск економіки країни за певний період, що є помилковим. Правильним визначенням ВВП є кінцеве споживання товарів та послуг. Кінцеве споживання відбувається виключно домогосподарствами за певний період. Інвестиції є проміжним споживанням фірм, вони не є кінцевим споживанням. З позицій макроекономіки, саме населення країни, як кінцевий споживач, є стратегічно важливим економічним агентом, що визначає обсяг ВВП. Звідси випливає, що будь-яке проміжне споживання, у тому числі й інвестиції фірм, не може бути віднесене до ВВП.

Без врахування цієї обставини важко адекватно зрозуміти предмет нашого дослідження. Важливо, що Дж. Кейнс, перший дослідник власне трансмісійних механізмів, розглядає «ефективний попит». Тобто такий попит домашніх господарств та попит (інвестиції) фірм, який є врівноваженим. Проміжне та кінцеве споживання мають бути в певному співвідношенні, врівноважені. Неврівноважений попит негативно впливає на економіку або штучно створеним перевиробництвом (недоспоживанням), або занадто великим «проїданням» її ресурсів.

Попит є функцією наявного доходу, а інвестиції – функцією ставки відсотка. Тому, розглядаючи категорію ефективного попиту, маємо виходити з наявного доходу домогосподарств, ставки відсотка, інвестицій (і заощаджень). Тобто досліджувати ринок грошей та фінансів. За Дж. Кейнсом економіка перебуває в рівновазі за умови такої ставки відсотка, яка дозволяє

вирівнювати заощадження домогосподарств та інвестиції фірм. Тому важливу роль відіграватимуть саме дохід домогосподарств (зайнятість), ставка відсотка та пропозиція грошей центральним банком [1].

Дж. Кейнс акцентував увагу на ролі грошей у цьому процесі – на політиці центрального банку та трансмісійних механізмах (ТМ) передачі впливу його інструментів на макроекономічні показники, що впливають на ефективний попит. Це – одна з ключових тез його концепції.

Сьогодні послідовники Дж. Кейнса практично одноставно повторюють його визначення ТМ як взаємоузгодженої системи індикаторів (змінних), за посередництва яких пропозиція грошей впливає на економічну активність у національній економіці [8],[9]. І практично всі забувають, що Дж. Кейнс розглядав ще й інструменти державної (фіскальної) політики як майже безальтернативний засіб антикризового впливу на економіку. Тобто з поля зору сучасних дослідників трансмісії випадає фіскальна політика.

Такий «асиметричний» погляд на трансмісійні механізми став традиційним. Він полягає у визначенні каналів впливу на економіку інструментами лише грошово-кредитної політики [10]. Метод, розроблений на його основі, дуже часто використовується аналітиками, наближеними до політики центральних банків. Зокрема, в Україні проблеми монетарної трансмісії досліджувала група вчених та аналітиків з Національного банку України, а саме, В. Міщенко, Р. Лисенко, А. Сомик, С. Шульга, О. Петрик, С. Ніколайук [11],[12].

До числа найбільш цитованих авторів також належать С.М. Дробішевський, П.В. Трунін, М.В. Каменських [8]; С.Р. Моїсєєв [9]; В.В. Козюк [13]; Т.С. Унковська [14]; К.В. Рудий [15]; В.О. Лепушинський [16]. Серед європейських та американських вчених найбільший вплив на розвиток теорії ТМ мали: Фредерік Мішкін [17], Бен Бернанке [18], Ч.Д. і Д.Н. Ромери [19] тощо. Прямих посилань за темою дослідження нараховується приблизно з півсотні, а пов'язаних із його предметом – біля сотні публікацій. І практично всі вони повторюють одні й ті самі тези про канали ТМ, шоки, структури та кроки передачі імпульсу монетарного впливу.

Однак навіть за умов виправлення «інструментальної» асиметрії в чинному методичному підході до розгляду ТМ, зазначений метод не відповідає на цілий ряд практичних питань щодо виникнення трансмісій не тільки внаслідок використання грошових та фінансових інструментів, а й завдяки чинникам, що самогенеруються економічними системами у вигляді поштовхів циклічності та змін напрямів потоків капіталів. Ці недоліки стають очевидними під час спроб складання й використання макроекономічних прогнозів. Прогнози, розроблені на основі традиційного підходу, практично неможливо використати для передбачення подій так званих «раптових» зупинок потоків капіталів [20].

Виключенням з цієї тенденції є дослідження американського науковця і банкіра Бена Бернанке [18]. Але вони стали можливими лише завдяки виходу цього дослідника за межі традиційної теорії і використання практичного методу, зокрема, врахування впливу на трансмісії узгодженої фіскальної та монетарної політик щодо упередження зупинки потоків капіталів, а також стимулювання антикризових заходів шляхом збільшення тиску ліквідністю на економіку (політика кількісного пом'якшення Q1-Q3) та фінансовий сектор в періоди найбільших кризових загроз економіці США.

Ще одним виключенням з цього правила стали дослідження нобелівського лауреата Пола Кругмана [21] та теперішнього головного економіста МВФ Моріса Обстфельда [22]. Обидва дослідники розробляли моделі валютно-фінансових криз для країн із ринками, що розвиваються. Йдеться про моделі першого (FGM) та другого (SGM) покоління [23, с. 81-87], у яких враховано вплив фіксованих валютних курсів та процесів самозародження криз для формування передаткових механізмів. Вони формально не стосуються теми трансмісії, хоч на нашу думку, повністю лежать у її орбіті.

Однією з головних причин нестабільності результатів макроекономічних прогнозів, що заважає їх використанню для передбачення валютно-фінансових криз, є застосування традиційних економіко-математичних методів, які не враховують загальної економічної динаміки, спричиненої різкими змінами напрямів потоків капіталів та валютно-фінансових ресурсів, що викликають «несподівані» кризи [7], [24]. Другою причиною є дослідження ТМ окремо від тісно пов'язаних з ними системних інноваційних процесів, вплив яких на ТМ враховується недостатньо. Третьюю – вплив на ТМ стану (ступеню зрілості) системного макроекономічного середовища. Цей перелік може бути продовжений.

Тобто існує проблема тиску традиційними підходами, які не відповідають сучасним викликам, на моделювання трансмісії. Подолання цієї інерції потребує розробки теоретичних основ моделювання системного макроекономічного середовища.

## 2. Виклад основного матеріалу

Слід нагадати, що на думку Дж. М. Кейнса та його послідовників, структура монетарного трансмісійного механізму являє собою сукупність каналів, якими передаються імпульси від інструментів грошово-кредитної політики до суб'єктів економічних відносин. Серед них вони найчастіше називають [25]: відсотковий канал; курсовий; кредитний; ціновий; канал грошових потоків; добробуту домогосподарств; канал q-Тобіна.

Канал відсоткової ставки вважається основним. Дії центрального банку призводять до зміни реальних відсоткових ставок. Це спричиняє зміну інвестиційного та споживчого попиту. Зміна відсоткових ставок також впливає на ряд інших показників, включно із обсягом випуску та зайнятістю.

У свою чергу зміна відсоткових ставок впливає на прибутковість і ціни різних активів (цінні папери, нерухомість, золото тощо), формуючи канал вартості активів, який діє на економічних агентів шляхом зміни величини їх накопичень.

Певною мірою зміна вартості активів кореспондується з каналом q-Тобіна.

Величина накопиченого багатства визначає споживчі та виробничі рішення економічних агентів. В якості активу можна розглядати й величину грошових запасів, що перебувають у розпорядженні фірм і населення, реальна вартість яких також змінюється під впливом політики центрального банку. У цьому випадку починає діяти канал реальних запасів грошових коштів.

Дія каналу валютного курсу найчастіше пов'язана із фіксованим валютним курсом, коли його зміна викликає зміни базових умов господарювання – конкурентоспроможності вітчизняних товарів на внутрішньому та



зовнішньому ринках, вартості запозичень в іноземній валюті і рівня боргового навантаження, величини витрат на імпорتنі ресурси і комплектуєчі.

Дія каналу банківського кредитування обумовлена залежністю від кредитно-грошової політики.

Інколи як окремих канал кредитно-грошової трансмісії розглядають інфляційні очікування. Поточна політика центрального банку формує у фірм і населення уявлення про те, що робить і збирається робити в майбутньому центральний банк. Через це формуються очікування щодо дій центрального банку, що позначається на макроекономічних показниках. Фірми і населення ухвалюють свої поточні економічні рішення, враховуючи ці очікування [25].

Але обмеження трансмісійних механізмів лише монетарними чинниками надто спрощує феномен. Дослідження [6] показали, що трансмісійні механізми є іманентною властивістю системного макроекономічного середовища. Вони дійсно пов'язані із переліченими вище «каналами», але наведений перелік не є вичепним. Для більш повного визначення трансмісій має бути проаналізоване макроекономічне середовище, в якому вони формуються, та базові умови їхнього виникнення [23, с. 108; 6, с. 259].

Необхідно також враховувати, що трансмісії можуть виникати й без «інструментального» впливу на економіку, генеруючись механізмами економічних циклів [6, с. 260-267], валютно-фінансовими кризами [23, с. 104-129, 130-135], системними інноваційними процесами [6 с. 268-282] та адаптаційними реакціями економіки на еволюційні процеси.

Аналіз показав, що загальна кількість трансмісій в економічній системі може перевершувати десятки й сотні. Кожна з них формує відносно стабільні ланцюги передаткового механізму, що за певних базових умов не змінюються [6].

Базовими умовами є такі, що вимагають адаптивних реакцій інституційних секторів економіки та економічних агентів. Слід враховувати, що трансмісії, не пов'язані з інструментами політики, виникають переважно під час зміни базових умов як адаптаційна реакція економіки до таких змін і є важливою частиною самоорганізаційних процесів економічного розвитку.

Успішне вирішення завдання визначення базових умов розширює можливості якісного та кількісного аналізу чинників трансмісій для їх систематизації і моделювання.

Передавальні економічні механізми реакцій в економічній системі здатні також викликати побічні ефекти у вигляді прискорення чи гальмування інноваційних процесів. Вони можуть бути позитивними або негативними по відношенню до різних сфер економічної діяльності, через що – цілеспрямовано використаними. Враховуючи, що дія трансмісій може виходити за межі національних економічних кордонів, імовірно їхнє використання у якості інструментів «силового» економічного впливу або як інструментів захисту від такого. Тому прогнозування реакцій економічних систем на основі трансмісій залишатиметься актуальним доти, доки відбудуватиметься їх еволюційний розвиток.

З другої половини XIX ст. і по першу третину XX ст. в економічній теорії багато уваги приділялося обертанню фінансових потоків. Модель такого кругообігу покладено в основу Системи національних рахунків (СНР). СНР пройшла довгий шлях латентного розвитку. Її інституалізація відбулася з

прийняттям відповідного рішення статкомісією ООН у 1993 році, що зробило її обліковим макроекономічним стандартом для всіх країн світу. Основним макроекономічним показником у СНР було визнано валовий внутрішній продукт (ВВП) як суму кінцевого споживання за певний період часу. В межах цього міжнародного стандарту перебувають основні моделі та функції, що описують базові умови виникнення ТМ.

Згідно із СНР національна економічна система складається з чотирьох підсистем – сталих інституційних секторів економіки: «домогосподарства», «фірми» (сектор фінансових і нефінансових корпорацій), «державна» (сектор загального державного управління) та «закордон». У процесі майже 70-річного дослідження економічних механізмів між згаданими секторами було виявлено функціональні зв'язки. До них належать:

- структурні пропорції інституційних секторів економіки;
- аргументи та їхні функції, що впливають на рівень споживання кожного з інституційних секторів;

Структурні пропорції інституційних секторів в межах національної економіки наближаються до пропорцій «Золотого перерізу» [26]. Тобто частка споживання кожного з перших трьох у інституційних секторів у виразі (1) становить приблизно 30%. Порушення цієї пропорції, як правило, викликає кризові процеси, які можна розглядати як адаптаційну реакцію економічної системи, спрямовану на відновлення рівноваги (цієї пропорції). Зв'язок між інституційними секторами описується основною тотожністю національних рахунків:

$$Y = C + I + G + NE, \quad (1)$$

де:

Y – сумарний дохід усіх інституційних секторів економіки за певний період часу (ВВП), найчастіше – за рік;

C – споживання інституційного сектору «домогосподарства», що є функцією наявного доходу (Y-T), тобто його доходу (Y) мінус податки (T); всі податки та тарифи в економіці входять до ціни кінцевої продукції і їх сплачують домогосподарства як кінцеві споживачі:

$$C = C(Y-T). \quad (2_1)$$

Теоретична кейнсіанська основа дослідження споживання домогосподарств (2\_1) була доповнена теорією споживчої поведінки, розробленою Мілтоном Фрідманом (1957 р.), Франко Модильяні та Альбертом Ендо (1963 р.). Згідно з нею поточні реальні витрати домогосподарств ( $C_t$ ) визначаються їх реальним наявним доходом ( $Y P_t$ ) і реальним добробутом ( $W_t$ ). Рівняння (2\_1) залежності приватного споживання з урахуванням добробуту виглядає так:

$$C_t = C_0 + \beta Y P_t + \delta W_t + \varepsilon_t, \quad (2_2)$$

де:

$C_0$  – автономне споживання;

$\beta$  – схильність до споживання за рахунок доходів;

$\delta$  – схильність до споживання за рахунок заощаджень;

$\epsilon_1$  – шоки споживання (зростання споживання при зменшенні наявного доходу чи зменшення споживання при збільшенні наявного доходу).

Коефіцієнти  $\beta$  і  $\delta$  пов'язані залежністю  $0 \leq (\beta + \delta) \leq 1$ . Вони впливають із кейнсіанського розподілу доходів домогосподарств ( $Y$ ) на поточне споживання ( $C$ ) та відкладене споживання ( $S$ ), тобто заощадження.

Якщо  $Y = C + S$ , то прийнявши  $Y$  за одиницю, отримаємо:  $1 = MPC + MPS$ , де:  $MPC$  – гранична схильність до споживання ( $dC/dY$ ), а  $MPS$  – гранична схильність до заощаджень ( $dS/dY$ ). Із цього видно, що  $MPC$  та  $MPS$  є частками  $\beta$  та  $\delta$  у виразі (2\_2), відповідно. Власне, предмет дискусії Мілтона Фрідмана із Дж. Кейнсом щодо цього полягав у тому, що М. Фрідман стверджував, що кейнсіанська гранична схильність до споживання та заощаджень в національній економіці дорівнює не граничній, а середній схильності. Через що слід розглядати не схильності, а частки ( $\beta$  та  $\delta$ ), як це показано в (2\_2) на відміну від (7).

Добробут відображений двома змінними: відношення капіталізації фондового ринку до ВВП та агреговані ціни на нерухомість.

$I$  – інвестиції фірм, залежні від наявного доходу ( $Y-T$ ) та ставки відсотка ( $r$ ):

$$I = I(Y-T); \quad (3)$$

$$I = I(r). \quad (4)$$

Тільки великі фірми мають можливість здійснювати інвестиції за рахунок власного наявного доходу ( $Y-T$ ) і капіталу. Це принципово для з'ясування причин переорієнтації потоків фінансів від малих фірм до великих та формування внаслідок цього інституту олігархізації економіки у разі зростання ставки відсотка (процентних витрат) до критичних значень та початку домінування наявного доходу ( $Y-T$ ).

У виразі (1)  $G$  є споживанням сектору «загальнодержавне управління». «Держава» є лише одним з чотирьох інституційних секторів, а не всією економікою. Її споживання залежить від державного бюджету та рішень парламенту щодо державного бюджету.

Споживання сектору «закордон», тобто чистий експорт ( $Ne$ ), експорт мінус імпорт, є функцією валютного курсу ( $e$ ):

$$NE = Ne(e). \quad (5)$$

У секторі «закордон» необхідно враховувати залежність споживання продукції фірм від ємності ринків, що ставить їх у залежність не тільки від валютного курсу, але й від наявного доходу ( $Y-T$ ) споживачів їхньої продукції:

$$NE = Ne(Y-T). \quad (6)$$

Вираз (1) задає структуру сукупного попиту. Величина попиту не може перевищувати величину доходу. Всі підсистеми національної економіки не можуть споживати більше величини ВВП, тобто суми доходів в економіці

(Y). Через це, якщо будь-яка підсистема (інституційний сектор) збільшує споживання, знайдеться інша підсистема, що буде вимушена зменшити споживання, тобто виникає так званий «ефект витіснення».

За відсутності інноваційних процесів таке зменшення, що порушує макроекономічні пропорції, викликатиме кризові явища, внаслідок яких рівновага між інституційними секторами відновиться, але на меншому рівні ВВП (Y).

У системному макроекономічному середовищі кожна з підсистем національної економіки споживає на рівні наявних доходів (Y-T). Автономне споживання (C<sub>0</sub>), яке ми розглядаємо як мінімально можливий рівень споживання відкритої економічної системи чи її підсистеми, не залежить від наявного доходу, але здійснюється за його рахунок. Причому, якщо наявного доходу немає, автономне споживання все одно має відбутися. Із врахуванням цих зауважень, вся національна економіка (рівняння (1)) може бути представлена функцією споживання:

$$C=C_0+C^*(Y-T), \quad (7)$$

де:

C – споживання усіх чотирьох інституційних секторів економіки (1), ВВП;  
(Y-T) – наявний дохід (дохід Y мінус податки T);

C<sub>0</sub> – автономне споживання, у нашій інтерпретації – мінімально необхідне споживання будь-якого інституційного сектора;

C\* – гранична схильність до споживання, параметр того, наскільки зміниться споживання, якщо дохід (Y) зміниться на одну одиницю.

Наведені у виразах (1-7) змінні в агрегованому вигляді відображають необхідні (базові) макроекономічні умови для формування трансмісійних механізмів – функціональні взаємозалежності у системному макроекономічному середовищі національної економічної системи (рис. 1). Ідентифікація аргументів та функцій цих змінних дає змогу визначити базові умови перебігу трансмісії.

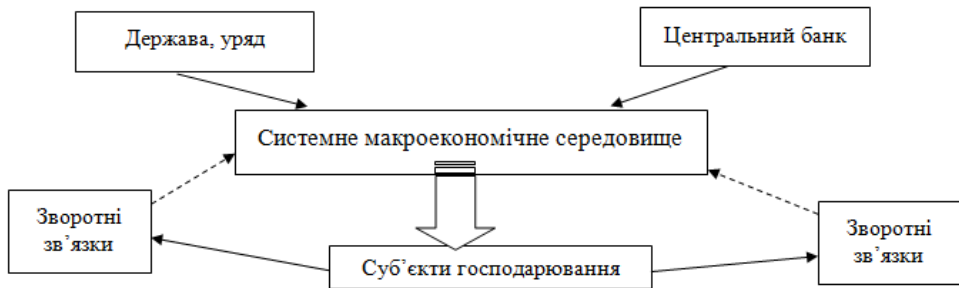


Рисунок 1 – Системне макроекономічне середовище як проміжна передавальна ланка впливу держави та центрального банку на економіку

Крім інструментів макроекономічної політики (держави та центрального банку), що цілеспрямовано формують трансмісійні механізми, системне макроекономічне середовище також спричиняє трансмісії, але в режимі стихійної самоорганізації.

Один з каналів такої взаємодії пов'язує сектори «домогосподарства» (населення) та «держава». Він заданий виразом (2\_1). Споживання залежить

від наявного доходу ( $Y-T$ ). Податки ( $T$ ), що зменшують наявні доходи домогосподарств, спрямовуються на забезпечення доходів інституційного сектору «загальнодержавне управління». Від цього потоку залежить споживання держави ( $G$ ) у виразі (1). Оптимальна величина податків – 30% від ВВП.

Другий канал поєднує сектори «домогосподарства» та «фірми» через заощадження ( $S$ ). Дохід, який залишився у домогосподарств після всіх відрахувань, розподіляється на поточне та відкладене споживання (заощадження населення). Останні стають основним фінансовим ресурсом для інвестицій фірм.

Тобто, крім монетарного впливу, існує чимало інших чинників, які спричиняють формування трансмісій. Всі вони стають очевидними після того, як вдається визначити основні базові умови їхнього виникнення – формалізувати системне макроекономічне середовище.

Для прикладу розглянемо модель трансмісії, спричиненої впливом інституційного сектору «держава». На рис. 2-4 наведено IS-LM модель рівноваги малої закритої національної економіки в короткостроковому періоді.

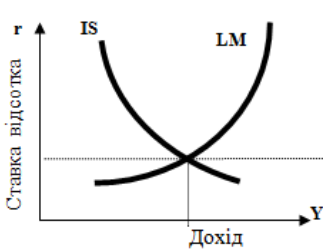


Рисунок 2 – Модель IS-LM Хікса-Хансена

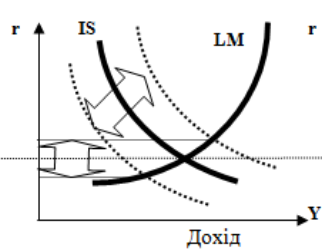


Рисунок 3 – Вплив бюджетно-фінансової політики

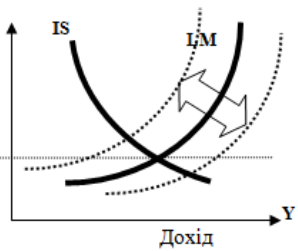


Рисунок 4 – Вплив грошово-кредитної політики

Модель грошового ринку Хікса-Хансена (рис. 2) виходить з припущення про рівність інвестицій ( $I$ ) та заощаджень ( $S$ ), які врівноважуються ринковою відсотковою ставкою ( $r$ ). Тоді вираз (1) для закритої економіки набуває вигляду:

$$Y = C + I + G. \tag{8}$$

Для виявлення трансмісії, що виникла виключно в результаті впливу сектора «держава», припускаємо, що зміни цін ( $P$ ) не відбуваються,  $P = \text{const}$ .

Нехай  $G_{t+1} = G_t + \Delta G$ . Тоді  $(C+I+G) \uparrow$  зросте на величину ( $\Delta G$ ). Збільшення сукупного попиту на товари і послуги сформує попит на гроші, що моделюється на рис. 2-4 кривою IS. Крива IS на рис. 3 почне зміщуватись праворуч і вгору, внаслідок чого зростуть ставка відсотка ( $r$ ) та дохід ( $Y$ ). Оскільки ставка відсотка та дохід є аргументами функцій (2\_1), (2\_2), (3), (4), то зміняться й споживання домашніх господарств ( $C$ ) та інвестиції фірм ( $I$ ).

Рис. 4 ілюструє виникнення трансмісії внаслідок впливу грошово-кредитної політики, тобто тієї, яку традиційно розглядають посткейнсіанські дослідники.

## Висновки

1. Моделювання реакцій економічної системи у вигляді трансмісійних механізмів (генерування і передачі імпульсу впливу) вимагає визначення базових умов їх виникнення.

2. Трансмісії в національній економіці виникають у системному макроекономічному середовищі, яке відіграє роль передавальної ланки між інструментами макроекономічної політики та суб'єктами економічних відносин, зокрема інституційними секторами національної економіки.

3. Системне макроекономічне середовище здатне автономно генерувати трансмісії внаслідок змін базових умов, спричинених кризами, економічними «бумами», раптовими зупинками капіталів, тощо. Такі трансмісії є адаптивною реакцією економічної системи на будь-які зміни базових умов і виникають виключно внаслідок їхніх змін.

4. Трансмісії можуть штучно викликатися інструментами державної та монетарної політики в короткотерміновому періоді. Зазначені трансмісії можуть бути використані з метою антикризової політики та компенсації негативних чинників.

5. Наявність трансмісій є ознакою економічної системи, що розвивається. Вони формують нові комбінації факторів розвитку у напрямках, заданих обмеженнями відповідних базових умов.

6. У певних базових умовах трансмісії мають постійний характер, що дає можливість їх моделювати та розробляти на цій основі програмно-апаратні комплекси підтримки рішень з оптимізації економічного розвитку країни.

7. Створення таких моделей дасть змогу забезпечити теоретичне підґрунтя для вирішення науково-практичних завдань макроекономічного управління економікою, зокрема для управління економічною динамікою та прогнозування соціально-економічних і валютно-фінансових криз.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Keynes J.M. *General Theory of Employment, Interest and Money*, 1936.
2. Сиденко В.Р. *Глобализация и экономическое развитие*. – К.: Феникс, 2008. – 376 с.
3. Fisher I. *The Purchasing Power of Money. Its Determination and Relation to Credit, Interest, and Crises*, New York: The Macmillan Co. 1911.
4. Marshall A. and M.P. *Economics of Industry*. – London, 1879.
5. Pigou A.C. *Economics of Welfare*, London, 1920. – 848 p.; Pigou A.C. *Industrial Fluctuations*. – London, 1927.
6. Макаренко І.П. *Макроекономічні умови формування та управління розвитком національних інноваційних систем*. – К.: Інтертехнологія, 2009. – 320 с.
7. Талєб Николас. *Черный лебедь. Под знаком непредсказуемости*; пер. с англ. / Н.Н. Талєб. – М. : Колибри, 2009. – 528 с.
8. Дробышевский С.М., Трунин П.В., Каменских М.В. *Анализ трансмиссионных механизмов денежно-кредитной политики в российской экономике* – М.: ИЭПП, 2008. – 87 с. – (Научные труды / Ин-т экономики переходного периода; № 116Р).
9. Моисеев С.Р. *Трансмиссионный механизм денежно-кредитной политики // Бизнес и банки*. – 2002. – №45. – С. 1–5.
10. Міщенко В.І. *Монетарний трансмісійний механізм в Україні* / В.І. Міщенко, О.І. Петрик, А.В. Сомик, З.С. Лисенко. – К.: Центр наукових досліджень Національного банку України, 2008. – 144 с.

11. Лисенко Р., Ніколайчук С., Сомик А. Монетарний трансмісійний механізм в Україні. – Стаття 2. Аналіз дії трансмісійного механізму грошово-кредитної політики // Вісник Національного банку України.– 2007.– №11. – С. 18–24.
12. Петрик О.І. Структурна модель трансмісійного механізму монетарної політики в Україні /О.І. Петрик, С.А. Ніколайчук // Вісник НБУ. – 2006. – №3. – С. 12–21.
13. Козюк В.В. Монетарні проблеми функціонування глобальної фінансової архітектури: Монографія. – Тернопіль: Астон, 2005. – 512 с.
14. Унковська Т. Взаємозв'язок процентних ставок у контексті монетарної трансмісії та оптимізації політики рефінансування // Вісник НБУ. – № 4. – 2005. – С. 35–38.; Унковська Т.С. Трансмісійний механізм монетарної політики в контексті економічного зростання // Економіка і прогнозування. – 2004. – № 2. – С. 89–100.
15. Рудый К. Передаточный механизм монетарной политики //Банковский вестник. – 2003. – № 5. – с. 30–34.
16. Лепушинський В. Дія каналів монетарної трансмісії в економіці України // Вісник НБУ. – 2006. – № 2. – С. 28–32.
17. Frederic S. Mishkin. The economics of Money, Banking and Financial Markets // The Addison-Wesley Series in economics, HG 173.M632, 2004.
18. Bernanke B. S., J. Boivin, P. Elias (2004): “Measuring the Effects of Monetary Policy: A Factor-Augmented Vector Autoregressive (FAVAR) Approach”, National Bureau of Economic Research, Working Paper 10220/ January 2004.; Bernanke, B. S., M. Gertler (1995): “Inside the Black Box: The Credit Channel of Monetary Policy Transmission”, Journal of Economic Perspectives, Vol. 9, № 4/ Autumn 1995, pp. 27–48.
19. Romer Ch. D., D. H. Romer (1989): “Does Monetary Policy Matter? A New Test in the Spirit of Friedman and Schwartz, National Bureau of Economic Research, NBER Working Paper № 2966/ February 1990.
20. Макаренко І.П. Ефект «раптових зупинок» у контексті творчої спадщини М.І. Туган-Барановського / І.П. Макаренко // Історія народного господарства та економічної думки України: зб. наук. праць. – Вип. 48. – К.: ДУ «Ін-т екон. та прогнозув. НАН України», 2015. – С.123–131.
21. Krugman P. A Model of Balance of Payments Crises / Paul Krugman // Journal of Money, Credit and Banking. – 1979. – Vol. 11. – № 3. – P. 311–325 ; Krugman P. (1999) Balance Sheets, the Transfer Problem, and Financial Crises / Interntional Tax and Public Finance. – Vol. 6, Issue 4.
22. Obstfeld, M. Balance of Payments Crises and Devaluation / Maurice Obstfeld // NBER Research Paper Series. – 1983. – No.1103. – 17 p.
23. Сценарно-поетапна модель валютно-фінансових криз: системи індикаторів: монографія / І.П. Макаренко, В.С. Найдьонов, О.Г. Рогожин, Я.В. Петраков. – К. : ПП «НВЦ «Профі», 2014. – С. 132–136.
24. Calvo Guillermo A., Izquierdo Alejandro, Mejia Luis-Fernando. On the empirics of sudden stops: the relevance of balance-sheet effects / Calvo Guillermo A., Izquierdo Alejandro, Mejia Luis-Fernando // Inter-American Development Bank (IDB), Research Department Working Papers 509. – July 2004. – 48 p.
25. Леонтьева Е. Механизм кредитно-денежной трансмиссии в России / CEFIR / ES Working Paper series. Working Paper \_No 175, март 2012. – Режим доступу: [http://www.google.com.ua/url?sa=t&rc=tj&q=&esrc=s&frm=1&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwj8g7nEua3PAhUmIpoKHZ79CrsQFggcMAA&url=http%3A%2F%2Fwww.cefir.ru%2Fdownload.php%3Fid%3D3403&usg=AFQjCNG2ZCjH7ME6Mcu piGOvSt\\_EtndkUg&sig2=uIARIXFyv2MBRFmcemSO\\_A](http://www.google.com.ua/url?sa=t&rc=tj&q=&esrc=s&frm=1&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwj8g7nEua3PAhUmIpoKHZ79CrsQFggcMAA&url=http%3A%2F%2Fwww.cefir.ru%2Fdownload.php%3Fid%3D3403&usg=AFQjCNG2ZCjH7ME6Mcu piGOvSt_EtndkUg&sig2=uIARIXFyv2MBRFmcemSO_A)
26. Крючкова І.В. Структурні чинники розвитку економіки України / І.В. Крючкова; НАН України, Ін-т екон. прогнозування. – К.: Наукова думка, 2004. – 317 с.

*Стаття надійшла до редакції 11.10.16.*

UDC 004.023

V.L. FLAKS

## FUNNEL BASED REVENUE ATTRIBUTION OF THE ONLINE CAMPAIGNS

***Abstract.** The article reviews the problems of static attribution models of online stores transactions and suggests a solution in the form of dynamic attribution model based on customer behavior while customer journey on a website.*

***Keywords:** Ecommerce, online store, conversion, cost of customer acquisition, customer, merchant, revenue, attribution.*

### Introduction

Ecommerce field is one of the most dynamic segments of Ukrainian and worldwide economics. In many ways this was made possible due to more efficient processes including those for customers acquisition. This efficiency is based on the availability of a large amounts of personalised customer data, especially before transaction. For instance, data on a specific advertising campaign, that a customer contacted before transaction or data on the products that interested a customer who hadn't placed an order.

In classic brick-and-mortar retail there is a saying that there exist three key factors of success: "location, location and location". It is a location of a physical store that determines the quantity and the quality of potential customers, who can be attracted by the trade offer of a store.

In internet there is no possibility to place a server on crossroads or another crowded place. Thus the task of customer attraction in ecommerce is solved by online marketing. As a result the major part of a gross margin is invested in marketing of online store. Like in classic brick-and-mortar retail, a big part of gross margin is invested in stores rent and maintenance. These expenses ensure that a potential customer gets familiar with a product.

That's why management of the marketing budget is a key challenge for online retail.

Glossary for article:

Attribution — a process of defining the impact of interaction, that took place during a customer journey.

Conversion — user action that took place on a website, usually a transaction.

Retailer — businesses that sell goods directly to individuals.

Conversion value — the value from a user action that was conducted on a website or in mobile application. For instance, the revenue from an order.

User session — a chain of actions of an exact user, that are combined by a traffic source and a period of time.

Traffic source — a source that a user had interacted with before a transition took place. For instance, "google / cpc".



## 1. Business task description

Managing of marketing budget is based on a segments estimation with grouping by properties of advertisement channels, products and users. To put such a grouping into practice, the value estimation should be implemented based on unsampled data, granulated to each transition.

There exist a few peculiarities of the customer behavior that complicate the business task:

1. Over half of transactions are made after 2+ paid transitions. Thus we need a model of revenue attribution from each transaction for several transitions.

2. A considerable part of paid visits does not result in transactions. That's why it's impossible to clearly estimate the impact of these expenses on the revenue from the interaction chains resulted in transactions.

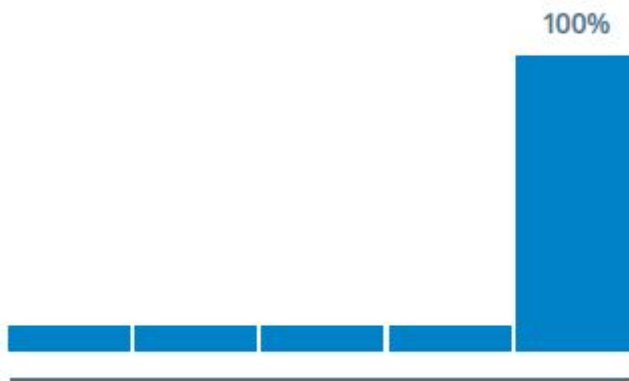
3. In many cases a customer uses several devices. It means that technically it's impossible to define the relations between user actions on different devices. Even if a certain chain resulted in a transaction. At the same time a possibility to connect interaction chains of authorised users does not solve this task for 100% visits.

4. There is a natural time lag between the moment of costs expenditure for a visit and the moment of getting revenue from a user, who conducted this visit. The time lag is caused by a period needed for making decision as for the purchase. This period can make from a couple of days to several weeks and depends on the product price. At the same time online store has to make decisions as for budget allocation as soon as possible, since the delay determines inefficiently expenses and revenue loss.

## 2. Limitations of existing models

The most popular models to estimate the efficiency of advertisement channel are static attribution models. In these models the value of visit is determined by its position in an interaction chain before transaction.

In terms of a Last Click (Pic. 1) Attribution Model 100% of conversion value is attributed to the last channel in a user interaction chain.



Picture 1 – Last Click Model

Since this model is the most common, let's consider its limitations in more detail.

1. This model does not consider the impact of all the other interactions except for the last one.

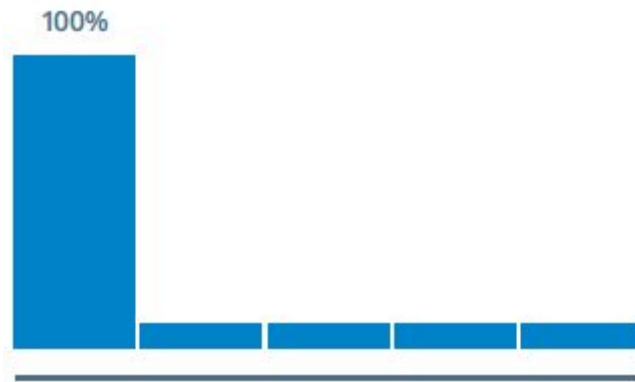
2. ROI is calculated as follows:

$$ROI = \frac{Revenue - Expenses}{Expenses} \cdot 100\% \quad , \quad (1)$$

where the revenue and the expenses are taken for the same period. The problem is a part of revenue in the beginning of a reporting period is generated due to the expenses of a previous period. And at the same time the revenue at the end of a reporting period will be generated in the following reporting period.

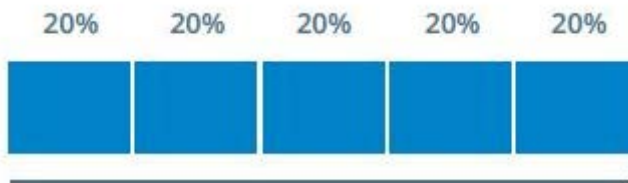
3. This approach considers the revenue on the 1st transaction, but ignores the revenue on the subsequent transactions of this user and the expenses for his/her retention.

In terms of a First Click (Pic. 2) Attribution Model 100% of conversion value is attributed to the 1st channel in a user interaction chain.



Picture 2 – First Click Model

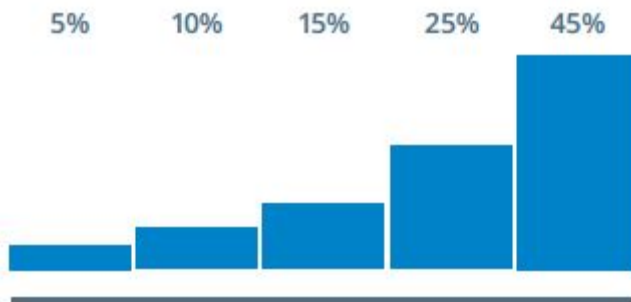
In terms of a Linear (Pic. 3) Attribution Model all the channels in a user interaction chain are attributed the same value.



Picture 3 – Linear Model

### 3. Attribution based on limitation period

The model is built on time decay (Pic. 4). The closer to the moment of conversion there is a point of interaction, the more valuable it is considered. In terms of this model the period of half life makes 7 days by default. It means that an interaction that took place 7 days before the conversion is twice less valuable than the one that took place the same day with conversion, and the one that took place 2 weeks before conversion is 4 times less valuable compared to the interaction of the same day. Exponential decay is analysed for the whole period of retrospective analysis, usually for 30 days.



Picture 4 – Attribution based on limitation period

The key limitation of all the static models is that they disregard real impact of all interactions to passing the customer journey.

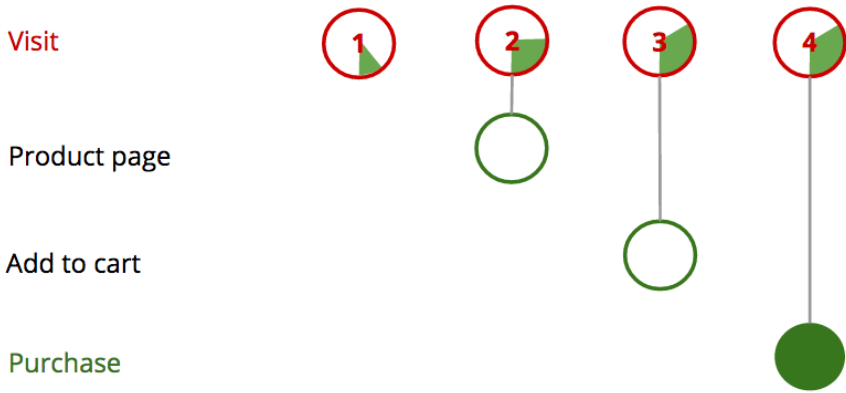
Let's consider an example. For instance there exist a customer funnel including 4 steps:

1. The first visit to a website
2. Visiting a product page
3. Adding to cart
4. Transaction

And there are 4 traffic sources:

1. A — a channel through which a user came to a website for the first time
2. R — retargeting
3. E — email marketing
4. D — direct

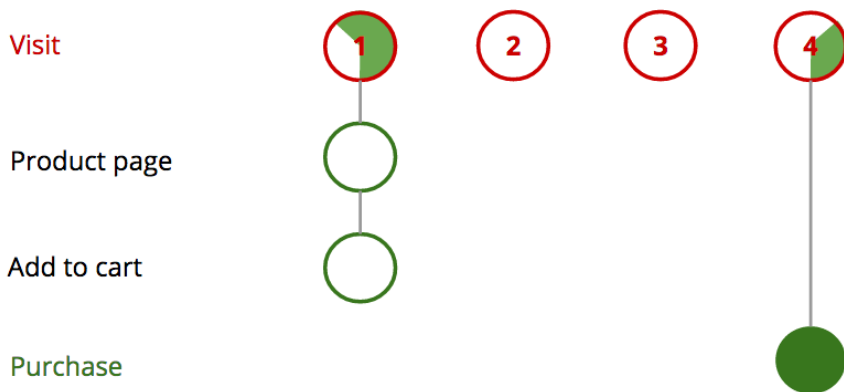
With the same sequence of traffic sources and visits the different scenarios are possible (Pic. 5 – 7):



Picture 5 – Customers journey through the sales funnel



Picture 6 – Product page view, add to cart and transaction take place during the last visit



Picture 7 – Product page view, add to cart take place during the first visit

It is obvious that the impact of a traffic source in each scenario differs, though the sequence of interactions remains the same.

#### 4. Requirements for the model

Thus we can formulate the requirements for the model of traffic sources estimation:

1. It should consider the impact of each transit in an interaction chain, not only the last one
2. The connection between expenses and revenue should be considered for the users cohorts, not for static periods of time.
3. The value of a visit should not be fixed. It should be determined by the visit's impact to customer passing the sales funnel.
4. The expenses spent for visits that did not result in transactions should also be considered.

#### 5. Solution

The input needed for calculation is the following:

1. User sessions
2. User actions and their priority within interaction chain
3. Values of conversions.

The output of the calculation is the following: conversion value attributed to each session.

Let's base the solution on the following thesis:

1. The business objective is to lead a customer through the sales funnel. That's why we should estimate not only transaction, but also micro conversions resulted in transaction.
2. The lower probability to pass the funnel step, the more difficult it is for a customer to make it. Thus the higher value of a session that resulted in such a transition.

Let's use the following method of calculation:

1. Defining user actions in a sales funnel and prioritize them (Pic. 8)



Picture 8 – Steps of the sales funnel

2. Calculating probability of each user action as a proportion of sessions that resulted in a transition, among those in which the previous transition took place.

Let's have a look at an example where users are distributed between the funnel steps in the following way (Tab. 1):

Table 1 – Users share for sales funnel steps

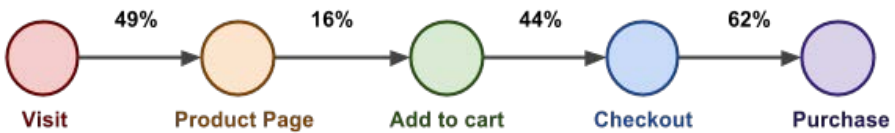
Action	Users
Visit	100.0%

Product page	49.0%
Add to cart	7.8%
Checkout	3.4%
Purchase	2.1%

In this case the probabilities of transits to the next step will be as follows (Tab. 2, Pic. 9):

Table 2 – Probabilities for sales funnel steps

Action	Users	Probability
Visit	100.0%	100%
Product page	49.0%	49%
Add to cart	7.8%	16%
Checkout	3.4%	44%
Purchase	2.1%	62%



Picture 9 – Passing probabilities of the sales funnel steps

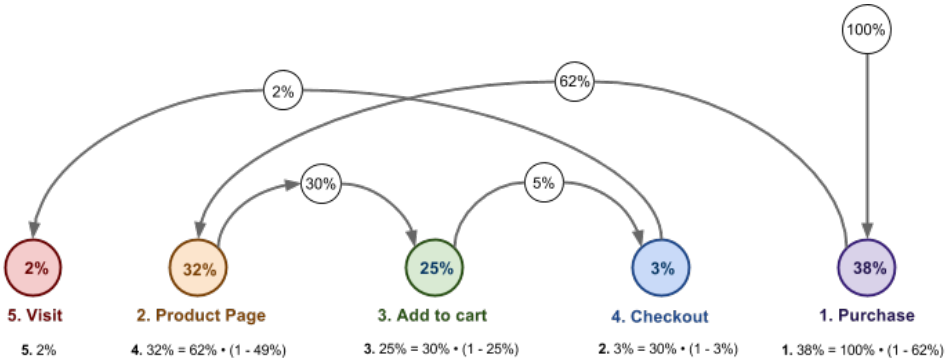
3. Assigning priorities to user actions when attributing values. The prioritization is based on business objectives (Pic. 10):



Picture 10 –Steps priorities of the sales funnel

4. Defining the value for each user action in accordance with its probability and assigned priority.

Attributing 100% of value starts from the step with the 1st priority. For the step with the highest priority the value is calculated as 1 minus probability of transition to this step. For all the other steps the value is calculated in descending order of priorities as 1 minus probability of transition to this step multiplied by 1 minus value attributed for the steps with higher priority (Pic. 11).



Picture 11 – Value distribution by the sales funnel steps

The result of sales funnel steps' estimation (Tab. 3):

Table 3 – Value distribution by the sales funnel steps

Step	Users	Probability	Priority	Value
Visit	100.0%	100%	5	2%
Product page	49.0%	49%	2	32%
Add to cart	7.8%	16%	3	25%
Checkout	3.4%	44%	4	3%
Purchase	2.1%	62%	1	38%

5. The value of session is defined as the sum of values for every user action that took place within this session for the 1st time (Pic. 12).



Picture 12 – Sessions value evaluation based on the steps value

The value of user action is directly proportional to the attributed value and directly proportional to the difference between 1 and probability of this action.

The attributed action is calculated as the difference between the conversion value and all the values attributed to actions with higher priority.

If the sampling is statistically valid, the probability of transition from one step to another has to be segmented between:

- new and returned users;

- depending on the type of a landing page;
- type of traffic source.

Let's have a look at a formula of the session value in a general way:

$$S = (1 - P_c) \sum_{a=k}^n (V_a \cdot (1 - P_{v(a)})), \quad (2)$$

where

$$V_a = (1 - \sum_{p=1}^{f(a)-1} V^p) \cdot (1 - P_a) \quad (3)$$

$$V^p = V^{f^{-1}(p)}, \quad (4)$$

- $S$  – conversion value attributed to the exact session;
- $k$  – the minimum step order that has been achieved in this session;
- $n$  – the maximum step order that has been achieved in this session;
- $P_{v(a)}$  – probability of the value on step- $a$ ;
- $P_c$  – probability of conversion cancellation;
- $V_a$  – value of a step- $a$ ;
- $P_a$  – probability of a transit to the exact step of a sales funnel;
- $f(a)$  – function the returns priority of the step by its order  $a$ .

## Conclusion

The suggested approach allows to attribute the conversion value in accordance with the true impact of a traffic source into the profit from a micro conversion. Unlike static models it allows to adaptively distribute the conversion value. To implement the suggested solution there can be classified as a limitation a necessity to collect enough statistic data.

## REFERENCES

1. G. Cristal, .Ad Serving Technology: Understand the marketing revelation that commercialized the Internet. – Paperback, 2014
2. M. Jeffery et al., Data-Driven Marketing: The 15 Metrics Everyone in Marketing Should Know Know. – Hardcover, 2010.
3. Mary E. Tyler, Jerri Ledford, Google Analytics. – Wiley, 2006 г.
4. Forrester eCommerce Forecast: <http://www.forrester.com/US+eCommerce+Forecast+2013+To+2018/fulltext/-/E-RES115513>

*Стаття надійшла до редакції 30.07.16.*



# АНАЛІЗ, ОЦІНКА ТА ПРОГНОЗУВАННЯ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 930.23; 007.3

**В.В. ГЛУШКОВА**

## КОНЦЕПЦИЯ В.М. ГЛУШКОВА ПО УПРАВЛЕНИЮ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИМ ПРОГРЕССОМ

*Аннотация.* Рассматривается концепция управления НТП, которая окончательно была сформулирована академиком В.М. Глушковым к 1980 г. и предназначалась для управления НТП в развитом информационном обществе. А также освещен метод «прогнозного дерева» Глушкова (1969 г.), на базе которого производился расчет прогнозов различных научных достижений и результатов НТП.

*Ключевые слова.* научно-технический прогресс, прогнозирование, метод «прогнозного дерева», ОГАС, ДИСПЛАН, метод Дельфи, метод PERT, экспертные системы, сетевое планирование.

### Введение

В нынешнее время бурного развития информационно-компьютерных технологий (ИКТ) особое значение приобретает не только прогнозирование достижения научных результатов, но и управление научно-техническим прогрессом (НТП). Однако, надо отметить, что в условиях рыночной экономики сделать это весьма затруднительно. Если говорить об управлении научным прогрессом, то сегодня такое управление возможно разве что в рамках крупных научных проектов. Всеобъемлющее же управление НТП в отдельной стране или в группе стран было возможно и практиковалось при социалистическом укладе экономики.

Академик Виктор Михайлович Глушков был пионером становления концепции управления НТП. Работы в этом направлении велись в Институте кибернетики АН УССР, еще начиная с 60-х гг. В завершенном же виде концепция была представлена Глушковым в 1980 г. И изложена в работе «Управление научно-техническим прогрессом» [1].

### 1. Описание концепции управления НТП

Виктор Глушков писал, что одной из особенностей управления НТП является то, что проблема должна решаться не последовательным путем, а параллельным.

Конечно, последовательный метод проще, однако, цена этого подхода – резкое падение темпов НТП. При последовательном способе управления – каждая отрасль вынуждена ждать, не приступая к своему шагу, пока соседи, от которых они зависят, не окончат полностью свои очередные шаги. Однако, многие работы в этих последовательных цепочках могут быть запараллелены.

Опыт такого запараллеливания в СССР был. Это и атомная, и космические программы. Подобный опыт, хотя и в меньшем масштабе, был использован Виктором Глушковым и его коллегами при разработке и внедрении первой отечественной управляющей ЭВМ Днепр (УМШН). От идеи до начала выпуска машины крупной серией прошло менее трех лет. Подготовка производства (перестройка завода и переобучение персонала) началась еще до полного окончания научно-исследовательских работ (НИРа). Опытный образец делался уже вместе с заводом, причем в параллель с ним (с небольшим отставанием) была запущена малая серия. Уже на стадии НИР началась подготовка будущих пользователей. С помощью стационарной ЭВМ «Киев» проводились эксперименты по управлению различными технологическими процессами (в металлургии, химии, машиностроении) на расстоянии. В процессе этих экспериментов накапливался опыт, готовилось математическое обеспечение, выявлялась эффективность и, самое главное, – учились люди.

Переход на параллельные методы управления НТП увеличивает нагрузку на органы управления в десятки, сотни, а порою и во многие тысячи раз. Из этого В.М. Глушков делает вывод, что решение проблемы в масштабах страны невозможно без коренной перестройки традиционной технологии планирования и управления и перехода к безбумажной информатике. В развитии человеческого общества неизбежно наступает момент, когда резервы традиционных приемов совершенствования управления – организация и социально-экономические механизмы – оказываются исчерпанными, так как пропускная способность человеческого мозга, как преобразователя информации, хотя и велика, но ограничена. В своей книге «Основы безбумажной информатики» [4] В.М. Глушков называет такую ситуацию – вторым информационным барьером. Первым информационным барьером, как отмечает академик Глушков, называется порог сложности управления системой, превосходящей возможности одного человека.

Для преодоления второго информационного барьера человек должен большинство функций по преобразованию информации и управлению передать компьютеру. Для этого В.М. Глушковым был введен термин безбумажная информатика, когда документы и вся другая необходимая для управления информация находятся внутри компьютера в электронном виде.

Безбумажная информатика предполагает переход к электронному документообороту. К сожалению, в Украине, до сих пор эта задача полностью не решена.

Решение только этой важной проблемы может уменьшить нагрузку на органы управления.

Виктор Михайлович писал: «Конечная цель становления новой технологии управления НТП состоит в соединении (через ЭВМ) в единую систему (связанную безбумажными информационными потоками) рабочих мест всех тех, кто этот прогресс определяет и организует: от отдельных ученых, конструкторов, проектантов и технологов – до Госплана СССР и

Госкомитета по науке и технике. Важно подчеркнуть, что речь идет не о формальном соединении рабочих мест, а о принципиально новой технологии планирования и управления, включающей не только перестройку ее технической базы, но и методологии, организационных форм, показателей и систем стимулирования.

В эскизном варианте новая технология планирования и управления была проработана нами еще в 60-е гг. После 24 съезда КПСС (1971-1980 гг.) многое сделано и в смысле практической реализации ее отдельных звеньев, в первую очередь низовых. Институтом кибернетики АН УССР созданы и внедрены системы комплексной автоматизации проектно-конструкторского труда на основе безбумажной информатики. Они позволяют существенно (от 2-3 до 20-30 раз) сократить сроки проектирования и резко повысить качество проектов. Созданные нами системы автоматизации испытаний изделий новой техникой, широко используемых многими Конструкторскими бюро (КБ) и испытательными полигонами, также основаны на принципах безбумажной информатики. Они позволили в несколько раз сократить время и повысить качество испытаний.

Созданы и испытаны многие системы моделей и программ для более высоких звеньев управления НТП. Однако, их внедрение тормозится из-за того, что нынешняя методология и организация управления не приспособлены к этим моделям и не заинтересованы в их использовании. Прежде всего, это относится к программно-целевому управлению»[1].

Ситуация, о которой пишет В.М. Глушков, очень переключается с нынешней. Так, сегодня большинство государственных ИТ-проектов в Украине не выполняется (соответственно, и не внедряется) из-за отсутствия заинтересованности, а также из-за наличия междуведомственных противоречий.

Далее академик Глушков перечисляет, что же нужно еще сделать, чтобы программно-целевое управление на общегосударственном уровне стало тем, чем оно действительно должно быть.

Прежде всего это масштабность цели. Государственная комплексная целевая программа должна решать не только узковедомственные задачи типа «задачи создания нового типа автомобиля», а задачи гораздо крупнее, например, «вывод на определенный технико-научный уровень пассажирского транспорта». В такой программе должны решаться не только вопросы создания новых типов автомобилей, но и вопросы их обслуживания и эксплуатации (дороги, гаражи, организация профилактики и ремонтов и др.), а также комплекс социально-экономических вопросов (соотношение между общественным и личным транспортом, цены и т.д.).

При этом очень важно, чтобы были точно определены социально-экономические результаты, которые общество получит в итоге – при решении этой программы. Реализация подобных задач возможна лишь при тесной увязке процесса формирования программ с процессом долгосрочного планирования.

Для успеха любой программы чрезвычайно важно организовать правильное управление процессом ее формирования и выполнения. Прежде всего, необходимо лицо, персонально ответственное за программу, наделенное соответствующими правами и возможностями. Права руководителя программы должны обеспечить ему возможность

межотраслевого управления, вплоть до временного предпочтения ему отдельных подразделений предприятий и организаций независимо от их ведомственной принадлежности. Каждому такому подразделению должна быть поставлена четкая задача, организован контроль за ее решением и официальная приемка результатов работы. Руководителю программы должны быть выделены необходимые материальные ресурсы, которые он должен распределять.

Необходимо создавать (временные) центры управления программами. Модели для такого управления составляются на основе сетевых графиков. Потом происходит запараллеливание этих графиков на разных этапах. Большая часть работ или почти вся работа должна проходить в автоматическом режиме. Затем это все сохраняется в электронных архивах. Нормативы трудовых и материальных затрат также, как правило, не разрабатываются полностью заново, а появляются в результате уточнения прототипов. Технические нормативы на изготовление новых конструкций должны прописываться уже на этапе технического задания.

Сетевые графики и нормативы должны постоянно корректироваться. Важно то, что схема управления на основе сетевых графиков не сводится только к задаче отыскания критического пути. Речь идет о непрерывно действующей системе оптимизации работ на основе постоянно уточняемой информации. Это позволяет планировать и осуществлять разные корректирующие мероприятия. Разработка планов подобных корректирующих мероприятий представляет собой сложную технико-экономическую задачу.

Именно при таком подходе определяются и ранжируются возможные будущие дефициты ресурсов и приоритеты мероприятий по их экономии.

Еще одно замечание касается степени определенности различных этапов программы. Ведь в реальной жизни в каждый данный момент программы могут находиться в разных стадиях своего выполнения. Если на стадии массового внедрения строительства объектов по уже законченным проектам можно и должно иметь устоявшуюся схему предстоящих работ с достаточно выверенными нормативами, то на стадии начала НИРа говорить об этом, как правило, преждевременно. Вместо четкого нормативного сетевого графика предстоящих работ в этом случае нужно иметь дело с нормативным целевым прогнозом. Методика такого прогнозирования, предложенная Глушковым в 1969 г.[2], и прошла успешную апробацию в рамках СЭВ а сначала на двусторонней, а потом и на многосторонней основе.[3]

Методика специально приспособлена для работы в описываемой системе управления НТП на самых разных стадиях формирования комплексных целевых программ. Как и последующие стадии управления программой, прогноз организуется и ведется центром управления головного института. Прежде всего на основании заказа высших органов социально-экономического управления, головной институт уточняет и согласует с заказчиком формулировку цели, которую предполагается достигнуть с помощью формируемой программы.

Например: «обеспечить дополнительное годовое производство одного триллиона киловатт-часов электроэнергии без увеличения затрат угля, нефти, газа». На этой стадии лимиты на затраты ресурсов для реализации программы пока не фиксируются даже ориентировочно. Речь идет лишь о

прогнозе различных вариантов сроков и путей достижения поставленной цели, а также затрат ресурсов по этим вариантам.

Смысл методики заключается в последовательном разворачивании дерева подцелей, начиная от конечной цели. Для этого В.М. Глушковым была разработана специальная методика прогнозирования на основании метода экспертных оценок [2], которая позволяет оптимально агрегировать мнения экспертов (противоречивые, а порой и прямо противоположные). Получая в результате вероятностные оценки сроков и путей достижения поставленных целей. Весь прогноз постоянно находится в памяти компьютера. Благодаря этому при изменении мнения тех или иных экспертов прогноз в режиме on-line пересчитывается. Подобная динамичность является обязательным требованием любого научно-технического прогноза. Без этого в силу непрерывности развития науки и научно-технических возможностей прогноз быстро устареет и не только не помогает, а подчас и вредит делу.

Методика предусматривает управление прогнозом на основе постоянной работы с экспертами, постановки дополнительных НИР и других мер. Цель такого управления состоит в том, чтобы последовательно уточнять дерево прогноза, особенно в его близких по времени частях, своевременно отбрасывать бесперспективные варианты, получая в конечном счете на период 5-10 лет уже не прогнозный граф, а сетевой график соответствующей программы. При этом попутно решается задача определения соисполнителей и точная формулировка заданий на их работу. Это такая важная особенность методики, позволяющая свести к минимуму усилия по разработке схем управления программами.

Как уже отмечалось выше, схемы управления охватывают все стадии жизненных циклов программы, включая этап строительства и реконструкции предприятий и организаций массового производства на новой технической основе. Этот завершающий этап программы требует наибольших затрат материальных ресурсов и, следовательно, наиболее тесной увязки с балансовыми расчетами в системе долгосрочного планирования. Заметим, что даже в том случае, когда схема управления завершающим этапом программы еще не вышла из прогнозной стадии, описанная методика ведения прогноза дает вероятностные оценки сроков и ресурсов, необходимых для выполнения этого этапа, а также технологических нормативов создаваемой в результате выполнения программы новой производственной базы. Иными словами, имеется вся необходимая информация для проведения соответствующих балансовых расчетов.

Помимо уже перечисленных проблем управления крупными целевыми программами и правлении НТП существует целый ряд задач меньшего масштаба, имеющих, тем не менее, важное значения для ускорения темпов НТП. Одной из таких задач, которые поставил В.М. Глушков, является коренное усовершенствование системы научно-технической информации (НТИ). Действующая в СССР система управления была направлена на то, чтобы оповещать широкий круг научно-технической общественности о новых достижениях науки и техники. Нисколько не принижая важность этой задачи, Виктор Глушков пишет, что ее необходимо было бы дополнить другой, не менее (а может и более) важной задачей своевременного оповещения нужного круга лиц об актуальных нерешенных проблемах НТП.

Такие задачи решались в Советском Союзе обычно бессистемно: предприятия, КБ и НИИ, столкнувшись с проблемами, которые они сами решить не в силах, искали возможных исполнителей сами, пользуясь собственной (как правило, весьма скудной) информацией. В результате большинство проблем вообще не находило исполнителей (и тем более самых лучших исполнителей), возникали неоправданные задержки и дублирование в исполнении заданий. Усовершенствование системы НТИ, о котором пишет В.М. Глушков, состоит в создании централизованной службы фиксации, оформления и распределения между возможными исполнителями, возникающей научно-технической проблематики.

Хочется отметить, что на сегодняшний день в Украине практически не существует ни системы оповещения научной общественности о новых достижениях науки, ни, тем более, оповещения об актуальных нерешенных проблемах. Т.е. можно констатировать фактическое разрушение советской системы НТИ при полном отсутствии новой.

Виктор Михайлович Глушков придает очень важное значение проблеме достоверности информации.

Также к задачам менее масштабным В.М. Глушков относит: строгую регламентацию источников информации, новую форму стимулирования, персональное закрепление различных производственных участков за отдельными работниками, осуществляющими планирование и нормирование.

На каждом из следующих уровней планирования осуществляется вариантная агрегация планов на более крупные участки с обязательным условием сохранения персональной ответственности.

Еще одной проблемой В.М. Глушков считает создание заинтересованности предприятий во внедрении научно-технических новинок. Виктор Михайлович считает, что полученная в результате НТП экономия должна идти на расширение фондов стимулирования и для развития предприятий.

В случаях, когда внедрение новинок НТП связано с риском и требует больших затрат и длительных сроков внедрения, Глушков предлагает использовать: страхование рисков, авансирование и даже частичную компенсацию затрат. Для этого предлагается сделать специальный фонд. В случае успешного внедрения предприятия отчисляют процент обратно в этот фонд.

Также В.М. Глушков говорит об еще одном мощном рычаге ускорения НТП, а именно, об автоматизации труда работников, осуществляющих этот прогресс. Это и автоматизация экспериментальных исследований, и автоматизация НТИ, комплексная автоматизация проектно-конструкторских работ и испытаний. Это не только многократно позволяет ускорить НТП, но и улучшается качество получаемых результатов.

Оптимальное управление НТП должно быть сбалансированным и использовать все рычаги.

## **2. Метод «прогнозного дерева» В.М.Глушкова**

В 1969 г. академиком В.М. Глушковым была предложена методика прогнозирования, которую можно назвать методом «прогнозного дерева» или «прогнозного графа» [2]. Методика объединяла в себе идеи двух методов –

Дельфи и PERT. С помощью этой новой методики экспертных оценок в Институте кибернетики АН УССР в 1970 г., например, была проведена экспертиза по проблеме создания машин четвертого поколения серии «МИР» [5].

Метод «прогнозного дерева» Глушкова считается новым этапом в развитии методик экспертных оценок в прогнозировании. Сущность его состоит в построении (на основе экспертных) оценок прогнозных деревьев, графов, с последующим анализом моделей и всей сложной сети взаимосвязей внутри этих моделей.

Рассмотрим кратко методы, которые легли в основу метода «прогнозного дерева» Глушкова.

Метод «Дельфи» был разработан в 1950-1960 годы в США для прогнозирования влияния будущих научных разработок на развитие военной отрасли. Создан в корпорации RAND, авторами являются О. Хелмер, Т. Гордон, Н. Долки.

Принцип этого метода заимствован из опыта деятельности оракулов языческого храма древнегреческого бога Аполлона в городе Дельфы. Метод осуществляется путем опроса группы специалистов с помощью анкет. Серией опросов экспертов пытаются добиться максимального консенсуса по определению конечных результатов и сроков решения той или иной проблемы.

Метод Дельфи часто применяется для прогнозирования процессов с высокой степенью неопределенности параметров. Этот метод и сегодня остается одним из основных при определении долгосрочных результатов научно-технического прогресса.

Метод PERT (Project Evaluation and Review Technique). Был разработан в 1958 году консалтинговой фирмой «Буз, Ален и Гамильтон» совместно с корпорацией «Локхид» по заказу Министерства Обороны США для проекта создания ракетной системы «Поларис» (Polaris)

PERT относится к методам сетевого планирования. Был разработан для упрощения планирования и составления графиков выполнения работ в больших и сложных проектах.

Метод PERT предназначен для решения очень масштабных, сложных, не рутинных задач, в которых часто участвуют разные коллективы исполнителей. Применение этого метода дает возможность разработать рабочий график без точного знания деталей и необходимого времени для всех его составляющих. Метод на сегодняшний день активно применяется в сетевом анализе и в управлении проектами.

Одним из недостатков метода Дельфи является тенденция уменьшения точности прогноза за счет разброса соответствующих оценок экспертов по мере увеличения временных промежутков. Например, при составлении прогнозов развития вычислительной техники на 20 лет вперед мнения экспертов могут существенно отличаться друг от друга.

В отличие от метода Дельфи, в методике В.М.Глушкова эксперта не просто спрашивают, когда по его мнению, создадут данную машину или решат ту или иную проблему, а интересуются, какие необходимо для этого выполнить конкретные шаги и задания. В результате подобной экспертизы строится «прогнозное дерево». Преимуществом такого подхода является не

только получение прогнозов, но и возможность определения различных путей их достижения.

В отличие от PERT в методике «прогнозного дерева» возникают альтернативные пути, каковые в методике PERT не предусмотрены. В PERT все работы должны быть выполнены обязательно и нет таких событий, которые можно было бы обойти или пропустить. Методика Глушкова позволяет рассматривать различные варианты достижения целей и выбирать из них оптимальный в зависимости от того или иного критерия. Достижение максимальной точности прогноза является предпосылкой для перевода его в план.

При использовании метода «прогнозного дерева» обеспечивается возможность формирования не одного, а множества различных вариантов (планов) научно-технического развития. Последующий анализ модели позволяет определять оптимальные (по тем или иным критериям) пути достижения целей. При таком подходе к разработке прогнозов повышается обоснованность решений, принимаемых в области планирования и управления процессами научно-технического и экономического развития.

Есть еще одна особенность методики В.М. Глушкова. Виктор Глушков предполагал, что метод «прогнозного дерева» в дальнейшем будет встроен в Общегосударственную автоматизированную систему (ОГАС). Поэтому в «прогножном дереве» были предусмотрены дополнительные возможности, а именно: непрерывное уточнение оценок экспертов, а также работа целой системы научно-информационной службы, которая бы вовремя оповещала группы экспертов о новых разработках, патентах, статьях по той или иной тематике. Результаты работы такого метода (планы и прогнозы) должны были передаваться в различные подсистемы ОГАС, например, в ДИСПЛАН (диалоговую систему планирования) [7], в качестве возможных планов. Прогноз переводится в план, когда сделан выбор по всем предоставляемым им альтернативам. В дальнейшем эти планы должны были уточняться и корректироваться в режиме on-line.

Метод Виктора Глушкова в дальнейшем лег в основу концепции прогнозирования научно-технического потенциала стран-членов СЭВ и инфраструктуры научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ [3].

## **Выводы**

Можно сделать вывод, что метод «прогнозного графа» или «прогнозного дерева» Глушкова, как отдельный метод, и сегодня может с успехом применяться в современных экспертных системах для решения всевозможных задач с высокой степенью неопределенности. Таковыми являются задачи определения путей и результатов развития научно-технического прогресса, а также задачи прогнозирования и планирования сложных социальных и экономических процессов.

## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Глушков В.М. Управление научно-техническим прогрессом. // Плановое хозяйство. – 1980. - №6. – с. 46-54



2. Глушков. В.М. О прогнозировании на основе экспертных оценок. // Кибернетика. – 1969. 2. – с. 2-4.
3. Прогнозирование научно-технического потенциала стран-членов СЭВ и инфраструктуры НИОКР: концепция, разработки, опыт и перспективы. – Материалы к совещанию экспертов и специалистов стран-членов СЭВ, 5-10 окт. 1987г., ЧССР. – Киев: ИЭС им.Е.О.Патона АН УССР, 1987г. – 28с.
4. Глушков В.М. Кибернетика и социальное прогнозирование.//Проблемы мира и социализма. – 1971. - №1. – с. 37-42.
5. Глушков В.М. Пргнозування і керування науковими дослідженнями.//Вісник АН УРСР. – 1970. - №10. – с. 52-58.
6. Глушков В.М. Прогноз и план // Наука і суспільство. – 1971. - №7. – с. 4-8.
7. Глушков В.М. ДИСПЛАН – новая технология планирования. //Управляющие системы и машины. – 1980. - №6. – с. 5-11.
8. Глушков В.М. «Основы безбумажной информатики», М.: Наука, Гл.ред физ.-мат. лит., 1987. – 552 с.

*Статья поступила в редакцию 22.11.16.*

УДК: 912.43

**В.В. ПУТРЕНКО, С.Ю. НАЗАРЕНКО**

## **ВИЗНАЧЕННЯ ЯКОСТІ ПОВІТРЯ НА ОСНОВІ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ДАНИХ ДИСТАНЦІЙНОГО ЗОНДУВАННЯ**

***Анотація.** Запропоновано наукові та практичні засади моніторингу стану атмосферного повітря на основі використання даних супутникової зйомки Землі з метою дослідження вмісту часток  $PM_{2.5}$  та окису азоту  $NO_2$ . На основі регресійного та географічно зваженого регресійного аналізу встановлено зв'язок між даними космічного моніторингу та наземних спостережень.*

***Ключові слова:** моніторинг, забруднення атмосфери, дані дистанційного зондування Землі, регресійний аналіз.*

### **Вступ**

Проблеми забруднення повітря є важливими та актуальними для підтримки сталого розвитку та чистого навколишнього середовища. Для України проблеми оцінювання якості повітря є особливо актуальними у зв'язку з великою кількістю викидів з стаціонарних та нестаціонарних джерел забруднення та низьким рівнем розвитку системи спостережень. Тому використання даних дистанційного зондування Землі (ДЗЗ) надає переваги для здійснення моніторингу стану повітря по всій території країни за рахунок широкого територіального охопту та низької вартості, але для використання даних ДЗЗ необхідно проведення комплексу робіт з верифікації та порівняння з наземними інструментальними вимірюваннями.

В останні роки, атмосферні моделі засновані на ГІС, все частіше використовуються для аналізу навколишнього середовища і пов'язаної з ним підтримки управлінських рішень для осіб, що працюють в сфері екології. Наприклад, в нашій державі було розроблено декілька спеціалізованих інформаційно-аналітичних систем оцінки стану екологічної безпеки при забрудненні атмосферного повітря. Основними з них є: геоінформаційна аналітична система візуалізації медико-екологічного моніторингу України ГІАСВ МЕМУ; автономна моделююча система для завдань моніторингу техногенних навантажень на атмосферу від небезпечних підприємств MathMapMod, яка в подальшому увійшла до складу спеціалізованої інформаційно-аналітичної системи еколого-енергетичного моніторингу AISEEM [1-4].

В останній час все більшу увагу привертають публікації, пов'язані з використанням даних ДЗЗ для моніторингу та оцінювання стану атмосферного повітря, зокрема методики обробки даних із метеорологічних супутників [5-6]. В тому числі значна кількість досліджень присвячена впливу  $PM_{2.5}$  та  $NO_2$  на якість атмосферного повітря [7-9] та оцінці викидів від антропогенних джерел з використання даних ДЗЗ [10-11]. В Україні використання даних ДЗЗ у поєднанні із наземними спостереженнями для отримання інтегральних полів якості повітря тільки починає свій розвиток.

Метою роботи є дослідження даних ДЗЗ для цілей моніторингу стану повітря на території України.

Завданнями є вивчення літературних джерел з питань ДЗЗ, придатності сучасних супутникових систем та їх продуктів для аналізу стану повітря, встановлення математичних залежностей між супутниковими даними та результатами наземних спостережень, виявлення особливостей розподілу забруднення атмосферного повітря в Україні.

## 1. Виклад основних результатів

Для проведення дослідження використовуються дані з геопорталу проекту Atmospheric Composition Analysis Group за адресою <http://fizz.phys.dal.ca/>. В якості базових даних було обрано дослідження за допомогою ДЗЗ вмісту часток  $PM_{2.5}$  та окису азоту  $NO_2$  як одних із базових видів забруднення атмосферного повітря.

Частки  $PM_{2.5}$  мають розміри менше 10 мкм. Виділяють два основних типи часток: вони можуть бути вуглецевмісткі і металеві, які в свою чергу можуть бути розділені на підрозділи на підставі своїх магнітних властивостей. У  $PM_{2.5}$ , які часто називають дрібнодисперсними зваженими частинками, також входять ультрадрібнодисперсні частинки діаметром менше 0,1 мкм. На більшості території Європи  $PM_{2.5}$  складають 50-70%  $PM_{10}$ . Електронна мікроскопія і спеціальні лабораторні умови дозволяють вченим спостерігати морфологію. У повітрі вміст часток може бути вимірний за допомогою конденсаційного лічильника часток, в якому частинки зміщуються з парами спирту і потім остигають, при цьому пар конденсується на частинках і потім їх можна порахувати за допомогою світлового сканера. Частки можуть бути антропогенного або природного походження. Через велику кількість і можливість проникати глибоко в легені  $PM_{2.5}$  мають великий вплив на здоров'я дихальної системи.

В Україні в діючій системі спостереження за станом атмосферного повітря контроль за вмістом  $PM_{2.5}$  не здійснюється, що дає можливість для використання даних ДЗЗ для моніторингу та прогнозування впливу на здоров'я населення.

Серед усіх оксидів азоту у атмосферу викидається в основному двоокис азоту  $NO_2$  – безбарвний отруйний газ, що не має запаху, дратівливо діє на органи дихання. Двоокис азоту ( $NO_2$ ) утворюється в навколишньому повітрі в результаті окислення оксиду азоту ( $NO$ ), який у свою чергу з'являється в атмосфері природним шляхом і в результаті людської діяльності, оксиди азоту формуються в основному за рахунок спалювання викопного палива. Це відбувається в результаті хімічної реакції між атмосферним  $N_2$  і  $O_2$  в присутності тепла з утворенням  $NO$ , який потім знову вступає в реакцію з  $O_2$  з утворенням  $NO_2$ . Швидкість реакції визначається температурою згоряння. Таким чином, на відміну від  $SO_2$ ,  $NO_2$  не є компонентом викопного палива, а результатом каталітичної реакції тепла з атмосферним  $N_2$  і  $O_2$  в процесі згоряння [9].

Особливо небезпечні оксиди азоту в містах, де вони взаємодіють з вуглецями вихлопних газів, де утворюють фотохімічний туман – смог [3]. Діоксид азоту ( $NO_2$ ) відіграє важливу роль у формуванні тропосферного озону і є шкідливим для здоров'я людини і екосистеми. Тож  $NO_2$  виділяється

в тропосферу в результаті антропогенних (наприклад: використання викопного палива, спалювання біопалива, спалювання біомаси) і природних (наприклад: лісові пожежі і блискавки) явищ [11].

Ми використовували спостереження забруднення  $\text{NO}_2$  з глобального експерименту зі спостереження озону (GOME), SCIAMACHY і GOME-2 супутникових приладів [8]. Розрахунок концентрації діоксиду приземного азоту ( $\text{NO}_2$ ) відбувається шляхом застосування локальних коефіцієнтів масштабування з глобальної тривимірної моделі (GEOS-Chem) до розподілу тропосферного  $\text{NO}_2$ , що отримані з моніторингу озонового шару інструментом (OMI) на борту супутника Aura.

Наземні дані  $\text{PM}_{2.5}$  були обраховані на основі супутникових джерел шляхом застосування географічно зваженої регресії (GWR) для глобальних оцінок на основі геофізичної вимірів (рис. 1). Дані по  $\text{PM}_{2.5}$  були отримані з продуктів декількох супутників (Micp, MODIS Dark Target, MODIS і SeaWiFS Deep Blue, і MODIS MAIAC) поєднувалася з моделюванням (GEOS-Chem) на основі їх відносної невизначеності як визначено з використанням наземного сонячного фотометра (AERONET) [<http://aeronet.gsfc.nasa.gov/>].

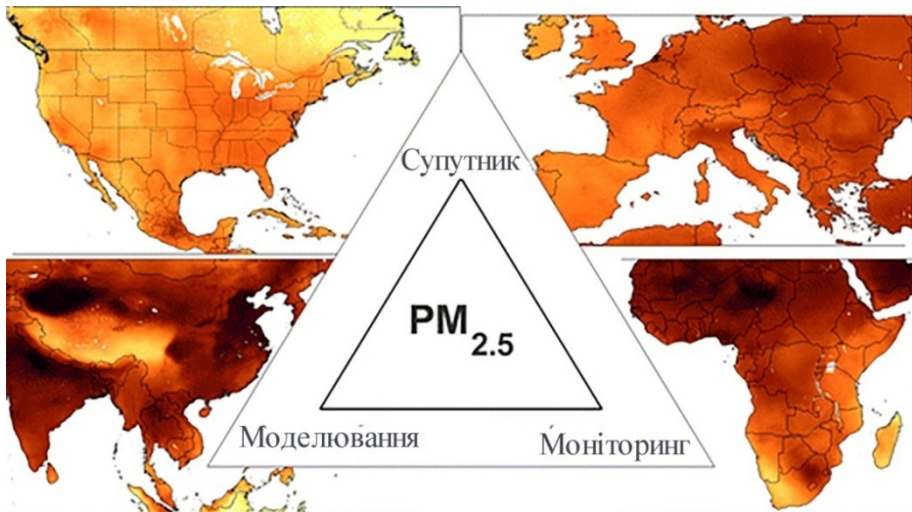


Рисунок 1 – Загальна модель обробки даних  $\text{PM}_{2.5}$

Глобальні набори даних  $\text{PM}_{2.5}$  представлені в сумісному форматі з ArcGIS NetCDF [.NC] або ASCII [.asc.zip] архівованих файлах. Файли з прив'язкою до сітки координат використовують проекцію WGS84. Сітка  $0,01^\circ \times 0,01^\circ$  містить 12500 координат широти з центрами від  $54.995^\circ$  до  $69.995^\circ$  Пн. ш. і 36000 значень довготи з центрами від  $179.995^\circ$  Зх. д. до  $179.995^\circ$  Сх.д. Файли для перегляду в Google Earth також надаються [.kmz].

Після скачування даних ДЗЗ по  $\text{PM}_{2.5}$  та  $\text{NO}_2$  нами був взятий Індекс Забрудненості Атмосфери (ІЗА) з сайту Українського гідрометеорологічного центру. На території України і країн колишнього СРСР для визначення стану забруднення повітря використовують комплексний показник – індекс забруднення атмосфери (ІЗА). При розрахунку ІЗА враховується не тільки концентрації різних речовин, але і їх вплив на здоров'я людини.

Даний індекс розраховується по окремих забруднюючих речовинах для оцінки внеску окремих домішок в загальний рівень забруднення атмосфери або комплексно за декількома речовинами для порівняння ступеня забруднення атмосфери в різних містах. Комплексний ІЗА, що враховує  $L$  речовин, присутніх в атмосфері, розраховується за формулою:

$$I_n = \sum_{i=1}^n L_i = \sum_{i=1}^n (x_i / ПДК_i) C_i, \quad (1)$$

де:

$X_i$  – середня за рік концентрація  $i$ -того речовини,

$C_i$  – коефіцієнт, що дозволяє привести ступінь забруднення повітря  $i$ -тим речовиною до ступеня забруднення повітря діоксидом сірки,

$I_n$  – ІЗА, безрозмірна величина.

Значення  $C_i$  визначається для речовин в залежності від їх класу небезпеки. Діоксид азоту відноситься за ступенем шкідливості до другого класу небезпеки ( $C_i= 1$ ), до неї наводиться шкідливість всіх речовин.  $C_i$  для речовин 4, 3, 2 і 1 класів небезпеки, які дорівнюють 0,85, 1,0, 1,3 і 1,5 відповідно.

При розрахунку ІЗА передбачається, що всі забруднюючі речовини, які не перевищують гранично допустимі концентрації, однаково впливають на організм людини, але із збільшенням їх концентрацій збільшується і ступінь їх шкідливості зростає з різною швидкістю, яка залежить від класу небезпеки речовини.

Сумарний ІЗА використовується для порівняння ступеня забруднення атмосфери в різних містах, проте це можливо лише в разі якщо вимірюються концентрації однакового набору речовин. Як показує практика, набір вимірюваних забруднюючих речовин в різних містах, більш того на різних постах одного міста, може розрізнятися. В такому випадку розраховується ІЗА для кожної речовини, а потім складається регресійний варіаційний ряд отриманих величин. Вибираються речовини з найбільшими значеннями індексів (зазвичай 5), по яких і проводиться розрахунок, а за тим і порівняння сумарного індексу забруднення атмосфери.

За значенням ІЗА можна судити про ступінь забруднення атмосферного повітря, динаміку забруднення, а також про необхідні управлінських рішеннях у сфері природокористування.

В зв'язку з цим актуальним завданням є встановлення математичних залежностей між ІЗА та наявними даними ДЗЗ, для того щоб мати можливість співставних оцінок на всій території країни з даними ІЗА.

Загальна методика обробки відображена на рис. 2.

В якості вхідних даних в моделі використовувалися розрахункові глобальні показники  $PM_{2,5}$  та  $NO_2$  за період 1996-2014 рр., що були представлені як середньорічними, так і усередненими за період часу даними. Також в ході дослідження використовувалися дані розрахунку ІЗА та його складових за період з 1992 до 2013 р., що були надані Центральною геофізичною обсерваторією для 53 населених пунктів України. В якості базового програмного забезпечення використовувався програмне забезпечення ArcGIS.



Рисунок 2 – Схема методика обробки даних

Первинні обрахунки були виконані для співставлення річних та кумулятивних значень забруднення та ІЗА. Нажаль, жодний із варіантів не зміг встановити істотний зв'язок між цими показниками. Тому в подальшій роботі було вирішено працювати зі складовими ІЗА, зокрема, вимірами  $\text{NO}_2$  в складі ІЗА населених пунктів.

В результаті цих вимірів було встановлено наявність істотного зв'язку між даними супутникового моніторингу та вимірними значеннями  $\text{NO}_2$  з використанням інструментальної зйомки. Це вказує на результативність використання супутникових даних для оцінки забруднення атмосферного повітря на всій території країни. При цьому значення зв'язку збільшуються у напрямі збільшення абсолютних значень показника. В цьому випадку коефіцієнт кореляції становить 0,8183 і є істотним. Подальшим кроком стало

дослідження характеру зв'язку між даними. Для цього було побудовано розподіл населених пунктів у двовимірному просторі варіограми, де по осі Х дкладено значення наземних спостережень, а по осі У – супутникові дані (рис. 3).

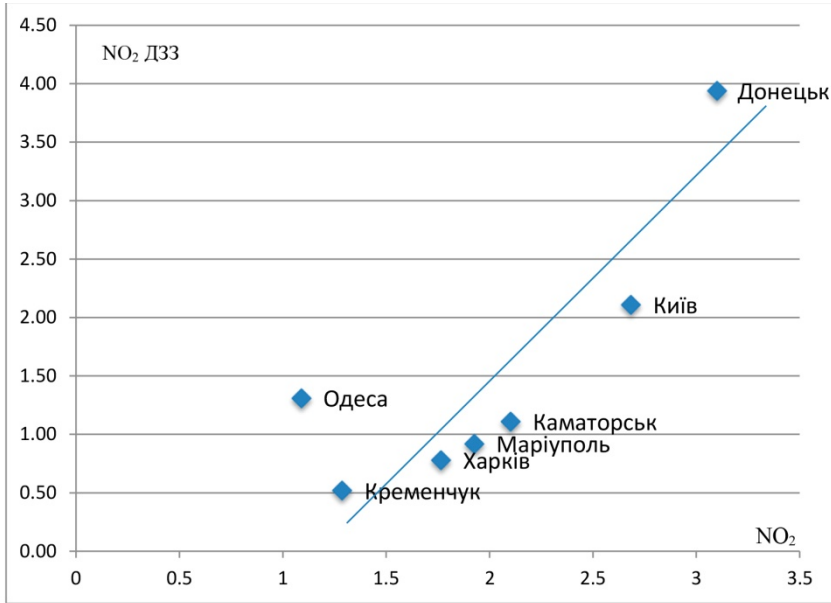


Рисунок 3 – Зв'язок між даними наземних спостережень та дистанційного зондування вмісту NO<sub>2</sub>

На основі даного зв'язку було розраховано рівняння лінійної регресії для переходу від даних наземних спостережень до результатів космічного знімання:

$$NO2_e = 1,23278021 + 0,498128761 * NO2, \quad (2)$$

де:

NO<sub>2e</sub> – розраховане значення двоокису азоту,

NO<sub>2</sub> – первинні супутникові данні виміру двоокису азоту.

Значення R<sup>2</sup>=0,8183 – що підтверджує надійність моделі.

Це регресійне рівняння допомагає отримати кореговані значення NO<sub>2</sub> для всієї території. Практична реалізація перерахунку здійснювалась за допомогою інструменту Калькулятор растрів, який входить до складу модулю Spatial Analyst. Калькулятор растрів дозволяє працювати одночасно з усім масивом комірок растру, здійснюючи будь-які математичні операції. Результат обрахунку показано на рис. 4.

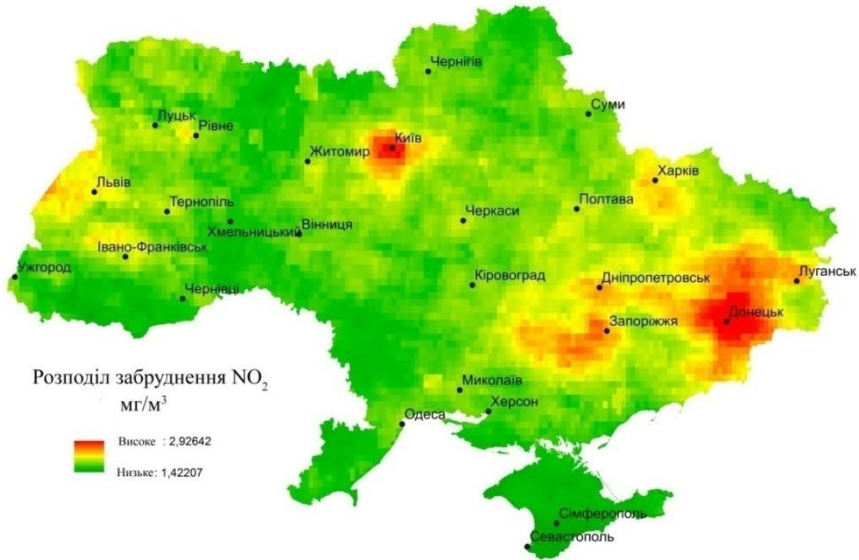


Рисунок 4 – Кореговані за інструментальними дослідження виміри забруднення NO<sub>2</sub>

Карта значень NO<sub>2</sub> показує найбільші значення у східній частині України, що характерно для промислово-розвинутих районів країни. Також чітко виділяється Придніпровський басейн з Дніпром, Запоріжжям, Кривим Рогом. Значним осередком викидів NO<sub>2</sub> є Київська агломерація із Києвом, яка впливає на відстані до 100 км на якість повітря навколишніх населених пунктів. Також значними центрами залишаються Харків, Івано-Франківськ, Львів. В останньому випадку також має вплив транскордонний переніс.

Наступним кроком дослідження стало встановлення зв'язку між окремими показниками та інтегральним значення ІЗА. Для цього було побудовано варіограму розподілу між корегованими значеннями NO<sub>2</sub> та ІЗА (рис. 5).

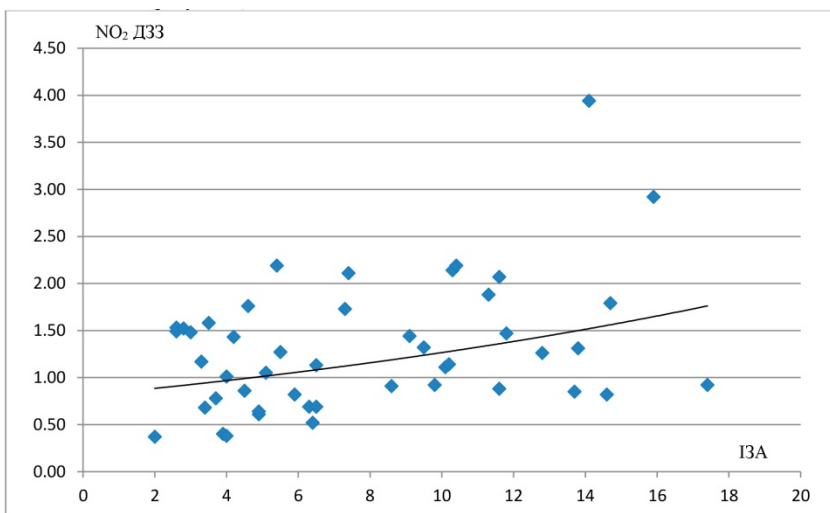


Рисунок 5 – Зв'язок між даними ІЗА та забрудненням NO<sub>2</sub> в досліджуваних точках



В результаті аналізу варіограми було запропоновано використання експоненціальної моделі регресії за наступною формулою:

$$IZAe = 4,5464 * \text{Exp}(0,2937 * NO2e), \quad (3)$$

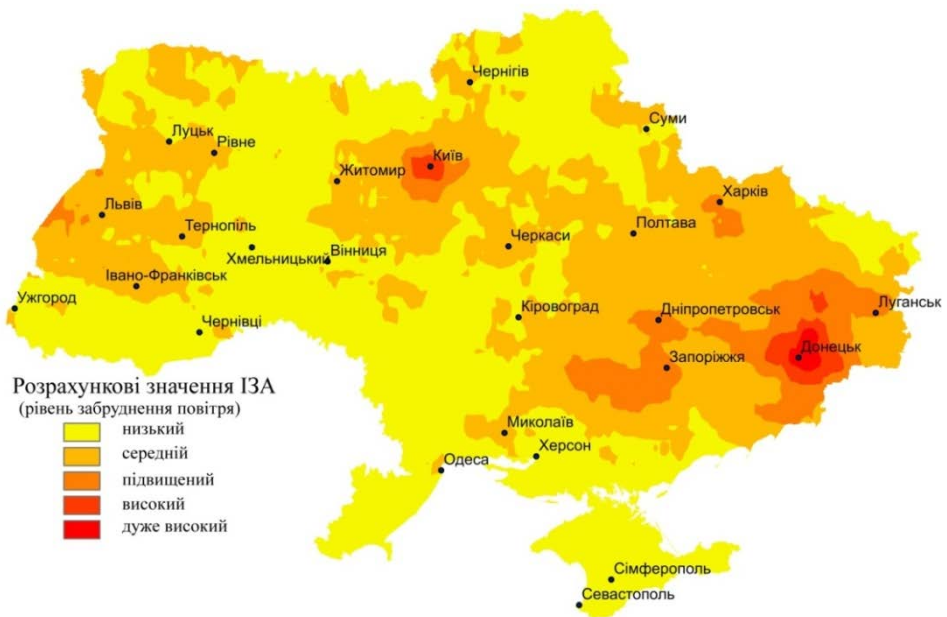
де

$IZAe$  – розрахункове значення індексу забрудненості атмосфери

$NO2e$  – розрахункове значення двоокису азоту що були отримані в результаті трансформації первинних супутникових даних.

Значення  $R^2 = 0,6342$ , що підтверджує значимість моделі.

Застосування експоненціальної моделі сприяє більш швидкому зростанню значень ІЗА при відносно низьких темпах зростання  $NO_2$ . В цілому такий характер розподілу відповідає погіршенню якості повітря у великих містах (рис. 6).



Рисуюнок 6 – Виміри ІЗА на основі супутникових даних

Проаналізувавши дані ІЗА та отриману карту можемо побачити 10 найбільш забруднених міст України (табл. 1).

Таблиця 1 – Десять найбільш забруднених обласних центрів України за супутниковими вимірами ІЗА

Ранг	Місто	Розрахунок ІЗА
1	Донецьк	10,33170223
2	Київ	9,763614655
3	Дніпропетровськ	8,770153999
4	Запоріжжя	8,763560295
5	Луганськ	8,712148666
6	Харків	8,487448692

Продовження табл. 1

Ранг	Місто	Розрахунок ІЗА
7	Львів	8,341424942
8	Черкаси	7,965660572
9	Тернопіль	7,962526321
10	Полтава	7,932358742

Наступним кроком нашої роботи було визначення просторових зв'язків між показниками  $NO_2$  та  $PM_{2.5}$ . Це було зроблено з метою аналізу взаємозв'язку інтегральних оцінок стану атмосфери, таких як ІЗА та такого важливого показника як вміст  $PM_{2.5}$ . На рис. 5 видно, що найбільша концентрація часток  $PM_{2.5}$  спостерігається у західній Україні до  $26 \text{ мкг} / \text{м}^3$  та пов'язана із західним переносом в Україну повітряних мас та трансграничним переміщенням. Загальна амплітуда значень в Україні змінюється від  $13$  до  $26 \text{ мкг} / \text{м}^3$ , що говорить про зміну показника вдвічі. Інші значні центри викидів також мають підвищені значення, але не на стільки. Серед них значно виділяється лише Київська агломерація.

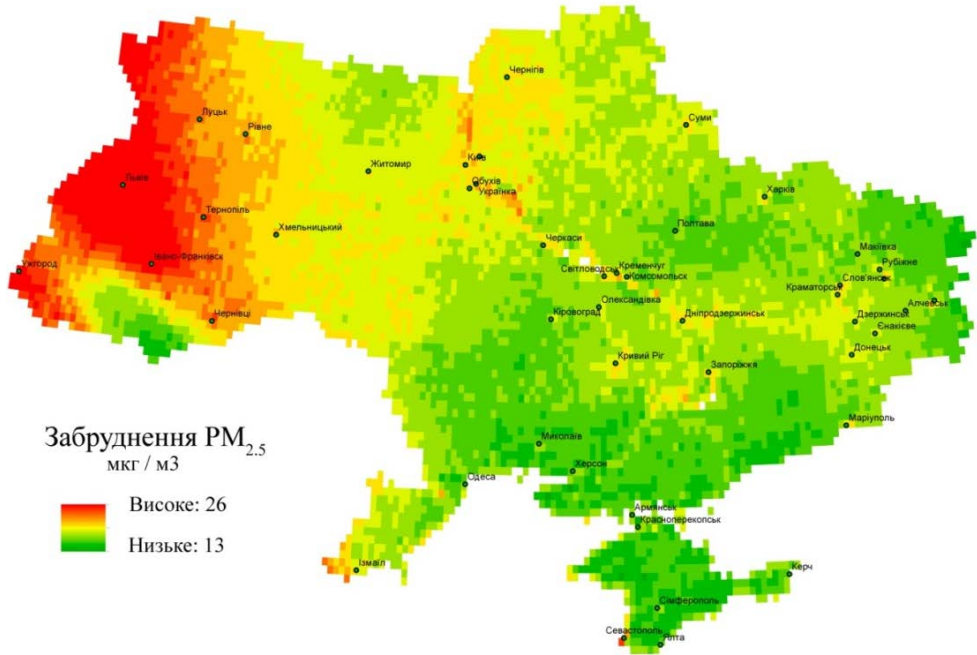


Рисунок 5 – Розподіл середньорічних значень  $PM_{2.5}$  на території України у 2012 р.

В цьому випадку для встановлення зв'язків використовувались глобальні та локальні методи, що передбачають наявність просторової диференціації коефіцієнтів регресійних рівнянь.

В якості глобального методу було використано лінійне регресійне рівняння, за наступною формулою:

$$PM_{2.5} = 17,4148 + 0,0023 * NO_2, \tag{4}$$

де:

$PM_{2.5e}$  – розрахункове значення забрудненості атмосфери частинками  $PM_{2.5}$ .

$NO_2$  – розрахункове значення двоокису азоту що були отримані в результаті трансформації первинних супутникових даних.

Рівняння географічно зваженої регресії має вигляд:

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^p \beta_k(u_i, v_i) \cdot x_{ik} + \varepsilon_i \quad (5)$$

де:

$(u_i, v_i)$  – місцеположення  $i$ -го об'єкту (координати  $i$ -ї точки);

$y_i$  – значення результативної ознаки;

$x_{ik}$  – значення  $k$ -ї пояснюючої змінної для  $i$ -го об'єкту;

$\beta_k(u_i, v_i)$  – невідомі коефіцієнти;

$\varepsilon_i$  – регресійні залишки;

$i = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, p.$

Результати розрахунку географічно зваженої регресії для розподілу  $PM_{2.5}$  залежно від  $NO_2$  показано на рис. 6.

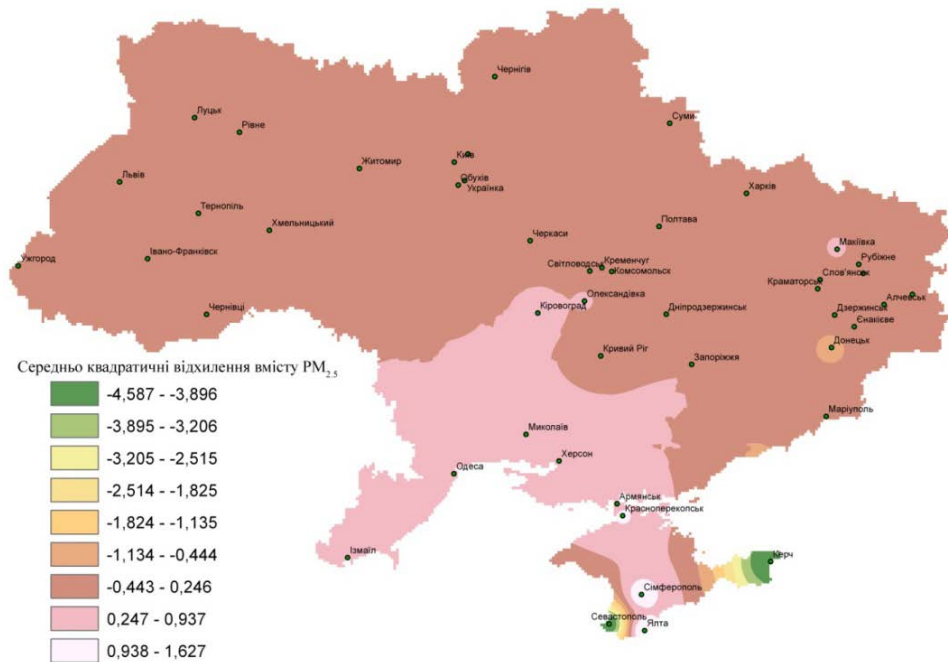


Рисунок 6 – Розподіл середньоквадратичних відхилень для географічно зваженої регресії  $PM_{2.5}$

З цього рисунку можна побачити, що розподіл середньоквадратичних відхилень має два регіони: північний, де значення відхилень знаходяться в діапазоні від -0,433 до 0,246, та південний, де відповідно діапазон має граничні значення: 0,247 – 0,937. Таким чином, можна сказати що переважна частина України потрапляє до діапазону, який зі значним ступенем довіри моделюється глобальним регресійним рівнянням. В той же час чітке виділення двох районів на території країни свідчить про доцільність застосування двох глобальних або поліноміальних регресійних рівнянь, які будуть зменшувати дисперсію у своїх субрегіонах.

## Висновки

Отже, у результаті виконаної роботи підтверджено доцільність використання даних ДЗЗ та результатів їх обробки для екологічної оцінки та моніторингу стану повітря. На основі дослідження даних встановлено що найбільш репрезентативними показниками для оцінки стану повітря є результати вимірювання  $PM_{2.5}$  та  $NO_2$ . Встановлено залежність між наземними спостереженнями та результатами обробки космічних даних для виміру  $NO_2$  та характер залежності між  $NO_2$  та ІЗА, на основі регресійних рівнянь, що дає можливість для екстраполяції даних про якість повітря на всю територію України.

На основі використання методів географічно-зваженої регресії встановлено тісноту зв'язку між показниками  $NO_2$  та  $PM_{2.5}$ , що дає можливість визначити з достовірною точністю значень  $PM_{2.5}$  в окремих районах України. Разом з тим встановлено, що розподіл забруднення  $PM_{2.5}$  значно відрізняється від традиційних видів забруднення, а тому потребує розвитку власної наземної мережі контролю.

Вперше на основі математичної моделі використання супутникових даних розраховано потенційні значення ІЗА для усієї території України.

Перспективи подальших досліджень полягають у розширенні списку досліджуваних забруднювачів повітря за допомогою даних ДЗЗ та розрахунку інтегральних моделей оцінки забруднення повітря за використанням ДЗЗ.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Іщук О. О. Методологічні особливості використання аналітичних та моделюючих засобів ГІС для прогнозування і оцінки наслідків надзвичайних ситуацій на території України // Уч. зап. Таврич. ун-та. Географія. – 2002. – Т. 15(54). – № 1. – С. 94–101.
2. Ночвай В. Використання ГІС у задачах управління якістю повітря / Ночвай В., Криваковська Р., Іщук О. - Електроніка та інформаційні технології. 2012. Випуск 2. С. 154–163.
3. Посудін Ю. І. Моніторинг довкілля з основами метрології: підручник – К.: 2012. – 426 с.
4. Попов О. О. Математичне та комп'ютерне моделювання техногенних навантажень на атмосферу міста від стаціонарних точкових джерел забруднення: Автореф. дис... канд. техн. наук. – К., 2010. – 20 с.
5. Яцишин А.В. Використання інформаційних технологій в задачах управління екологічною безпекою / Яцишин А.В., Попов О.О., Артемчук В.О. - Праці Одеського політехнічного університету, 2013. Вип. 2(41) – С. 289 – 294.

6. Aaron van Donkelaar Global estimates of fine particulate matter using a combined geophysical-statistical method with information from satellites, models, and monitors / Aaron van Donkelaar, Randall V. Martin, Michael Brauer, N. Christina Hsu, Ralph A. Kahn, Robert C. Levy, Alexei Lyapustin, Andrew M. Sayer, and David M. Winker – [Електронний ресурс] - <http://pubs.acs.org/doi/abs/10.1021/acs.est.5b05833>
7. Halek F. Gis assessment of the PM10, PM2.5 and PM1.0 concentrations in urban area of Tehran in warm and cold seasons / F. Halek, A. Kavousi-rahima - The international archives of the photogrammetry, remote sensing and spatial information sciences, volume XL-2/W3, 2014 – pp. 141 – 149.
8. Jeffrey A. Geddes Long-term trends worldwide in ambient NO2 concentrations inferred from satellite observations / Jeffrey A. Geddes, Randall V. Martin, Brian L. Boys and Aaron van Donkelaar - Environmental Health Perspectives – vol. 124 - № 3 - March 2016 – pp. 281 – 289.
9. Khaled Ahmad Ali Abdulla Al Koas GIS-based mapping and statistical analysis of air pollution and mortality in Brisbane, Australia / Khaled Ahmad Ali Abdulla Al Koas - the Queensland University of Technology – April 2010 – 67 p.
10. Paul Monks Fine particulate matter (PM2.5) in the United Kingdom / Paul Monks - Prepared for: Department for Environment, Food and Rural Affairs - Crown copyright. – 2012 – 202 p.
11. Richa Rai Gaseous air pollutants: a review on current and future trends of emissions and impact on agriculture / Richa Rai, Madhu Rajput, Madhoolika Agrawal and S.B. Agrawal - Journal of Scientific Research - BanarasHinduUniversity, Varanasi – pp. 77 – 102.
12. Wang S.W. Growth in NOx emissions from power plants in China: bottom-up estimates and satellite observations / S.W. Wang, Q. Zhang, D. G. Streets, K. B. He, R. V. Martin, L. N. Lamsal, D. Chen, Y. Lei, and Z. Lu - Published in Atmos. Chem. Phys. Discuss.: 2 January 2012 – pp. 4429 – 4447.

*Стаття надійшла до редакції 04.11.16.*

УДК 519.7

Д.А. ОМЕЛЬЯНЧИК

## ЕМПІРИЧНА ВАЛІДАЦІЯ АГЕНТНО-ОРІЄНТОВАНИХ МОДЕЛЕЙ НА ПРИКЛАДІ МОДЕЛІ ПРОМИСЛОВОГО ВИРОБНИЦТВА У ПОЛЬЩІ

***Анотація.** Обговорюються основні проблеми емпіричної валідації та прогнозування в агентно-орієнтованих моделях. Запропоновано модель залежності обсягів промислового виробництва від розмірів грошових субсидій та кількості працівників на базі реальних статистичних даних. Проведено обчислювальний експеримент щодо оцінки якості різних сценаріїв роботи моделі за допомогою критеріїв  $R^2$  та MAPE. Проаналізовано чутливість використаних підходів до збурень даних.*

***Ключові слова:** математичне моделювання, агентно-орієнтоване моделювання, математична економіка, інтелектуальні агенти.*

### Вступ

Гетерогенність, обмежена раціональність, здатність до навчання – ці властивості економічних агентів стали основою критики традиційних (зокрема, неокласичних) підходів до моделювання економічних процесів та підставою для існування альтернативного методу – агентно-орієнтованого моделювання. Великі очікування щодо можливостей агентного підходу під час опису та пояснення найрізноманітніших процесів призвели до його стрімкого поширення в суспільних науках протягом останніх двадцяти років. Однак його слабкі сторони – складність емпіричної валідації та спірність придатності до кількісного прогнозування – знижують можливості практичних застосувань порівняно із моделями, які базуються на неокласичному та кейнсіанському підходах.

Мета статті – висвітлити основні питання, що виникають під час емпіричної валідації агентно-орієнтованих моделей, а також на прикладі моделі мікроповедінки, розробленої на основі реальних статистичних даних, оцінити ступінь відтворення нею макрозалежностей, проаналізувати її чутливість до можливих збурень та порівняти отримані результати із результатами традиційних економетричних підходів.

Показано, що можливості агентно-орієнтованого підходу не вичерпуються якісним аналізом, а, у випадку орієнтованості на фактичні дані, його припустимо застосовувати і як засіб кількісного моделювання.

Під емпіричною валідацією розуміють перевірку відповідності моделі реальним (емпіричним) даним. Тобто дані, згенеровані за допомогою обчислювальної моделі, що спрощено відображає реальне явище, порівнюються із деяким набором результатів емпіричного спостереження цього явища та оцінюється якість отриманої апроксимації.

Джерелом проблем під час емпіричної валідації агентно-орієнтованих моделей є нелінійність та випадковість індивідуальних поведінок агентів та міжагентних взаємодій, неможливість аналітичного аналізу складних

стохастичних процесів утворення змінних, зворотні зв'язки між мікро- та макрорівнем тощо.

Найбільш відомими підходами до емпіричної валідації агентно-орієнтованих моделей є непряме калібрування, метод Веркера-Бреннера та історичний метод. Кожний з них пропонує свої способи скоротити кількість модельних параметрів та обмежити простір досліджуваних «штучних світів» [7]. Так, історичний метод обмежує параметри, взаємодії та правила прийняття рішень у моделі згідно з конкретною, емпірично спостережуваною історією певної сфери економічної діяльності. Інші два підходи не накладають попередніх обмежень на параметри, але опосередковано використовують емпіричні дані для визначення підобластей у просторі потенційних параметрів. В рамках цих підобластей модель має відтворювати деякі значимі статистичні закономірності або «відомі факти»<sup>1</sup> [2, 3, 5].

Ще один підхід до перевірки моделей запропоновано у [6]. Його ідея полягає в побудові бази правил, яка описує структуру реальних статистичних даних. Далі ці правила можна використовувати для моделювання індивідуальної поведінки агентів та валідації агрегованої поведінки моделі.

Важливим наслідком питання про можливість емпіричної валідації моделі є її придатність до генерування кількісних прогнозів. Якщо вдається емпірично валідувати модель індивідуальної поведінки агентів на мікрорівні і встановити, як вона впливає на розвиток агрегованої макрозмінної, чи достатньо такої моделі для побудови прогнозу значень цієї змінної? Наскільки стійкими до збурень початкових умов чи параметрів моделі є отримані прогнози? Як вони залежать від застосованих методів агрегування макрозмінної [4]?

Створення агентних моделей зазвичай мотивується прагненням зрозуміти якісні, а не кількісні характеристики деякого явища. Більше того, розробники агентних моделей часто свідомо відмовляються від традиційних функціональних підходів до побудови економічних моделей, в тому числі від використання виробничих функцій, функцій корисності, явного вигляду функціональних залежностей між обсягами попиту та пропозиції. Зазначимо, що подібний підхід не означає принципову неможливість застосування відомих детермінованих залежностей між макроекономічними показниками під час розробки агентно-орієнтованих моделей, а, швидше, свідчить про бажання дослідників відтворити ці залежності, а можливо і знайти якісь нові, шляхом моделювання поведінки економічних агентів на мікрорівні.

Саме тому застосування загальноприйнятих економетричних підходів часто може перевершувати кількісні результати агентних моделей [1]. Запропонована нами агентно-орієнтована модель обсягів промислового виробництва в Польщі, побудована з урахуванням реальних даних, об'єднує класичний регресійний аналіз із інструментарієм агентно-орієнтованого підходу і має потенціал до покращення кількісних результатів стандартних методів прогнозування.

---

<sup>1</sup> Під «відомими фактами» тут розуміються стійкі структурні властивості та співвідношення, що підтверджуються у різних джерелах емпіричних даних.

## 1. Агентно-орієнтована модель залежності обсягів реалізованої промислової продукції від отриманих субсидій

Розглянемо агентно-орієнтовану модель, яка призначена для відтворення та аналізу залежності обсягів промислового виробництва від розмірів грошових субсидій, отриманих підприємствами. Окремо моделюється також механізм підбору нових працівників (ринок праці) та розподілу субсидій.

Нехай активними агентами цієї моделі виступають  $N$  фірм-виробників промислової продукції із параметрами  $S_i^t$  – обсяг субсидій, отриманих  $i$ -ю фірмою на ітерації  $t$ , та  $L_i^t$  – відповідна кількість працівників, тоді предметом аналізу буде динаміка значень загальної виручки агентів

$$Y^t = \sum_{i=1}^N Y_i^t = \sum_{i=1}^N f(S_i^t, L_i^t).$$

На кожній ітерації послідовно виконуються такі дії: регулювання кількості працівників, розподіл субсидій, розрахунок отриманої виручки. Кожна з цих дій може бути реалізована різними способами та незалежно від інших дій. Нами розглянуті наступні варіанти виконання таких дій.

Число працівників регулюється на основі аналізу статистичних даних про різницю між сукупною чисельністю працівників ( $\hat{L}$ ) у попередньому та поточному періоді  $\hat{L} - \hat{L}^{-1}$ . Якщо  $\hat{L} - \hat{L}^{-1} > 0$ , то підприємства набирають працівників, якщо ж  $\hat{L} - \hat{L}^{-1} < 0$  – звільняють. Фірма-кандидат на зміну кількості працівників вибирається випадковим чином для кожного нового працівника. Цей процес триває доти, доки всіх нових працівників не буде розподілено між існуючими фірмами, тобто  $\sum_{i=1}^N L_i^t = \hat{L}$ . Зауважимо, що у випадку від'ємної різниці, що відповідає необхідності звільняти працівників, фірма-кандидат з одним працівником вилучається з моделі.

Результати роботи моделі в залежності від застосування різних сценаріїв розподілу субсидій є найбільш цікавими для аналізу державної підтримки підприємств. Загальний обсяг субсидій  $\hat{S}^t = \sum_{i=1}^N S_i^t$  визначається зі статистичної звітності. На даному етапі розробки моделі розглядається лише два сценарії розподілу субсидій: величина субсидій або однакова для всіх підприємств моделі ( $S_i^t = \hat{S}^t / N$ ), або встановлюється на основі використання нормального розподілу із заданими математичним сподіванням та дисперсією ( $S_i^t \sim N(ES_i^t, DS_i^t)$ ). В подальшому набір сценаріїв планується розширити за рахунок включення до розгляду регіональних особливостей.

Отже, володіючи інформацією про розмір наданих субсидій  $S_i^t$  та поточну чисельність працівників  $L_i^t$  на заданій ітерації  $t$ , кожне підприємство  $i$  може розрахувати власну виручку від реалізації продукції  $Y_i^t$  за загальною формулою  $Y_i^t = f_i(S_i^t, L_i^t)$ . Оскільки мета цієї статті порівняти результати моделювання за допомогою традиційних та агентно-орієнтованих методів, в



якості функції  $f_i$  вибрано лінійну комбінацію двох змінних параметрів фірми  $Y_i' = \alpha_i' S_i' + \beta_i' L_i'$ , причому параметри  $\alpha_i$  та  $\beta_i$  визначені на основі зібраних статистичних даних за допомогою лінійної або байєсівської регресії. В рамках обчислювального експерименту розглянуто декілька варіантів побудови регресійних моделей.

## 2. Схема обчислювального експерименту

Емпірична валідація розробленої моделі здійснена з використанням масиву статистичних даних Республіки Польща [8]. Ця країна була вибрана, по-перше, через високу якість статистичної інформації у відкритому доступі, а, по-друге, тому що з країн-сусідів України саме Польща відома значними обсягами грошових субсидій, спрямованих на розвиток та підтримку місцевих підприємств за державними програмами та грантами ЄС.

За результатами аналізу наявних даних в якості реального аналогу для отриманих субсидій вибрано показник «Інші операційні доходи – субсидії» (other operating revenues – subsidies), а для поточної чисельності працівників – показник «Середня кількість штатних працівників» (average paid employment in industry). Виручка від реалізації промислової продукції підприємств відображена показником «Доходи від продажу продукції, товарів та матеріалів» (revenues from sale of products, goods and materials). Зазначені дані надаються в кварталному розрізі, починаючи з 2008 року. До уваги бралася інформація стосовно всіх промислових підприємств та економіки Польщі на національному рівні. В подальшому планується розширити можливості моделі з урахуванням регіональної специфіки.

Для побудови початкового розподілу працівників по фірмах розглянуто три групи підприємств: малі (1-49), середні (50-250) та великі (понад 250 штатних працівників). Кількість підприємств кожної групи у моделі є одним з параметрів сценарію. В проведеному обчислювальному експерименті розглядалися такі варіанти розподілу: 10 (малі) – 10 (середні) – 10 (великі), 1000 – 10 – 10, 100 – 100 – 100, 1000 – 1000 – 1000, 5000 – 5000 – 5000, 10000 – 1000 – 100, 10000 (1-9 працівників) – 1000 (10-49) – 100 (50-249) – 10 (250 і більше). Особливу цікавість має сценарій 169162 – 6156 – 1510, оскільки таким є фактичний розподіл підприємств за кількістю працівників у Польщі.

Інші сценарні параметри обчислювального експерименту асоційовані зі способами наближення функції  $f$ , яка пов'язує отриману виручку від реалізації із субсидіями та чисельністю працівників. Апроксимувати цю функцію пропонується за допомогою апарату байєсівської або лінійної регресії. Крім того, розглянуто два набори даних для побудови регресії: абсолютні (фактичні) або усереднені (нормовані на загальну кількість підприємств у кожному періоді). В останньому випадку регресійна модель створюється, по суті, для якогось «середнього» польського промислового підприємства.

Важливо проаналізувати чутливість розробленої моделі до малих збурень параметрів регресії та даних. Для моделювання сценарію малих збурень параметрів кожне підприємство отримувало коефіцієнти регресії із випадковим відхиленням в інтервалі  $\pm 5\%$ . Щоб змоделювати збурення

отриманих даних, виручка фірми-агента обчислювалася з внесенням випадкових відхилень в такому ж інтервалі.

Щоб перевірити відтворюваність результатів та зменшити системну помилку, для кожного з 298 сценаріїв обчислювальний експеримент здійснювався по 100 разів. Виключення було зроблено для сценаріїв із близько 200000 підприємств через значну обчислювальну складність розрахунків, недоступну для швидкої перевірки на персональному комп'ютері.

Для оцінки якості розробленої моделі використано два критерії:  $R^2$  (частка поясненої дисперсії) та MAPE (Mean Absolute Percentage Error, або середня абсолютна відсоткова помилка). Результати роботи різних сценаріїв моделі порівнюються з аналогічними оцінками звичайної лінійної регресії для загальних даних.

### 3. Аналіз результатів обчислювального експерименту

Проведений обчислювальний експеримент мав декілька цілей: по-перше, порівняти результати, отримані за допомогою регресійної та агентно-орієнтованої моделей, по-друге, проаналізувати ефект від застосування різних сценаріїв, по-третє, оцінити чутливість моделі до малих збурень вхідної інформації.

Результати моделювання відображалися за допомогою графіку типу «ящик з вусами» («box-and-whiskers plot») (рис. 1). Тут кожний «ящик» («box») відображає розподіл оцінки MAPE, отриманої в результаті обчислювального експерименту для різних сценаріїв і відповідного розподілу фірм. Пунктирною лінією подано значення похибки MAPE для базової моделі – лінійної регресії за сукупними (загальними) даними без жодних збурень.

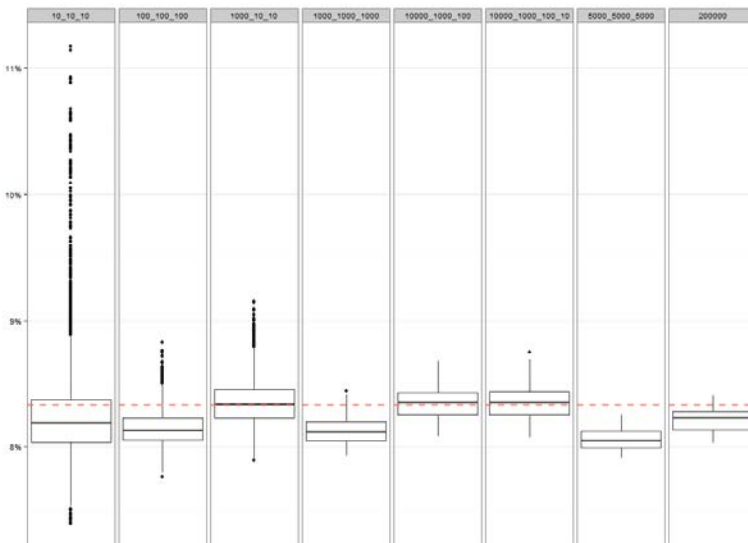


Рисунок 1 – MAPE для моделей з різними розподілами фірм

У п'яти з восьми розглянутих сценаріїв розподілу фірм середнє значення MAPE було меншим, ніж аналогічний показник для базової моделі, причому незначно гірший результат спостерігався і для фірм з нерівномірним

розподілом на групи. При цьому відмічено, що включення в модель більшої кількості фірм суттєво зменшує інтерквартильний розмах оцінки, а кращі екстремальні значення загалом спостерігаються для малої кількості фірм.

Детальні результати для частки поясненої дисперсії  $R^2$  наведено у табл. 1. Результати перевірки стійкості класичних моделей до різних збурень відображає варіант «1» (одна фірма), вони обчислювалися на базі тих же сценаріїв, що й для інших розподілів.

Таблиця 1 – Результати для частки поясненої дисперсії  $R^2$

Розподіл фірм	Максимум	Середнє	Мінімум	Розмах	t-статистика
1	48,42	16,94	-206,58	255,00	-
10_10_10	46,97	38,53	15,12	31,85	15,47
100_100_100	44,24	40,53	35,14	9,10	-50,96
1000_10_10	41,46	39,47	35,76	5,70	16,18
1000_1000_1000	41,77	40,76	39,28	2,49	-129,76
10000_1000_100	40,37	39,64	38,56	1,82	6,33
10000_1000_100_10	40,56	39,63	38,44	2,12	6,54
5000_5000_5000	41,76	41,01	39,95	1,82	-165,61
200000	40,70	40,36	39,78	0,93	-54,92

У більшості розглянутих розподілів фірм середнє значення  $R^2$  перевищувало базовий рівень (39,87%). Незважаючи на те, що покращення в середньому складо близько 1%, значення t-статистики свідчать на користь статистичної значимості цієї різниці, а максимальне досягнуте значення перевищує базовий результат більше, ніж на 7%. Зауважимо, що результати обчислювального експерименту для однієї фірми характеризуються найбільшим розмахом і, відповідно, найбільшою чутливістю до вхідних параметрів моделі та їхніх збурень.

Результати обчислювального експерименту з точки зору ефективності використання тих чи інших сценарних параметрів подано на рис. 2, де наведено розподіл  $R^2$  за різними видами регресії. Тут і далі для кращої візуалізації існуючих особливостей з графіку вилучено результати обчислювального експерименту для розподілу фірм 10\_10\_10.

Як бачимо, у розробленій простій моделі загальна регресія (за фактичним набором даних) дає кращі результати, ніж усереднена, а лінійний підхід в середньому кращий за байєсівський. Проте причиною такого результату щодо байєсівської регресії могла бути відсутність донавчання підігнаної моделі на нових результатах для кожного агента-фірми.

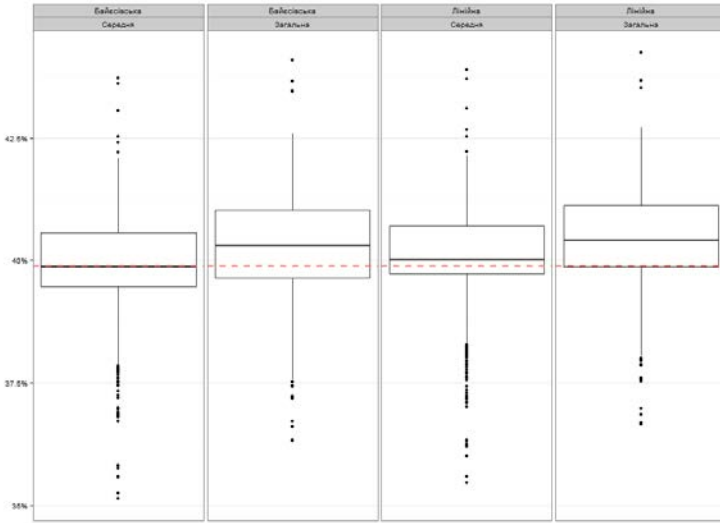


Рисунок 2 – «Ящик з вусами» для  $R^2$  за видами регресії

Особливу цікавість мають результати обчислювального експерименту для різних збурень (рис. 3). Зауважимо, що хоча оптимальні середнє та розмах і досягаються у випадку відсутності збурень, проте друге за величиною середнє спостерігається тоді, коли і результат, і коефіцієнти моделі збурюються. Але й величина розмаху у такому випадку є максимальною. Рис 3. також ілюструє, що збурення коефіцієнтів без збурення результатів призводить до зниження якості моделі, а збурення результатів за незбурених коефіцієнтів проявляє тенденцію до її покращення.

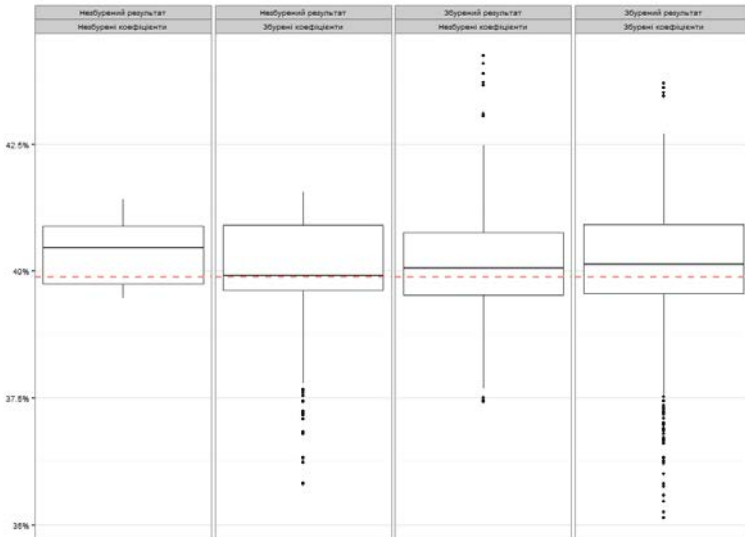


Рисунок 3 – Залежність  $R^2$  від різних видів збурень

Важливо також порівняти розглянуті два варіанти розподілу субсидій: випадковий і рівномірний. Із рис. 4 видно, що в рамках розробленої моделі

суттєвої різниці між двома підходами не виявлено. Можливою причиною цього є те, що для моделювання випадкового розподілу субсидій було обрано нормальний розподіл із значенням середнього, рівним розміру субсидій у рівномірному розподілі. Відповідно, різниця між підсумковими значеннями розподілів виявилася незначною.

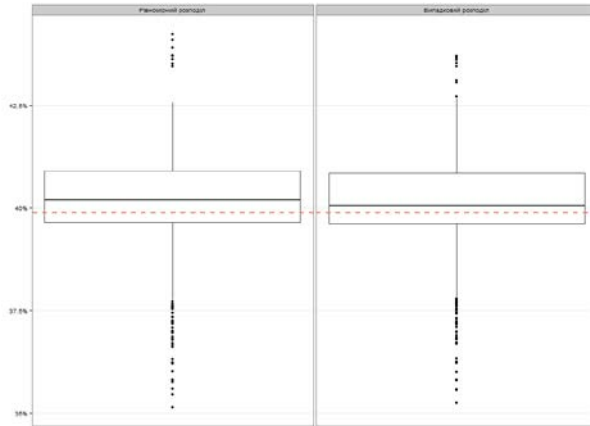


Рисунок 4 – Вплив способу розподілу субсидій на  $R^2$

Таким чином, результати обчислювального експерименту показали, що застосування агентно-орієнтованого підходу здатне покращити результати, отримані за допомогою відомих методів, і є більш стійким до збурень у даних. Отримані значення оцінок  $R^2$  та MAPE дають підставу для висновку про задовільне проходження моделлю процесу валідації на фактичних даних. Створення детальніших агентно-орієнтованих моделей на основі виявлення інших емпіричних закономірностей між існуючими статистичними показниками дасть змогу ще більше покращити отримані результати.

В подальшому планується розширити розроблену модель за допомогою врахування регіональних економічних особливостей. Додаткового дослідження потребує також питання щодо прогнозних можливостей моделі. Його пропонується вирішити шляхом моделювання індивідуальної поведінки фірм на базі регресії за неповним набором даних, або ж застосовуючи методи аналізу часових рядів, наприклад, ARIMA.

## Висновки

Агентно-орієнтований підхід є відносно новою парадигмою моделювання, яка виникла на «стику» комп'ютерних наук та економіки. Маючи широкі конструктивні можливості та надзвичайну гнучкість у застосуванні, він має і слабкі місця – складність валідації на емпіричних даних та спірну придатність до кількісного моделювання.

На основі реальних статистичних даних розроблено агентно-орієнтовану модель обсягів промислового виробництва у Польщі. Параметрами функції прийняття рішень індивідуальним агентом моделі вибрано розмір отриманих грошових субсидій та чисельність працівників. Для оцінки якості побудованої моделі використано статистики  $R^2$  та MAPE.

В рамках проведеного обчислювального експерименту розглянуто різні параметри (сценарії) роботи моделі: кількість і розподіл фірм за розміром, лінійна/байєсівська регресія, абсолютні/нормовані дані, випадковий чи рівномірний розподіл субсидій, збурення чи відсутність збурення коефіцієнтів та результатів тощо.

Результати експерименту показали, що застосування агентно-орієнтованого підходу має потенціал до покращення результатів класичних методів моделювання і є менш чутливим до збурень вхідної інформації. В подальшому планується дослідити можливості розробки агентно-орієнтованих версій відомих методів прогнозування.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Aschenwald J., Fink S., Tappeiner G. Brave new modeling: Cellular automata and artificial neural networks for mastering complexity in economics // Complexity. – 2001. – N 7. – P: 39–47.
2. Boero R, Squazzonu F. Does empirical embeddedness matter? Methodological issues on agent-based models for analytical social science // J. of Artificial Societies and Social Simulation. – 2005. – N 8(4). – 31 p. URL <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/8/4/6.html>
3. Moss S. Alternative Approaches to the Empirical Validation of Agent-Based Models // J. of Artificial Societies and Social Simulation. – 2008. – N 11(1). – 16 p. URL <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/11/1/5.html>
4. Hassan S., Arroyo J., Galán J.M., Antunes L., Pavón, J. Asking the Oracle: Introducing Forecasting Principles into Agent-Based Modelling // J. of Artificial Societies and Social Simulation. – 2013. – N 16(3). – 17 p. URL <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/16/3/13.html>.
5. Windrum P., Fagiolo G., Moneta A. Empirical validation of agent-based models: Alternatives and prospects // J. of Artificial Societies and Social Simulation. – 2007. – N 10(2). – 19 p. URL <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/10/2/8.html>
6. Гуляницький Л.Ф., Омелянчик Д.А. Обучение агентов-фирм с помощью вывода иерархической базы правил // Компьютерная математика. – 2014. – № 2. – С. 14-21.
7. Омелянчик Д.А. Агентно-орієнтовані моделі обчислювальної економіки: особливості, переваги і недоліки // Математичне моделювання в економіці - № 1, 2015. – С. 41-53.
8. Центральне управління статистики Польщі [Central Statistical Office of Poland]. URL <http://stat.gov.pl/en/>.

*Стаття надійшла до редакції 11.11.2016*

РЕФЕРАТИ / ABSTRACTS

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ  
INFORMATION TECHNOLOGY IN ECONOMY

---

УДК 004.5:004.6:004.89:355/359

**Ресурсно-онтологічний підхід к оцінці рівня національного розвитку /** Полумиенко С.К., Стрижак А.Е., Трофимчук А.Н. // Математическое моделирование в экономике. – 2016. – №3–4. – С. 7–27.

Предлагается общая схема описания и анализа процессов национального развития на основе определения его статических факторов - имеющихся ресурсов системы и их сравнительных оценок. Для формирования и последующего анализа агрегированных оценок и индексов предлагается использование онтологических средств обработки необходимой информации.

UDC 004.5:004.6:004.89:355/359

**Resource-ontological approach to the national development evaluation /** Polumiienko S., Stryzhak O., Trofymchuk O. // Mathematical modeling in economy. – 2016. – №3–4. – P. 7–27.

It is proposed the general description and analysis scheme of the national development processes based on the definition of its static factors - available system resources and their comparative values. Ontological information processing tools for forming and further analysis of aggregated evaluations and indices are proposed as well.

---

УДК 519.87

**Метод оцінювання параметрів стаціонарного джерела викидів на основі моделі Гаусса по даним оперативного моніторингу зони розсіювання /** Мокін В. Б., Дзюняк Д. Ю. // Математическое моделирование в экономике. – 2016. – №3–4. – С. 28–37.

Предложен метод оценки параметров стационарного источника выбросов на основе модели Гаусса по данным оперативного мониторинга зоны рассеивания с использованием беспилотных летательных аппаратов.

UDC 519.87

**The method of estimating the parameters of stationary emission source based on the Gaussian model according to real-time monitoring dispersal zone /** Mokin V. B., Dziuniak D. Y. // Mathematical modeling in economy. – 2016. – №3–4. – P. 28–37.

A method for estimating the parameters of stationary emission source based on the Gaussian model according to the real-time monitoring of the dispersion zone with drones.

---

УДК 004.942

**Оптимізація структури капіталу компанії з метою максимізації прибутку з використанням нейронних мереж на прикладі низки будівельних компаній /** Роуланд З., Врбка Я. // Математичне моделювання в економіці. – 2016. – №3–4. – С. 38–44.

Стаття присвячена аналізу одного з варіантів можливої оптимізації власного капіталу компанії. Наведено підхід до пошуку оптимальної структури капіталу, який дозволить забезпечити адекватну вигоду і зробити оцінку власного капіталу. Підхід базується на традиційному аналізі балансів, деталізації майна компанії, звітах про прибутки та збитки – загальних звітах для всіх компаній Чеської Республіки з 2006 по 2015 роки. Для побудови моделі на основі нейронної мережі використовується багатосарові мережі перцептрона і нейронні мережі з радіально-базисної функцією. В результаті отримана нейронна структура для оптимізації капіталу будівельної компанії з необхідною рентабельністю власного капіталу в 10% (компанія вважається успішною, коли вона досягає 10% і більше рентабельності власного капіталу). Модель призначена не тільки для управління компаніями, але й для оцінки її продуктивності та працездатності з конкурентами, кредиторами або постачальниками.

УДК 004.942

**Оптимизация структуры капитала компании с целью максимизации прибыли с использованием нейронных сетей на примере ряда строительных компаний /** Роуланд З., Врбка Я. // Математическое моделирование в экономике. – 2016. – №3–4. – С. 38–44.

Данная работа посвящена анализу одного из вариантов возможной оптимизации собственного капитала компании. Представлен подход к поиску оптимальной структуры капитала, которая позволит обеспечить адекватную выгоду и произвести оценку собственного капитала. Подход базируется на традиционном анализе балансов, детализации имуществва компании, отчетах о прибылях и убытках – общих отчетах для всех компаний Чешской Республики с 2006 по 2015 годы. Для построения модели на основе нейронной сети используется многослойные сети перцептрона и нейронные сети с радиально-базисной функцией. В результате получена нейронная структура для оптимизации капитала строительной компании с необходимой рентабельностью собственного капитала в 10% (компания считается успешной, если она достигает 10% и более по рентабельности собственного капитала). Модель предназначена не только для управления компаниями, но и для оценки ее производительности и работоспособности с конкурентами, кредиторами или поставщиками.

---

УДК 577.4+528.574

**Информационная технология анализа и оценки загрязнения составляющих окружающей среды /** Крета Д.Л. // Математическое моделирование в экономике. – 2016. – №3–4. – С. 45–58.

В данной статье рассмотрен подход к созданию информационной технологии анализа и оценки загрязнения окружающей среды. Представлены блоки создания методики дешифрирования дымовых шлейфов и загрязнения снежного покрова. Приведен инструментарий объединения разновременных и разнородных данных. На основе этих методов созданы эколого-картографические модели состояния окружающей среды.



UDC 577.4+528.574

**The method of estimating the parameters of stationary emission source based on the Gaussian model according to real-time monitoring dispersal zone / Kreta D. // Mathematical modeling in economy. – 2016. – №3–4. – P. 45–58.**

In the article the approach to creation of information technologies of analysis and assessment of environmental pollution. Presents blocks of creating a method of interpretation of smoke plumes and pollution of snow cover. Given tools combining multi-temporal and heterogeneous data. Based on these methods were ecological and cartographic models of the environment.

---

УДК 004.942

**Оптимізація структури капіталу компанії для для максимізації прибутку за допомогою нейронних мереж на прикладі будівельних компаній / Шулеж П. // Математичне моделювання в економіці. – 2016. – №3–4. – С. 59–65.**

В теперішній час існує багато методів, призначених для оптимізації структури капіталу підприємства. Мета даної статті – пошук найбільш ефективного способу управління структурою капіталу компанії. У статті наведено приклад пошуку структури капіталу, яка забезпечить необхідний відсоток прибутку і, відповідно, дозволить зробити оцінку акцій з метою подальшого їх продажу. Для аналізу використані дані про діяльність підприємств з 2006 по 2015 рр. На цій основі були побудовані багаточарові пересептронні мережі та мережі радіально-базисної функції. Оптимальною вважається мережа, яка дозволяє будівельній компанії знайти відповідну фінансову структуру з рентабельністю власного капіталу 10%. Модель актуальна не тільки для управління капіталом, а й для аналізу діяльності конкурентів і партнерів.

УДК 004.942

**Оптимизация структуры капитала компании для максимизации прибыли с помощью нейронных сетей на примере строительных компаний / Шулеж П. // Математическое моделирование в экономике. – 2016. – №3–4. – С. 59–65.**

В настоящее время существует множество методов, предназначенных для оптимизации структуры капитала предприятия. Цель данной статьи – поиск наиболее эффективного способа управления структурой капитала компании. В статье приведен пример поиска структуры капитала, которая обеспечит необходимый процент прибыли и, соответственно, позволит произвести оценку акций для последующей их продажи. Для анализа использованы данные о деятельности предприятий с 2006 по 2015 гг. На этой основе были построены многослойные пересептронные сети и сети радиально-базисной функции. Оптимальной считается сеть, которая позволяет строительной компании найти подходящую финансовую структуру с рентабельностью собственного капитала 10%. Модель актуальна не только для управления капиталом, а и для анализа деятельности конкурентов и партнеров.

---

## **МАТЕМАТИЧНІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ МОДЕЛІ В ЕКОНОМІЦІ MATHEMATICAL AND INFORMATIONAL MODELS IN ECONOMY**

---

УДК 539.1.04; 550.35; 004.942

**Распределение трития в органическом веществе растений на примере одуванчика лекарственного / Коваленко А.В., Кряжич О.А. // Математическое моделирование в экономике. – 2016. – №3–4. – С. 66–76.**

В статье представлены предварительные результаты исследования миграции радиоизотопа водорода – трития в органической субстанции растений. Работа выполнена на примере одуванчика лекарственного. Произведен ряд измерений удельной активности трития в водном экстракте растений. Определены зависимости. Описан первичный механизм миграции трития в органической субстанции. Обозначены дальнейшие направления исследования по теме.

UDC 539.1.04; 550.35; 004.942

**The distribution of tritium in the organic matter of plants on the example of the taraxacum** / Kovalenko O.V., Kryazhych O.O. // *Mathematical modeling in economy.* – 2016. – №3–4. – P. 66–76.

The article presents preliminary results of a study of the migration of the radioisotope hydrogen – tritium in the organic substance of plants. For example dandelion it was done. A series of measurements of the specific activity of tritium in water extracts of plants produced. The dependencies are determined. The primary mechanism of migration of tritium in the organic substance described. Further directions of research on the theme indicated.

---

УДК 519.87:504.4(043.3)

**Прикладная реализация моделей грунтовой среды в геотехнике: от модели Био до модели предельного равновесия** / Калюх Ю.И., Клименков О.А., Берчун Я.О. // *Математическое моделирование в экономике.* – 2016. – №3–4. – С. 77–103.

В статье представлено описание и программная реализация моделей грунтовой среды в геотехнике: от модели Био до модели предельного равновесия. Сформулированы начально-краевые задачи нелинейной динамики грунта разного уровня сложности. Приведена программная реализация модели предельного равновесия грунта в виде программы Landslip, которая широко применяется в украинском строительстве при расчетах оползнеопасных участков и подпорных стен. Приведены результаты совместного тестирования программы Landslip, канадской программы SLOPE / W и европейского геотехнического программного комплекса PLAXIS.

UDC 519.87:504.4(043.3)

**Applied implementation of models of soil medium in geotechnics: from model Bio to model the limit equilibrium** / Kalykh Yu.I., Klymenkov O.A., Berchun Ya.O. // *Mathematical modeling in economy.* – 2016. – №3–4. – P. 77–103.

This article contains describes models in geotechnics: from Bio model to limit equilibrium model and its software implementation. Formulated initial-boundary problems of nonlinear dynamics of soil of varying complexity. Shows the software implementation of the limit equilibrium model of soil in the form of Landslip program, which is widely used in the ukrainian construction of the calculation of landslide-prone areas and retaining walls. The results of the joint testing software: the Landslip program, the Canadian SLOPE / W program and the European PLAXIS geotechnical software are presented.

---

УДК 519.854.2

**Задачі побудови постачальних і збірних маршрутів перевезення дрібнопартійних вантажів у внутрішніх зонах ієрархічної автотранспортної мережі** / Васянін В.О., Ушакова Л.П. // *Математичне моделювання в економіці.* – 2016. – №3–4. – С. 104–133.

У роботі наведені основні принципи і схеми організації перевезень дрібнопартійних вантажів у внутрішніх зонах обслуговування магістральних вузлів ієрархічної транспортної мережі. Обговорюються технічні та економічні аспекти обробки і транспортування вантажів. Проведено огляд задач маршрутизації і методів і

алгоритмів їх розв'язку. Запропоновано декілька математичних формулювань задач побудови постачальних і збірних маршрутів для перевезення дрібнопартійних вантажів з використанням необмеженого і обмеженого неоднорідного парку транспортних засобів і додатковими обмеженнями. Відзначається можливість розв'язання сформульованих задач за допомогою відомих пакетів змішаного і цілочисельного лінійного програмування.

UDC 519.854.2

**Vehicle routing problems with delivery and collection of small-lot cargo in the internal service areas of trunk nodes of hierarchical transport network / Vasyanin V.A., Ushakova L.P. // Mathematical modeling in economy. – 2016. – №3–4. – P. 104–133.**

The paper presents the basic principles and schemes of organization transportation of small-lots of cargo in the internal service areas of trunk nodes of hierarchical of transport network. Discusses the technical and economic aspects of processing and transportation cargo. The review of the vehicle routing problems and methods and algorithms their solve is conducted. The several mathematical formulations of Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem with delivery and collection of small-lot cargo and limited or unlimited fleet and additional restrictions are suggested. It is marked the possibility of solving formulated problems by known packages of mixed and integer linear programming.

---

УДК 519.876.5:517.958:532

**Численное исследование энергетических уравнений вариационной задачи совместного движения поверхностных и подземных водных потоков на водосборе / Венгерский П.С., Шинкаренко Г.А.// Математическое моделирование в экономике. – 2016. – №3-4. – С. 134–147.**

Сформулировано вариационную задачу совместного потока поверхностной и грунтовой воды и получены условия контакта на совместной границе, исходя из законов движения сплошной среды. Построено и исследовано энергетические уравнения вариационной задачи.

UDC 519.876.5:517.958:532

**Numerical study energy equations variational problem of joint motion of surface and underground water flows at watershed / Venherskysh P.S., Shynkarenko G.A.// Mathematical modeling in economy. – 2016. – №3-4. – P. 134–147.**

Variational problems formulated joint flow of surface and ground water conditions and received a contact on the common border, based on the laws of motion continuum. Constructed and studied energy equation variational problem.

---

УДК 336.13; 336.711.2

**Моделирование экономической среды осуществления трансмиссий / Макаренко И.П. // Математическое моделирование в экономике. – 2016. – №3–4. – С. 148–159.**

Системная макроэкономическая среда представлена экономико-математическими моделями, описывающими базовые условия осуществления трансмиссий. Показано, что трансмиссионные механизмы формируются не только инструментами монетарной политики, а также другими макроэкономическими инструментами и факторами, вызывающими процессы самоорганизации, в частности, цикличности и экономического роста. Для формального определения таких трансмиссий использованы: основные макроэкономические модели и функции, описывающие институциональные сектора экономики; функции потребления и инвестиционная; аргументы и функции, составляющие основу платежного баланса; тождество национальных счетов. Как пример немонетарных трансмиссий рассмотрено

воздействие государственного сектора с использованием модели денежных и финансовых рынков. Предложенный методический подход может быть экономико-математической основой для разработки программных комплексов, ориентированных на прогнозирование экономической динамики, предвидение валютно-финансовых кризисов и управление развитием национальной экономики.

UDC 336.13; 336.711.2

**Modelling of macroeconomic environment of transmissions realization** / Makarenko I.P. // *Mathematical modelling in economy*. – 2016. – №3–4. – P. 148–159.

System macroeconomic environment is represented as economical models which describe the base terms of transmissions realization. It is noted that transmission mechanisms are formed not only with instruments of monetary policy but also with other macroeconomic instruments and factors causing self-organizational processes, in a specific the processes of cyclicity and economic growth. For formal determination of such transmissions is used basic macroeconomic models and functions describing the institutional sectors of economy, consumption and investment functions, balance of payments basic arguments and functions, main identity of national economic accounting. An example is examined the nonmonetary transmissions caused with state sector by the instrumentality of money and financial market model. Offered methodical approach can be an economical and mathematical background of creation the program unit with the functions of forecasting the economic dynamics, foresight the financial and currency crises, development the national economy management.

---

УДК 004.023

**Атрибуція доходів інтернет-магазину на основі проходження покупцем воронки замовлення** / Флакс В.Л. // *Математичне моделювання в економіці*. – 2016. – №3–4. – С. 160–168.

У статті розглянуто проблеми статичних моделей атрибуції доходів від транзакцій в інтернет-магазині і запропоновано рішення у вигляді динамічної моделі, заснованої на поведінку покупця при проходженні воронки замовлення.

УДК 004.023

**Атрибуция доходов интернет-магазина на основе прохождения покупателем воронки заказа** / Флакс В.Л. // *Математическое моделирование в экономике*. – 2016. – №3–4. – С. 160–168.

В статье рассмотрены проблемы статических моделей атрибуции доходов от транзакций в интернет-магазине и предложено решение в виде динамической модели, основанной на поведении покупателя при прохождении воронки заказа.

---

## АНАЛІЗ, ОЦІНКА ТА ПРОГНОЗУВАННЯ В ЕКОНОМІЦІ ANALYSIS, EVALUATION AND FORECASTING IN ECONOMY

---

УДК 930.23; 007.3

**Концепція В. М. Глушкова по управлінню науково-технічним прогресом** / Глушкова В.В. // *Математичне моделювання в економіці*. – 2016. – №3–4. – С. 169–177.

Розглядається концепція управління НТП, яка остаточно була сформульована академіком В. М. Глушковым до 1980 р. і призначалася для керування НТП у розвиненому інформаційному суспільстві. А також висвітлено метод «прогнозного

дерева» Глушкова (1969 р.), на базі якого проводився розрахунок прогнозів різних наукових досягнень і результатів НТП.

UDC 930.23; 007.3

**V. M. Glushkov's concept of management of scientific and technical progress/** Glushkova V.V. // *Mathematical modeling in economy.* – 2016. – №3–4. – P. 169–177.

Discusses the concept of management of scientific and technical progress, which was finally formulated by academician V. M. Glushkov in 1980 and was intended for the management of scientific and technical progress in the advanced information society. And describes the method the "forecast tree" Glushkov (1969), on the basis of which the was done calculation of the predictions of different scientific achievements and results of scientific and technological progress.

---

УДК 912.43

**Определение качества воздуха на основе интеллектуального анализа данных дистанционного зондирования /** Путренко В.В., Назаренко С.Ю. // *Математическое моделирование в экономике.* – 2016. – №3–4. – С. 178–189.

Предложены научные и практические основы мониторинга состояния атмосферного воздуха на основе использования данных спутниковой съемки Земли с целью исследования содержания частиц  $PM_{2.5}$  и окиси азота  $NO_2$ .

UDC 912.43

**Determination of air quality based on data mining of remote sensing data /** Putrenko V.V., Nazarenko S.Y. // *Mathematical modeling in economy.* – 2016. – №3–4. – P. 178–189.

A scientific and practical principles of state monitoring of air through the use of satellite imagery data of the Earth for study the content of  $PM_{2.5}$  particles and nitrogen oxide  $NO_2$  were proposed.

---

УДК 519.7

**Эмпирическая валидация агентно-ориентированных моделей на примере модели промышленного производства в Польше /** Омелянчик Д.А. // *Математическое моделирование в экономике.* – 2016. – №3–4. – С. 190–198.

Обсуждаются основные проблемы эмпирической валидации и прогнозирования в агентно-ориентированных моделях. Предложена модель зависимости объемов промышленного производства от размеров денежных субсидий и количества сотрудников на базе реальных статистических данных. Проведен вычислительный эксперимент оценки качества различных сценариев работы модели с помощью критериев  $R^2$  и MAPE. Проанализирована чувствительность использованных подходов к возмущениям в данных.

UDC 519.7

**Empirical validation of agent-based models: model of industrial production in Poland /** Omelianchuk D.A. // *Mathematical modeling in economy.* – 2016. – №3–4. – P. 190–198.

The main challenges of empirical validation and forecasting in agent-based models are discussed. Using real data, we model industry production with subsidies and number of employees. Quality of different model scenarios is estimated with  $R^2$  and MAPE as criteria. Sensitivity analysis to various disturbances is also conducted.

---

## ІНФОРМАЦІЯ ПРО АВТОРІВ INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Берчун Ярослав Олександрович** – аспірант Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (Україна, м. Київ).

**Васянін Володимир Олександрович** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (Україна, м. Київ).

**Венгерський Петро Сергійович** – кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, доцент кафедри інформаційних систем Львівського національного університету імені Івана Франка (м.Львів, Україна).

**Врбка Яромір** – докторант Жилінського університету (Словацька Республіка, м. Жилін).

**Глушкова Віра Вікторівна** – кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України (Україна, м. Київ).

**Дзюняк Дмитро Юрійович** – здобувач кафедри системного аналізу, комп'ютерного моніторингу та інженерної графіки (САКМІГ) Вінницького національного технічного університету (Україна, м. Вінниця).

**Коваленко Олександр Васильович** – кандидат технічних наук, завідувач лабораторією ФТПДЯВ Інституту ядерних досліджень НАН України (Україна, м. Київ).

**Кряжич Ольга Олександрівна** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (Україна, м. Київ).

**Крета Дмитро Леонідович** – старший викладач Національного аерокосмічного університету ім. М.Є. Жуковського "Харківський авіаційний інститут" (Україна, м. Харків).

**Калюх Юрій Іванович** – заступник завідувача відділом державного підприємства «Науково-дослідний інститут будівельних конструкцій» (Україна, м. Київ).

**Клименков Олег Анатолійович** – здобувач наукового ступеня кандидата технічних наук Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (Україна, м. Київ).

**Макаренко Ігор Петрович** – кандидат економічних наук, директор Інституту еволюційної економіки (Україна, м. Київ).

**Мокін Віталій Борисович** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри системного аналізу, комп'ютерного моніторингу та інженерної графіки (САКМІГ), науковий керівник науково-дослідної лабораторії екологічних досліджень та екологічного моніторингу Вінницького національного технічного університету (Україна, м. Вінниця).

**Назаренко Сергій Юрійович** – провідний інженер, Світовий центр даних з геоінформатики та сталого розвитку, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського (Україна, м. Київ).

**Омельянчик Діана Анатоліївна** – молодший науковий співробітник Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України (м. Київ).

**Полумієнко Сергій Костянтинович** – доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, завідувач відділу прикладної інформатики Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (Україна, м. Київ).

**Путренко Віктор Валентинович** – кандидат географічних наук, старший науковий співробітник, Світовий центр даних з геоінформатики та сталого розвитку, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», завідувач лабораторії географічних інформаційних систем (Україна, м. Київ).

**Роуланд Зюзана** – докторант Жилінського університету (Словацька Республіка, м. Жилін).

**Стрижак Олександр Євгенович** – доктор технічних наук, провідний науковий співробітник Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (Україна, м. Київ).

**Сулер Петер** – докторант Жилінського університету (Словацька Республіка, м. Жилін).

**Трофимчук Олександр Миколайович** – член-кореспондент НАН України, професор, доктор технічних наук, в. о. директора Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (Україна, м. Київ).

**Ушакова Людмила Павлівна** – здобувач наукового ступеня кандидата технічних наук, директор приватного підприємства «Архівна справа» (Україна, м. Київ).

**Флакс Владислав Леонидович** – директор ТОВ «Овокс» (Україна, м. Дніпро).

**Шинкаренко Георгій Андрійович** – доктор фізико-математичних наук, завкафедрою інформаційних систем Львівського національного університету імені Івана Франка (м. Львів, Україна).

© Авторські і суміжні права належать авторам окремих публікацій, Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України, Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Інституту економіки і прогнозування НАН України.

© Авторские и смежные права принадлежат авторам отдельных публикаций, Институту телекоммуникаций и глобального информационного пространства НАН Украины, Институту кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Институту экономики и прогнозирования НАН Украины.

Copying © authors of publications, Institute of Telecommunications and Global Information Space of NAS of Ukraine, Glushkov Institute of Cybernetics of NAS of Ukraine, Institute for Economics and Forecasting of NAS of Ukraine. All rights reserved.

## ДО УВАГИ АВТОРІВ ЖУРНАЛУ

Зміст матеріалів, що направляються до редакції, повинен відповідати профілю та науково-технічному рівню журналу. Тематика журналу стосується математичного моделювання у всіх сферах господарської діяльності, тобто, економіки в її широкому розумінні.

Кожна наукова стаття повинна мати вступ, розділи основної частини та висновки, а також анотацію і ключові слова трьома мовами (українською, російською та англійською). Також трьома мовами подаються реферати до статті, які будуть розміщені в електронному варіанті журналу «Математичне моделювання в економіці» на сайті журналу.

Усі представлені в редакцію рукописи проходять ретельне багатоланкове рецензування відповідними фахівцями за профілем статті. Якщо сумарна оцінка рецензентів менша за встановлений поріг, рукописи відхиляються. Автору надсилається відповідне повідомлення. Матеріали, отримані від автора, редакцією не повертаються. Після доопрацювання автор може подати матеріал повторно, з виконанням усіх процедур подачі матеріалу.

Статті, що були представлені в редакцію і прийняті після рецензування, але не попали в поточний номер журналу, будуть надруковані в наступних номерах журналу.

Зміст статті та якість написання або перекладу (українською або англійською мовами) переглядаються коректорами журналу, проте відповідальність за зміст та якість статті несуть автори матеріалу. До статті можуть бути внесені зміни редакційного характеру без згоди автора.

Розділ журналу, до якого буде віднесена стаття, визначається редакцією, узгоджується – головним редактором або його заступником.

Остаточний висновок щодо публікації матеріалів схвалює редакційна колегія журналу.

Електронна версія журналу, правила оформлення та вимоги до статей, зміни і доповнення до тематичних розділів будуть оперативно подаватися в Інтернеті на сайті журналу «Математичне моделювання в економіці» [www.mmjournal.in.ua](http://www.mmjournal.in.ua)

Журнал також представлений на сайті Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України <http://itgip.org/> у розділі «Видавнича діяльність».



*Виконавчий редактор – О.О. Кряжич, канд. техн. наук.*

---

**Надруковано:**

Видавничий дім «Юстон»  
01034, м. Київ, вул. О. Гончара, 36.  
Тел.: (044) 360-22-66  
Ресстраційне свідоцтво НБ № 153324 від 05.11.2012 р.

---

Підписано і здано до друку 28.12.2016. Формат 70X108/16. Папір офсетний.  
Офсетний друк. Умовн. друк. арк. 20.2  
Обл.-вид. арк. 21.6      Тираж 300 примірників      Замовлення №       

---