

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ**  
**ІНСТИТУТ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ**  
**І ГЛОБАЛЬНОГО ІНФОРМАЦІЙНОГО ПРОСТОРУ**  
**ІНСТИТУТ КІБЕРНЕТИКИ ім. В.М. ГЛУШКОВА**  
**ІНСТИТУТ ЕКОНОМІКИ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ**

# **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ЕКОНОМІЦІ**

№ 1 (14), січень-березень 2019 р.

**Міжнародний науковий журнал**

Заснований у липні 2014 р.  
Виходить 4 рази на рік

Журнал включено до Переліку наукових фахових видань України,  
в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових  
ступенів доктора і кандидата наук за напрямом фізико-математичні, технічні та  
економічні науки

(Наказ Міністерства освіти і науки України від 09.03.2016. № 241)

Свідоцтво про реєстрацію журналу КВ № 20259-10659 Р від 14.07.2014

**КИЇВ 2019**

## РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

*Головний редактор* – **С.О. Довгий**, д-р фіз.-мат. наук, акад. НАНУ

*Заступник головного редактора* – **О.М. Трофимчук**, д-р техн. наук,  
чл.-кор. НАНУ

*Виконавчий редактор* – **О.О. Кряжич**, канд. техн. наук

*Відповідальний секретар* – **Д.В. Стефанишин**, д-р техн. наук

### Члени редколегії:

**К.А. Андрющенко**, д-р екон. наук  
**В.М. Геєць**, д-р екон. наук, акад. НАНУ  
**В.М. Горбачук**, д-р техн. наук  
**Л.Ф. Гуляницький**, д-р техн. наук  
**Ю.І. Калюх**, д-р техн. наук  
**С.І. Левицький**, д-р екон. наук  
**О.О. Любіч**, д-р екон. наук  
**В.Б. Мокін**, д-р техн. наук  
**О.В. Мороз**, д-р екон. наук,  
**В.О. Романов**, д-р техн. наук

**В.А. Пепеляєв**, д-р фіз.-мат. наук  
**В.О. Петрухін**, д-р техн. наук  
**С.К. Полумієнко**, д-р фіз.-мат. наук  
**О.Г. Рогожин**, д-р екон. наук  
**І.В. Сергієнко**, д-р фіз.-мат. наук,  
акад. НАНУ  
**М.І. Скрипниченко**, д-р екон. наук,  
чл.-кор. НАНУ  
**П.І. Стецюк**, д-р фіз.-мат. наук  
**В.О. Устименко**, д-р фіз.-мат. наук

## МІЖНАРОДНА РЕДАКЦІЙНА РАДА

**О.М. Ведута**, д-р екон. наук, проф., РФ  
**М. Вохозка**, проф., Чеська Республіка  
**Р. Еспехо**, проф., Великобританія  
**А. Крайка**, проф., Польща  
**А. Леонард**, проф., Канада  
**П. Миколайчак**, проф., Польща  
**Є.О. Нурмінський**, д-р фіз.-мат. наук,  
проф., РФ

**В.М. Полтерович**, д-р екон. наук, проф.,  
акад. РАН, РФ  
**П. Ткаліч**, старш. дослідник, Сінгапур  
**Ю.С. Харін**, д-р фіз.-мат. наук, проф.,  
чл.-кор. НАНБ, Білорусь  
**Г. Ширз**, проф., Великобританія  
**М. Ячимович**, проф., акад. ЧАНМ,  
Чорногорія

---

Рекомендовано до друку Вченою радою Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (протокол № 4 від 25.03.2019 р.)

*Журнал публікує оригінальні та оглядові статті, матеріали проблемного та дискусійного характеру, науково-практичні матеріали з питань математичного моделювання в різних сферах господарювання, інформаційного забезпечення процесу моделювання і прогнозування, розвитку кібернетичної складової і застосування сучасних програмно-апаратних засобів для математичного моделювання.*

## ОСНОВНІ ТЕМАТИЧНІ РОЗДІЛИ ЖУРНАЛУ

- Інформаційні технології в економіці
  - Аналіз, оцінка та прогнозування в економіці
  - Математичні та інформаційні моделі в економіці
  - Дискусійні повідомлення
-

## ЗМІСТ

### ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

**Семко О.В., Семко В.В.**

Розробка формальної моделі інтелектуального управління маршрутизацією в конфліктуючих сенсорних мережах варіативної топології ..... 5

**Кряжич О.О., Коваленко О.В., Грицишин В.О.**

Задача опису забрудненої території з мінімізацією точок забору проб... 20

**Машков О.А., Триснюк В.М., Мамчур Ю.В., Жукаускас С.В., Нігородова С.А., Триснюк Т.В., Кащишин О.В.**

Технологія синтезу алгоритму керування для забезпечення стабілізації дистанційно пілотованого літального апарату для оперативно програмованої траєкторії..... 33

### МАТЕМАТИЧНІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ МОДЕЛІ В ЕКОНОМІЦІ

**Ванін В.А., Світличний С.П.**

Чисельне дослідження птахостійкості лопаток авіаційного двигуна..... 48

**Васянін В.О., Ушакова Л.П.**

Коди Грея в задачах комбінаторної оптимізації..... 63

### АНАЛІЗ, ОЦІНКА ТА ПРОГНОЗУВАННЯ В ЕКОНОМІЦІ

**Шемаєв В.М., Стефанцев С.С., Цитовцева А.С.**

Когнітивний аналіз і управління розвитком ситуації на світовому ринку озброєнь..... 70

**Азаров С.І., Сидоренко В.Л.**

Методичний підхід до аналізу стану регіонально-виробничих природно-економічних систем..... 82

**Стефанишин Д.В., Корбутяк В.М., Косинська І.Е.**

Сучасні тенденції мінливості стоку річки Случ за даними гідрологічних спостережень в контексті виснаження її водних ресурсів 92

**РЕФЕРАТИ..... 105**

**ІНФОРМАЦІЯ ПРО АВТОРІВ..... 111**

# CONTENTS

## INFORMATION TECHNOLOGY IN ECONOMY

<b>Semko O.V., Semko V.V.</b> Development of formal intellectual case routing frame in conflicting sensor networks of variant topology.....	5
<b>Kryazhych O.O., Kovalenko O.V., Grytsyshyn V.O.</b> The task of description of contaminated area with minimization of sampling points.....	20
<b>Mashkov O., Trysnyuk V., Mamchur Y., Zhukauskas S., Nigorodova S., Trysnyuk T., Kashichyn O.</b> Technology synthesis control algorithm to ensure stabilization of remotely piloted aircraft for operational programmable trajectories.....	33

## MATHEMATICAL AND INFORMATIONAL MODELS IN ECONOMY

<b>Vanin V.A., Svitlychnyy S.P.</b> Numerical analysis of the aircraft blade bird strike resistance.....	48
<b>Vasyanin V.A., Ushakova L.P.</b> Gray codes in combinatorial optimization problems.....	63

## ANALYSIS, EVALUATION AND FORECASTING IN ECONOMY

<b>Shemaiev V.M., Stefantsev S.S., Tsytovtseva A.S.</b> Cognitive analysis and management development of situation are in the world market of armaments.....	70
<b>Azarov S.I., Sydorenko V.L.</b> Methodical approach to the analysis of the state of regional production natural and economic systems.....	82
<b>Stefanyshyn D.V., Korbutiak V.M., Kosynska I.E.</b> Modern tendencies of the runoff variability of the Sluch River according to hydrological observations in the context of depletion of its water resources.....	92
<b>ABSTRACTS.....</b>	105
<b>INFORMATION ABOUT THE AUTHORS.....</b>	111

# ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 681.5(042.3)

<http://orcid.org/0000-0001-6473-1329>  
<http://orcid.org/0000-0001-5157-4264>

**О.В. СЕМКО, В.В. СЕМКО**

## РОЗРОБКА ФОРМАЛЬНОЇ МОДЕЛІ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ МАРШРУТИЗАЦІЄЮ В КОНФЛІКТУЮЧИХ СЕНСОРНИХ МЕРЕЖАХ ВАРІАТИВНОЇ ТОПОЛОГІЇ

***Анотація.** Процеси функціонування гарантоздатних самоорганізуючих сенсорних мереж варіативної топології потребують створення новітніх систем інтелектуального управління. Враховуючи те, що елементи сенсорних мереж мають властивість переміщення в просторі параметрів за умов обмежень, невизначеностей, змінної топології, зовнішніх і внутрішніх впливів, визначальним є вибір моделі опису процесу управління маршрутизацією потоків даних. Зазначена задача розглянута як задача дискретної динамічної оптимізації. Параметри функціонування мережі, що визначають переміщення елементів в просторі функціонування, характеристики функціонування каналів інформаційної взаємодії вузлів і топологія мережі мають входити в опис функції ціни при синтезі і виборі рішень щодо маршрутизації потоків даних. Методика дослідження включає розробку методу формального опису топології у вигляді математичної моделі і нотації (мови) опису процесів функціонування сенсорної мережі; теоретико-множинної моделі процесів взаємодії елементів мережі; моделі рішення задачі оптимального управління маршрутизацією потоків даних для розподіленої системи інтелектуального управління. Інтегрально-топологічні методи дослідження та аналізу функціонування сенсорних мереж у фізичному і віртуальному просторі дозволяють виявити характеристики і синтезувати модель взаємодії елементів гетерогенної мережі.*

***Ключові слова:** сенсорна мережа, система інтелектуального управління, модель конфлікту, передача даних, варіативна топологія.*

**DOI: 10.35350/2409-8876-2019-14-1-5-19**

### Вступ

Сучасне суспільство все більше стає залежним від якості сучасних інформаційно-телекомунікаційних послуг, що є наслідком стрімкого розвитку інформаційних технологій (ІТ). Важливими показниками якості таких послуг є рівень надійності і безпеки сервісів та ІТ-систем, що використовують ці послуги. Слід також враховувати те, що недостатній рівень надійності і безпеки ІТ, комп'ютерних систем і сенсорних мереж (СМ)

призводить до втрат за рахунок впливу на функціонування критичних компонент технічних систем (ТС).

Сервіс-орієнтована СМ є розподіленою самоорганізованою мережею збирання і передачі даних до певного хоста або до зовнішньої мережі через інші сенсори з використанням бездротового каналу передачі даних. Така мережа, як правило, має радіуси взаємодії з вузлами, які можуть перевищувати гранично припустимі. В такому разі вибір топології СМ має безпосередній вплив на вибір протоколів, параметрів каналів взаємодіючих вузлів та маршрут передачі даних (ПД).

Тому актуальним є дослідження моделей СМ варіативної топології (ВТ) і методів інтелектуального управління маршрутизацією ПД за умов забезпечення гарантоздатності мереж.

## **1. Загальна характеристика проблеми управління маршрутизацією**

Гарантоздатні сервіс-орієнтовані СМ мають набір первинних властивостей (атрибутів), що забезпечують надання послуг, яким можна гарантовано довіряти згідно з моделлю їх функціонування [1, 2].

Проблемам дослідження властивостей та характеристик, що впливають на процеси функціонування і управління сучасними мережами передачі даних, присвячено роботи [3, 4].

Методи проектування телекомунікаційних мереж, їх систем управління, ПД, новітніх технологічних рішень розглядалися в роботах [5, 6].

За їх висновками встановлено, що процеси функціонування гарантоздатних самоорганізуючих СМ варіативної топології потребують створення новітніх систем інтелектуального управління [7, 8].

Застосування методів і моделей вирішення задач вибору з використанням методів динамічної дискретної оптимізації досліджувались в роботах [9, 10].

Враховуючи те, що елементи СМ мають властивість переміщення в просторі параметрів в умовах обмежень, невизначеностей, змінної топології і зовнішніх впливів, визначальним є вибір моделі опису процесу управління маршрутизацією ПД [11], [12]. У такому разі зазначена задача може бути розглянута як задача дискретної динамічної оптимізації, а параметри функціонування СМ, що визначають переміщення елементів в просторі, характеристики функціонування каналів інформаційної взаємодії та топологія мережі мають входити в опис функції ціни [13].

Сучасні системи інтелектуального управління (СІУ) самоорганізованими гарантоздатними СМ і процесами, що обумовлені їх функціонуванням, структурно та функціонально є складними і багатомірними. Їх прагматична сутність обумовлюється перш за все наявністю взаємозв'язків, правил та відношень як між власне внутрішніми компонентами, так і з компонентами зовнішнього середовища [14]. Взаємозв'язки між компонентами описуються, як правило, моделями, які відображають специфіку взаємодії цих компонент, елементів та підсистем із зовнішнім і внутрішнім середовищем в умовах невизначеностей, довільних обмежень та конфлікту [15].

Невизначеності обумовлені неоднозначністю, неповнотою або відсутністю даних про:

– вектор стану і параметри функціонування СІУ;

- неконтрольовані завади вимірювання значення параметрів;
- зовнішні та внутрішні збурення;
- властивості простору існування СМ;
- наявність об'єктів, які знаходяться в стані конфлікту з об'єктом управління (ОУ).

Під конфліктом в цьому сенсі розуміють явище взаємодії по-різному цілеспрямованих сторін – об'єктів технічних систем (ТС) і технічних ергатичних систем (ТЕС), які:

- або мають складний опис, що не може бути використаним практично;
- або взагалі не можуть бути повною мірою описаними ні формально, ні вербально.

## **2. Загальна постановка задачі, об'єкт, предмет та мета досліджень**

Проблема, процедура вирішення якої розглядається в роботі, полягає у розробці моделі, яка є заснованою при створенні методу інтелектуального управління маршрутизацією в СМ ВТ, які побудовані на основі сервіс-орієнтованої архітектури в умовах конфлікту, існуючих обмежень та невизначеностей.

Виникненню цієї проблеми сприяє низка протиріч. По-перше – це протиріччя, що обумовлені обмеженими можливостями традиційних підходів щодо рішення конфліктів в ТС і ТЕС. По-друге, протиріччя, що обумовлені застосуванням існуючих моделей й методів синтезу оптимальних рішень і управління конфліктуючими системами та об'єктами в реальному часі, а саме СМ. Проблема може бути вирішена за рахунок розроблення моделей і методів, які використовують упорядковану послідовність процесів синтезу маршрутів передачі даних в СМ. Головною вимогою до зазначених методів і моделей є забезпечення гарантоздатності при управлінні в реальному часі маршрутизацією в сервіс-орієнтованій СМ ВТ при рішенні конфлікту в умовах обмежень і невизначеностей.

Об'єкт дослідження – моделі процесів оптимального управління багатомірними інформаційними об'єктами варіативної топології в умовах конфлікту, обмежень та невизначеностей, а саме маршрутизацією ПД в СМ ВТ.

Мета дослідження – вибір та обґрунтування формальної моделі функціонування СІУ маршрутизацією ПД в гарантоздатних сервіс-орієнтованих СМ ВТ в умовах конфлікту взаємодії вузлів, обмежень та невизначеностей.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні задачі:

- розробити метод формального опису топології СМ у вигляді математичної моделі і нотації (мови) опису процесів функціонування мережі;
- розробити теоретико-множинну модель (ТММ) процесів взаємодії елементів СМ;
- визначити функцію ціни як критерій оптимальності за умов конфлікту, обмежень та невизначеностей;
- розробити модель рішення задачі оптимального управління маршрутизацією ПД для гарантоздатної розподіленої СІУ СМ ВТ.

### 3. Методика і результати досліджень

Математична модель СМ ПД може бути представлена зв'язаним графом:

$$G = (V, E), \quad (1)$$

де  $V$  – множина вузлів графа, що представляє СМ;  $E$  – множина ребер графа, що з'єднує вузли і відображає можливий маршрут ПД.

Кожному ребру  $e_{ij} \in E \forall \{i, j\} \in V$  графа  $G$  поставлено у відповідність невід'ємне число  $c_{ij} \geq 0$ , що визначає пропускну здатність ребра як функції ціни при передачі ПД. Введемо таке поняття ПД  $f$  між вершинами  $s$  і  $t$ , яка є достатньою функцією на ребрах графа  $G$   $f_{ij} \geq 0$  за умови того, що ПД не накопичується в проміжних вузлах мережі між вузлами  $s$  і  $t$ , тобто:

$$\sum_k f_{ki} = \sum_j f_{ij}, \forall i \in V, i \neq \{s, t\}, \quad (2)$$

і не перевищує пропускну спроможність каналу ПД, а саме  $f_{ij} \leq c_{ij}$  і  $e_{ij} \in E$ . Залишкова пропускну здатність ребра  $e_{ij}$  визначається як різниця пропускну здатності ребра і ПД по ньому, тобто  $c_{ij}^f = c_{ij} - f_{ij}$ . У такому разі з графу мережі  $G$  отримуємо залишкову мережу  $G' = (V, E^f)$ , в якій залишаються ребра з додатною залишковою пропускну спроможністю.

У відповідності до співвідношення (2) виникнення процесу ПД в СМ визначається як поява заявки в мережі між парою вершин з множини  $\{\{s_1, t_1\}, \dots, \{s_n, t_n\}\}$  вузлів. Час життя заявок обмежений протяжністю процесу їх обслуговування за умови встановленого маршруту ПД між вузлами. Тим самим забезпечується вивільнення пропускну спроможності ребер мережі за умови виконання запиту на обслуговування заявки і визначення маршруту ПД між вузлами. Після закінчення часу життя заявка скидається, звільняючи відповідну пропускну здатність ребер мережі. Множина ПД між кожною парою вузлів через вузол за маршрутом є продуктом  $V_m$  вузла  $\{s_m, t_m\}$ .

В якості обмеженого ресурсу СМ, що визначає функцію ціни, обрано пропускну спроможність каналів зв'язку, які визначають ребра (дуги) моделі мережі  $G$ .

Видалення з множини ребер розриває мережу на кілька незв'язних між собою частин таким чином, що вузол-відправник і вузол-отримувач ПД знаходяться в різних частинах мережі. Таким чином, модель  $G$  визначає множину мінімальних розрізів  $k_m$  кожного продукту  $v_m$  та пропускну спроможність цих розрізів  $R_m$ . В такому разі вирішення задачі управління маршрутизацією ПД можна представити як рішення задачі динамічної дискретної оптимізації при взаємодії конфліктуючих вузлів СМ ПД з використанням евристичного алгоритму інтегрального усікання варіантів [16].



У такому разі рішення задачі синтезу і вибору маршруту ПД є рішенням задачі пошуку маршруту найменшої вартості. Чисельне значення вартості присвоюється ребрам мережі в залежності від кількості мінімальних розрізів продукту, пропускної спроможності мережі і кількості елементів (*hops*) синтезованого маршруту.

У залежності від способу визначення вартості дуг моделі  $G$  для визначення функції ціни застосовується субоптимальний мінімально-розрізний алгоритм, що орієнтований на синтез і вибір маршруту ПД. У такому разі маршрут ПД будується із застосуванням ребер граф-моделі  $G$ , які мають найбільший резерв пропускної спроможності каналів і мінімальну кількість елементів синтезованого маршруту. Таким чином, алгоритм синтезу і вибору маршруту ПД забезпечує обслуговування найбільшої кількості заявок на передачу даних в мережі.

Визначимо модель  $M$  взаємодії елементів СМ ВТ за умови замкненості простору функціонування СМ ВТ  $Q$  з границею  $\Gamma_{zp}(Q)$ . При цьому варіативність топології мережі пов'язана з кількістю активних вузлів і гетерогенністю СВ. Таким чином, варіативність топології і гетерогенність мережі обумовлює можливості маршрутизації ПД з використанням її сегментів Internet і Intranet, що відповідає базовій еталонній моделі взаємодії відкритих систем (модель *OSI*).

У такому разі модель  $M$  взаємодії вузлів СМ в топологічній схемі, яка відображає наявність ребер графу мережі (1), має вигляд:

$$M = \bigcup_{i=1}^N M^i, \quad (3)$$

де  $N$  – кількість вузлів СМ;  $M^i$  – часткова модель  $i$ -го вузла СМ, яка відображає кількісні характеристики зв'язків з іншими вузлами мережі – ребрами графу  $G$  і може бути представлена у вигляді:

$$M^i = \langle B^i, F^i, \Gamma_{np}^i \rangle, \quad (4)$$

а множини  $\Gamma_{np}^i$  визначають граматику та правила утворення співвідношень при взаємодії вузлів мережі в просторі  $Q$ :

$$\Gamma_{np} = \bigcup_{i=1}^N \Gamma_{np}^i. \quad (5)$$

Тобто в загальному випадку за співвідношеннями (3) і (4) вводиться поняття мови для формального опису процесів, що пов'язані з вирішенням задачі синтезу маршруту ПД в СМ в просторі  $Q$ .

У загальному випадку мова є нескінченною множиною, а нескінченні об'єкти важко задати, наприклад, простим перерахуванням елементів [17], [18]. Будь-який кінцевий механізм задавання мови є граматиною  $\Gamma_{np}^i$ .

У співвідношеннях (4) і (5) базис  $B^i$  визначає потенційні можливості взаємодії  $i$ -го вузла СМ з іншими вузлами мережі при визначенні можливостей маршрутизації і кількісних характеристик зв'язків (ребер графу мережі  $G$ ) в просторі  $Q$ :

$$B^i = (X^i, Y^i, A^i), \quad (6)$$

де  $X^i$  – множини потенційно можливого місця знаходження  $i$ -го вузла мережі в просторі  $Q$ , які визначаються як множини керованих і напівкерованих станів в просторі параметрів у відповідності з припущенням невизначеності та прогнозу переміщення  $i$ -го вузла;

$Y^i$  – множина, яка визначається характеристиками переміщення  $i$ -го вузла в просторі керованих і напівкерованих станів і враховує наявні ресурси управління в просторі станів мережі. Множина  $Y^i$   $i$ -го вузла СМ вміщує елементи, що відображають зміни динамічних характеристик маршрутизації (щільності ПД по елементу моделі  $G$ ) для  $i$ -го вузла мережі у відповідності з припущенням  $A^i$ . Припущення  $A^i$  є множиною формальних відображень зв'язку параметрів, включаючи правила і відношення, що враховує прогноз, невизначеність, динаміку та небезпечність переміщення  $i$ -го вузла в просторі функціонування СМ в процесі ПД. Множина  $F^i$  вміщує формальне відображення прогнозу, динаміки і безпечності маршруту ПД у віртуальному просторі функціонування мережі  $Q$  з базисом  $B^i$  для  $i$ -го вузла СМ.

Для СМ в цілому невизначеність стану можна описати співвідношенням:  $A = \bigcup_{i=1}^N A^i$ .

Значення  $F^i$  в співвідношенні (4) визначає властивості  $i$ -го вузла при побудові маршруту ПД в просторі  $Q$ :

$$F^i = (f_x^i, f_c^i, d^i), \quad (7)$$

де  $f_x^i$  – згладжені значення координат для  $i$ -го вузла в просторі  $Q$  для кожного моменту ПД;  $f_c^i$  – згладжені значення першої похідної (вектора швидкості зміни координат) при переміщенні вузла в просторі  $Q$ ;  $d^i$  – припустима відстань взаємодії  $i$ -го вузла із суміжними вузлами мережі, яка враховує зміну параметрів функціонування відповідних каналів ПД (ребер графу мережі  $G$  в просторі  $Q$ ).

У загальному вигляді для  $i$ -го вузла мережі значення  $d^i$  може бути визначено як:

$$d^i = d_{зад}^i + \Delta d^i, \quad (8)$$

де  $d_{за0}^i$  – припустима відстань взаємодії для  $i$ -го вузла при визначенні маршруту ПД;  $\Delta d^i$  – невизначеність, яка враховує динамічність  $i$ -го вузла і параметрів каналів ПД.

У загальному вигляді значення  $\Delta d^i$  для  $k$ -мірного простору  $Q$  визначається співвідношенням:

$$\Delta d^i = \sqrt{\sum_{j=1}^k \left(\ddot{x}_j^i\right)^2 \frac{\Delta t^2}{2}} + d_{ij}^k + \Delta d_{ij}^k, \quad (9)$$

де  $\ddot{x}_j^i$  – друга похідна відповідної  $j$ -ї координати  $i$ -го вектора швидкості  $f_c^i$   $i$ -го вузла;  $\Delta t$  – інтервал часу вимірювання;  $d_{ij}^k$  – корегуюча віртуальна відстань до  $j$ -го вузла СМ за рівнем сигналу, що надходить до вузла СМ ( $RSSI$ );  $\Delta d_{ij}^k$  – корегуюча віртуальна відстань до  $j$ -го вузла СМ, що враховує властивості каналу ПД та завантаженість обчислювальних ресурсів вузла мережі.

Визначивши величину додаткового затухання в інтелектуальному перетворювачі (ІП) вузла СМ, обчислюється значення корегуючої відстані від  $i$ -го вузла до інших  $j$ -х вузлів мережі:

$$d_{ij}^k = \left(d_{ij}^l\right)^{\frac{k-\Delta}{k}} \left(\frac{4\pi f}{c}\right)^{\frac{-\Delta}{k}}, \quad (10)$$

де  $d_{ij}^k$  – корегуюча відстань від  $i$ -го вузла до інших  $j$ -х вузлів мережі, що визначена за методом уточнення місцезнаходження по індикації рівня  $RSSI$  сигналу;  $d_{ij}^l$  – локальна відстань до  $j$ -х вузлів мережі;  $k$  – коефіцієнт послаблення;  $\Delta$  – додаткове затухання;  $f$  – частота сигналу;  $c$  – швидкість світла.

Виходячи з формального опису математичних моделей взаємодії вузлів СМ (3)–(10), визначимо мінімально-перебірну процедуру синтезу і вибору рішення на основі методу інтегрального усікання варіантів [16].

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi = \sum_{i=1}^k C_i \lambda_i, \\ \lambda_i = \frac{\Delta u_i}{\sup |u_i|}, \forall \lambda_i \in \lambda, \\ \sum_{i=1}^k C_i = 1. \end{array} \right. \quad (11)$$

Критерій оптимальності  $\Phi$  у співвідношенні (11) є адитивним критерієм вибору. Значення коефіцієнтів  $C_i$  визначається для кожного виду конфліктів окремо.  $\lambda_i$  визначає «витрати на управління» параметрами функціонування СМ згідно з обраною стратегією на множині ребер граф-моделі СМ, що відповідає формальній моделі (3) за рахунок управління  $u_i$  для  $i$ -го елемента маршруту ПД в просторі  $Q$ .

У такому разі задачу синтезу управління маршрутизацією можна сформулювати як конфлікт взаємодії вузлів СМ графу мережі  $G$  в просторі  $Q$ :

$$K = \langle M, A, \Gamma_{np}, G, \mu \rangle, \quad (12)$$

а процедуру синтезу стратегій рішення конфлікту  $\mu$  згідно з принципом оптимальності  $\chi$ , який реалізовує вимоги критерію  $\Phi$ , можна представити у вигляді:

$$\begin{cases} K = \langle M, A, \Gamma_{np}, G, \mu \rangle, \\ \lambda K = \mu. \end{cases} \quad (13)$$

Вибір оптимальної стратегії рішення конфлікту  $\mu^*$  із врахуванням правила зупинки  $\Gamma_{зуп}$  формулюється у вигляді:

$$\mu^* = \inf_{\chi, \Gamma_{зуп}} K. \quad (14)$$

Співвідношення (11)–(14) фактично є постановкою задачі опису конфлікту взаємодії об'єктів та синтезу оптимального рішення в просторі  $Q$ .

Відповідно до моделі СМ ПД (1) при синтезі і відборі стратегії управління маршрутизацією визначається додатна функція ціни (2).

Найбільш значущим параметром, що характеризує функціонування каналу ПД при взаємодії вузлів СМ, є залишкова пропускна здатність каналу передачі даних між вузлами мережі, який відображає ребро графа мережі. Тим самим за наявності залишкової пропускної здатності каналу зв'язку можна в якості додаткового критерію відбору визначити сумарну затримку сигналу в маршруті ПД, що визначається значенням  $\Delta d_{ij}^k$  у співвідношенні (9).

Враховуючи нестационарність значення часу затримки пакетів даних, що технологічно забезпечують пакетну ПД при функціонуванні мережі, можна розглядати дві складові часу затримки:

- затримку на проміжних вузлах СМ ПД;
- затримку, яка обумовлена станом фізичного середовища передачі пакетів даних у відповідному протоколі інкапсуляції моделі *OSI*.

Хоча протокол IP не є надійним протоколом, набір протоколів TCP/IP забезпечує відправку повідомлень навіть в разі виникнення будь-яких помилок. Ці повідомлення відправляються за допомогою протоколу мережевого рівня ICMP (Internet Control Message Protocol – протокол

управляючих, або контрольних, повідомлень) і його повідомлень (рис. 1). Протокол ICMP забезпечує підтвердження наявності вузла мережі, проміжок часу існування (життя) пакету, переадресацію маршрутів, призначення та недоступність послуги протоколу.

IP-датаграма				
	Біт 0–7	Біт 8–15	Біт 16–23	Біт 24–31
<b>Заголовок IP (20 байтів)</b>	Версія/МГП	Тип обслуговування	Довжина	
	Час життя (TTL)	Протокол	Контрольна сума	
	Похідна IP-адреса			
	IP-адреса отримувача			
<b>Заголовок ICMP (8 байтів)</b>	Тип повідомлення	Код	Контрольна сума	
	Дані заголовку			
<b>Корисне навантаження ICMP (необов'язково)</b>	Дані корисного навантаження			

Рисунок 1 – Датаграма протоколу ICMP (Internet Control Message Protocol)

Разом з тим функція переадресації в протоколі ICMP діє тільки в тому випадку, якщо вузол-відправник знаходиться в тій же фізичній мережі, що і шлюз маршрутизатора, що передбачається в мережах з централізованим управлінням маршрутизацією. У такому випадку для CM з децентралізованим управлінням маршрутизацією ПД виникають проблеми формування топології гетерогенних мереж.

При проходженні пакетів ICMP-протоколу через кожен вузол CM значення параметра TTL (Time to live) зменшується на одиницю або на кількість секунд, що визначають час проходження пакету. Таким чином, значення параметра TTL дозволяє контролювати кількість проміжних вузлів і час проходження даних в CM на маршруті ПД, попереджує можливість створення петлі маршруту, а також перехоплення пакетів.

Важливою особливістю ICMP-протоколу є можливість використання «ехо-запитів» і «ехо-відповідей» для вимірювання часу проходження ICMP-пакетів при програмній емуляції утиліти перевірки цілісності і якості з'єднань в мережах на основі протоколу NCP/IP - Ping операційних систем. Змінюючи розмір буферу під час емуляції утиліти Ping, можна визначити оптимальний розмір ICMP-пакетів при управлінні маршрутизацією ПД в CM. Таким чином забезпечується потрібна швидкість ПД між вузлами і

запобігання конфліктам взаємодіючих вузлів СМ за рахунок оптимального динамічного управління навантаженням в каналах ПД згідно з моделлю G.

Визначення параметрів, що забезпечують оптимальну безконфліктну взаємодію вузлів СМ ВТ при управлінні маршрутизацією ПД, забезпечується на рівні системних програмних утиліт. Такі утиліти істотно відрізняються в платформах операційних систем (ОС) UNIX (RAW sockets – необроблені, «сирі» сокети) і в ОС Windows всіх версій (ICMP API) та потребують для використання права адміністратора обчислювальної системи (права користувача з привілеями).

Виходячи з можливостей існуючого програмного забезпечення сучасних ОС і протоколів моделі OSI, можна визначити основні параметри управління пропускнуою спроможністю і гарантоздатністю СМ ВТ за умови того, що відправка ICMP-пакетів за заданою адресою вузла мережі не буде перервана вузлом-відправником. До таких параметрів відносяться: кількість відправлених «ехо-запитів», розмір буферу повідомлення, фрагментація ICMP-пакетів, TTL – час «життя» пакетів, тип обслуговування пакетів, запис маршруту ПД для вказаної кількості переходів (hops), часова відмітка вказаної кількості переходів, детермінованості і кількості вузлів та ребер граф-моделі СМ ВТ, значення припустимої затримки пакетів при очікуванні затримки відповіді вузла-отримувача пакета.

Вирішення задачі оптимального управління навантаженням на кожному вузлі маршруту ПД в СМ ВТ забезпечується за алгоритмом, який використовує можливості протоколу ICMP:

1) завантаження бібліотеки методів, що забезпечують функціонування протоколу ICMP;

2) ініціація програмного інтерфейсу для забезпечення обміну даними між процесами програмного сокету, що забезпечує взаємодію програмного забезпечення (ПЗ) з модулями операційної системи, які забезпечують функціонування базової моделі стеку мережевих протоколів – OSI (open systems interconnection basic reference model);

3) визначення IP-адреси вузла СМ, який визначає кінець ребра ланки маршруту, що з'єднує взаємодіючі вузли СМ;

4) опрацювання програмної події в разі відсутності кінцевого вузла для побудови ребра графу СМ (подія зміни топології мережі);

5) визначення параметрів вимірювання характеристик функціонування каналу ПД при взаємодії вузлів СМ (кількість відправлених ехо-запитів, розмір буферу повідомлення, ознака фрагментації ICMP-пакетів, час «життя» пакетів TTL, тип обслуговування пакетів, значення припустимої затримки пакетів при очікуванні затримки відповіді вузла-отримувача пакета);

6) обчислення оптимального значення характеристик функціонування каналу ПД при взаємодії вузлів СМ ВТ відповідно до функції ціни.

Обчислення навантаження на канал ПД визначається співвідношенням:

$$\rho = \frac{\tau_{10}}{RTT}, \quad (15)$$

де  $\tau_{10} = 800L_f$  – час використання інтерфейсу кадром (нс), що передається, в макропакеті розміром  $L_f$  байтів;  $RTT$  – математичне очікування часу обертів ехо-запитів.

Слід зазначити, що при формуванні операційною системою вузла-відправника декількох потоків ехо-запитів навантаження на його мережевий інтерфейс зростає. При цьому спостерігається лінійна залежність навантаження (15) від кількості надсилаємих потоків ехо-запитів відповідно до їх кількості.

Час формування ехо-запитів лінійно залежить від кількості потоків. Якщо сумарний час передачі мережним адаптером вузла-відправника потоку ехо-запитів менше часу формування, то навантаження в каналі ПД СМ лінійно зростає, а мережний адаптер з точки зору продуктивності є «вузьким місцем», що створює чергу ехо-запитів. Знаходження в черзі підвищує значення  $RTT$  для кожного ехо-запиту, зменшуючи навантаження на канал ПД.

При рішенні задачі синтезу і вибору стратегії управління маршрутизацією ПД в конфліктуючій СМ ВТ враховуються основні параметри, що характеризують поточний стан продуктивності мережі, можливості оптимального управління її пропускною спроможністю за умов забезпечення гарантоздатності.

Забезпечення гарантоздатності при взаємодії вузлів СМ ВТ здійснюється із застосуванням двох концептуальних підходів обчислення відстані, що визначає співвідношення (9), за географічними координатами вузлів та їх віртуальними координатами. Таким чином, обчислення відстані між вузлами є логістичним параметром функції ціни при синтезі і виборі стратегії управління маршрутизацією ПД в СМ ВТ.

#### 4. Результати дослідження

У результаті проведених досліджень було запропоновано та обґрунтовано формальну модель функціонування ІСУ маршрутизацією ПД в гарантоздатних сервіс-орієнтованих СМ ВТ в умовах конфлікту взаємодії вузлів, обмежень та невизначеностей.

Виходячи із запропонованої моделі взаємодії вузлів в децентралізованій розподіленій СМ ВТ, сформульовано задачу синтезу і вибору стратегій управління маршрутизацією ПД як задачу динамічної дискретної оптимізації.

Відповідно до запропонованої формальної моделі розроблено метод формального опису топології СМ ВТ у фізичному і віртуальному просторі у вигляді математичної моделі і нотації (мови) опису процесів функціонування мережі. Це дозволило за рахунок застосування теоретико-множинної моделі процесів взаємодії елементів СМ визначити оптимальні маршрути ПД згідно з критерієм гарантоздатності за умов конфлікту, обмежень та невизначеностей.

При рішенні задачі синтезу і вибору стратегії управління маршрутизацією ПД в конфліктуючій СМ ВТ враховані основні параметри, що характеризують поточний стан продуктивності мережі, можливості оптимального управління її пропускною спроможністю за умов забезпечення гарантоздатності.

Узагальнені результати дослідження часових показників рішення задачі управління маршрутизацією в розподіленій СІУ ПД в СМ ВТ наведені в табл. 1.

Таблиця 1 – Порівняльний аналіз часових показників рішення задачі синтезу і вибору маршруту передачі даних в сенсорній мережі варіативної топології

		Кількість обчислювальних процесів (пакетів даних)	Час обчислення, мсек					
			Послідовне обчислення					
Метод управління маршрутизацією за умов забезпечення гарантоздатності	Евристичний алгоритм	5000	0,9	3,0	31,0	47,0	49,0	62,0
		25000	16,0	62,0	94,0	141,0	188,0	234,0
		100000	63,0	189,0	361,0	704,0	1406,0	2187,0
		250000	125,0	453,0	891,0	1313,0	1750,0	2813,0
		750000	329,0	672,0	1314,0	1985,0	2625,0	3213,0
		1500000	656,0	1328,0	2609,0	3953,0	5250,0	6547,0
	Мурашиний алгоритм	5000	2,0	9,0	620,0	2470,0	8624,0	16978,0
		25000	19,0	82,0	1880,0	7400,0	33088,0	64116,0
		100000	69,0	262	7220,0	36960,0	247456,0	599238,0
		250000	137,0	628,0	17820,0	69893,0	308021,0	707764,0
		750000	362,0	932	26280,0	104212,0	462103,0	880362,0
		1500000	721,0	1842	5218,0	207533,0	924231,0	1793878,0
			5	10	20	30	40	50
			Кількість вузлів сенсорної мережі					

Продовження табл. 1

		Кількість обчислювальних процесів (пакетів даних)	Час обчислення, мсек					
			Паралельне обчислення					
Метод управління маршрутизацією за умов забезпечення гарантоздатності	Евристичний алгоритм	5000	0,6	11,0	17,0	32,0	41,0	47,0
		25000	15,0	28,0	79,0	125,0	172,0	203,0
		100000	31,0	169,0	343,0	687,0	1359,0	2156,0
		250000	94,0	422,0	859,0	1265,0	1703,0	2734,0
		750000	312,0	641,0	1281,0	1938,0	2562,0	3203,0
		1500000	625,0	1296,0	2508,0	3907,0	5109,0	6406,0
	Мурашиний алгоритм	5000	1,3	33,0	340,0	1680,0	7216,0	12878,0
		25000	35,9	84,0	1580,0	6526,6	30272,0	55622,0
		100000	68,2	507,0	6860,0	36067,8	237952,0	590744,0
		250000	206,8	1266,0	17180,0	66412,7	299728,0	749116,0
		750000	684,4	1923,0	25620,0	102745,1	450912,0	877622,0
		1500000	1375,0	3888,0	50160,0	205117,3	899184,0	1755244,0
			5	10	20	30	40	50
			Кількість вузлів сенсорної мережі					



Забезпечення гарантоздатності при взаємодії вузлів СМ ВТ здійснюється із застосуванням двох концептуальних підходів обчислення віртуальної відстані між вузлами мережі за географічними і віртуальними координатами. Таким чином, обчислення відстані між вузлами є логістичним параметром функції ціни при синтезі і виборі стратегії управління маршрутизацією ПД в СМ ВТ.

## Висновки

Відповідно до мети і задачі дослідження було отримано такі результати:

1. Розроблено метод формального опису топології СМ ВТ у вигляді граф-моделі, яка визначає елементи моделі, а також правила і відношення при інформаційній взаємодії елементів моделі у процесі ПД. Визначені елементи моделі (вузли і ребра граф-моделі) утворюють мовні конструкції при взаємодії в процесі ПД. Таким чином синтезується внутрішня мова і нотації опису процесів взаємодії вузлів СМ при ПД.

2. Виходячи з граф-моделі опису топології, мови і нотації опису процесів взаємодії вузлів СМ ВТ при ПД, розроблено ТММ, яка дозволяє сформулювати віртуальний простір функціонування мережі. ТММ в загальному випадку дозволяє визначити семіотичну і семантичну моделі функціонування СМ, а процес управління розглядати як процес синтезу і вибору маршруту ПД. Невизначеності і обмеження, що пов'язані з функціонуванням СМ, та вплив зовнішніх і внутрішніх збурень враховуються в ТММ і в критерій оптимізації при синтезі і виборі маршруту ПД.

3. Для вирішення задачі управління маршрутизацією ПД як задачі динамічної дискретної оптимізації запропоновано адитивний критерій оптимізації. Критерій враховує істотні складові, які забезпечують вимоги гарантоздатності при функціонуванні розподіленої СІУ маршрутизацією гетерогенної СМ ВТ як семантичної мережі.

4. В якості моделі опису процесу синтезу і вибору оптимальних рішень для розподіленої СІУ маршрутизацією ПД запропоновано модель рішення конфлікту. Для рішення задачі конфлікту запропоновано використовувати евристичний метод синтезу і вибору оптимального рішення – метод інтегрального усікання варіантів (МІУВ) [16]. Застосування МІУВ і ТММ дозволяє отримати поліноміальний час синтезу і вибору маршруту ПД і запропонувати новітній алгоритм функціонування розподіленої СІУ маршрутизації ПД в СМ ВТ.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гольдштейн Б.С. и Кучерявый А.Е. Сети связи пост-NGN. СПб.: БХВ-Петербург, 2014. 160 с.
2. Семко О.В. «Логіко-семантична модель управління маршрутизацією потоків даних в сенсорних мережах». Системи управління, навігації та зв'язку, вип. 6(52), pp.135-139, 2018.
3. Бертсекас Д. Сети передачи данных. М.: Мир, 1989. 544 с.
4. Беркман Л.Н., Стеклов В.К. Проектирование телекоммуникационных сетей. К.: Техніка, 2002. 792 с.
5. Барабаш О.В. Построение функционально устойчивых распределенных информационных систем. К.: НАОУ, 2004. 226 с.

6. Поспелов Д.А. Ситуационное управление: теория и практика. М.: Наука, 1986. 288 с.
7. Поспелов Г.С. Искусственный интеллект – основа новой информационной технологии. М.: Наука, 1988. 280 с.
8. Понтрягин Л.С. Основы комбинаторной топологии. М.: Наука, 1986. 120 с.
9. Кучерявый А.Е. и Цуприков А.Л. Сети связи следующего поколения. М. : ФГУП ЦНИИС, 2006. 278 с.
10. Рихтер К. Динамические задачи дискретной оптимизации. М.: Радио и связь, 1985. 136 с.
11. Бершадский А.М., Курилов Л.С. и Финогеев А.Г. «Обзор методов маршрутизации в беспроводных сенсорных сетях». Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки, 2012. № 1(21), pp. 47–57.
12. Пападимитру Х. и Стайглиц К. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. М.: Мир, 1985. 510 с.
13. Павлов В.В. Конфликты в технических системах. К: Вища школа, 1982. 184 с.
14. Михалевич В.С., Трубин В.А. и Шор Н.З. Оптимизационные задачи производственно-транспортного планирования: модели, методы, алгоритмы. М.: Наука, 1986. 264 с.
15. Кунцевич В.М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации. К: Наукова думка, 2006. 264 с.
16. Семко О.В. і Семко В.В. «Дослідження властивостей рішення задачі конфлікту за методом інтегрального усікання варіантів». Проблеми інформатизації та управління, вип. 2(46), pp. 60-71, 2014.
17. Карпов В.Э. Классическая теория компиляторов. М.: МГИЭМ, 2011. 91 с.
18. Коньков В.Г. и Пупков К.А. Интеллектуальные системы. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. 348 с.

## REFERENCES

1. Goldshtejn B. S. i Kucheryavyj A. E. (2014). Seti svyazi post-NGN. [Communication networks post-NGN]. SPb.: BHV-Peterburg (in Russian).
2. Semko O. V. (2018). «Logiko-semantychna model upravlinnya marshrutyzaciyeyu potokiv danyx v sensornyx merezhas». [The logico-semantic model of the control of the routing of the flows in sensor networks]. Systemy upravlinnya, navigaciyi ta zvyazku, vol. 6, no. 52, pp.135-139.
3. Bertsekas D. (1989). Seti peredachi dannyh. [Data networks]. М.: Mir. (in Russian).
4. Berkman L. N., Steklov V. K. (2002). Proektuvannya telekomunikacijnyx mrezezh. [Design of telecommunication networks]. К.: Tekhnika. (in Ukrainian).
5. Barabash O. V. (2004). Postroenie funkcionalno ustojchivyh raspredelennyh informacionnyh system. [Construction of functionally stable distributed information systems]. К.: NAOU. (in Russian).
6. Pospelov D. A. (1986). Sytuacyonnoe upravlenye: teoryya i praktyka. [Situational management: theory and practice]. М.: Nauka. (in Russian).
7. Pospelov G. S. (1988). Iskusstvennyj intellekt – osnova novoj informacionnoj tekhnologii. [Artificial intelligence - the basis of new information technology]. М.: Nauka. (in Russian).
8. Pontryagin L. S. (1986). Osnovy kombinatornoj topologii. [Basics of combinatorial topology]. М.: Nauka. (in Russian).
9. Kucheryavyj, A. E. i Cuprikov A. L. (2006). Seti svyazi sleduyushchego pokoleniya. [Next generation communication networks]. М. : FGUP CNIIS. (in Russian).
10. Rihter K. (1985). Dinamicheskie zadachi diskretnoj optimizacii. [Dynamic discrete optimization problems]. М.: Radio i svyaz. (in Russian).

11. Bershadskij A. M., Kurilov L. S. i Finogeev A. G. (2012). «Obzor metodov marshrutizacii v besprovodnyh sensoryh setyah». [Overview of routing methods in wireless sensor networks]. Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Povolzhskij region. Tekhnicheskie nauki, vol. 1, no. 21, pp. 47–57.
12. Papadimitru H. i Stajglic K. (1985). Kombinatornaya optimizaciya. Algoritmy i slozhnost. [Combinatorial optimization. Algorithms and complexity]. M.: Mir. (in Russian).
13. Pavlov V.V. (1982). Konflikty v tekhnicheskikh sistemah. [Conflicts in technical systems]. K: Vishcha shkola. (in Russian).
14. Mihalevich V. S., Trubin V. A. i Shor N. Z. (1986). Optimizacionnye zadachi proizvodstvenno- transportnogo planirovaniya: modeli, metody, algoritmy. [Optimization problems of production and transport planning: models, methods, algorithms]. M.: Nauka. (in Russian).
15. Kuncovich V. M. (2006). Upravlenie v usloviyah neopredelennosti: garantirovannye rezultaty v zadachah upravleniya i identifikacii. [Management under uncertainty: guaranteed results in management and identification tasks]. K: Naukova dumka. (in Russian).
16. Semko O. V. i Semko V. V. (2014). «Doslidzhennya vlastyvostej rishennya zadachi konfliktu za metodom integralnogo usikannya variantiv». [Investigation of the properties of the solution of the conflict problem by the method of integral truncation of variants]. Problemy informatyzaciyi ta upravlinnya, vol. 2. no. 46, pp. 60-71.
17. Karpov V. E. (2011). Klassicheskaya teoriya kompilyatorov. [Classical theory of compilers]. M.: MGIEHM. (in Russian).
18. Konkov V. G. i Pupkov K. A. (2003). Intellektualnye sistemy. [Intellectual systems]. M.: Izdatelstvo MGTU im. N. E. Baumana. (in Russian).

*Стаття надійшла до редакції 09.01.2019.*

**О.О. КРЯЖИЧ, О.В. КОВАЛЕНКО, В.О. ГРИЦИШИН**

## **ЗАДАЧА ОПИСУ ЗАБРУДНЕНОЇ ТЕРИТОРІЇ З МІНІМІЗАЦІЄЮ ТОЧОК ЗАБОРУ ПРОБ**

***Анотація.** В статті представлені попередні результати роботи з удосконалення способу дослідження екологічного стану території при техногенному забрудненні. Велика кількість ітерацій, що використовуються при розрахунках за зазначеним способом, призводить до утворення і накопичення похибок, які впливають на побудову подальших прогнозів. В роботі запропоновано криву руху (відбору проб) на пересіченій місцевості, за вектором напрямку розбиту на інтервали, які описуються потім з використанням елементарних та базових тригонометричних функцій. Для мінімізації похибок у цьому випадку пропонується використовувати нев'язки. Представлена практична апробація у вигляді демо-версії програми з внесенням удосконалення до алгоритму. Отримані результати, після додаткової апробації, планується використати в новій версії програми «Випадкова точка».*

***Ключові слова:** спосіб, функція, нев'язка, ітерація, полюсна точка.*

**DOI: 10.35350/2409-8876-2019-14-1-20-32**

### **Вступ**

При розробці способу дослідження екологічного стану території при техногенному забрудненні [1] та апробації програмної реалізації [2] з самого початку роботи велися за двома напрямками – дослідження міграції радіоізоотопу водню тритію [3] та розповсюдження хімічних речовин на поверхні ґрунту техногенно навантажених територій. За обома напрямками однією із задач дослідження виступало питання мінімізації точок забору проб, необхідних для отримання даних щодо забруднення території, при підвищенні точності опису території програмним засобом.

Актуальність роботи полягала у наступному: використання методу Дж. Зойтендейка передбачає виконання певної кількості ітерацій та визначення полюсних точок, в яких і відбувається забір проб та введення до розрахунку забруднення даних вимірів. За умов відносно незначної за площею території, кількість ітерацій невелика. Проте, якщо територія має велику площу або якщо це сильно пересічена територія (яри, русла, котловани, щільна забудова), то кількість ітерацій зростає, збільшується кількість полюсних точок і, відповідно, починає виникати помилка наближення, яка має вплив на подальший прогноз розповсюдження забруднення на такій території.

Сам спосіб опису, як і програмна реалізація, передбачає надання такого інструменту досліднику, що дозволяв би отримати максимально можливі дані з мінімальної кількості полюсних точок для побудови адекватної моделі забруднення. Тобто, в результаті використання такої програми дослідник має як можна менше знаходитися на забрудненій території, але отримувати при

цьому максимально точний результат для подальшої роботи з побудови прогнозних моделей.

Мета роботи – вдосконалення способу дослідження екологічного стану території при техногенному забрудненні з мінімізацією точок забору проб та представлення деяких результатів практичної апробації зазначеного способу.

Зазначена мета досягається за допомогою наступних задач:

- провести дослідження та обґрунтування вибору підходу до вдосконалення способу дослідження екологічного стану території при техногенному забрудненні;

- запропонувати підхід до удосконалення способу опису та його програмної реалізації із застосуванням нев'язок для мінімізації кількості точок, які необхідні для отримання адекватного результату з побудови моделі забрудненої території;

- довести можливість та ефективність використання запропонованого вдосконалення.

## 1. Аналіз літературних джерел за темою дослідження

У практиці моделювання виникнення та розвитку різноманітних екологічних ризиків, техногенних аварій та інших надзвичайних подій [4], пов'язаних із забрудненням навколишнього середовища, часто виникає задача розповсюдження небезпечних речовин в часі на сильно пересіченій місцевості. Такі нерівності на поверхні можна описати з використанням яружної функції [5]. Вирішення подібної задачі за допомогою лінійних функцій призведе до її неадекватності, оскільки у даному випадку існує ряд нелінійних обмежень, які можна подолати за допомогою методів можливих напрямків [6–8]. Але в існуючих програмних продуктах, наприклад [9], зони ураження будуть представлені колами, півколами або секторами з кутовим розміром і радіусом, що не відображає реального стану забруднення місцевості. Для адекватності побудованих моделей забруднення, деякі зі способів дослідження навколишнього середовища при його забрудненні реалізовані в інструментах моделювання геоінформаційних систем (GRASS GIS, ArcGIS, Quantum GIS та ін.), що дозволяють поєднувати зображення територій з табличною інформацією про стан території [10].

Для вирішення задачі опису забрудненої території, яка дозволить більш точно описати забруднення деякої ділянки земної поверхні, в роботі використано підхід багаторазової обробки даних (ітерацій) з метою поступового наближення до найкращого результату [11].

Методи побудови ітераційних формул відомі з початку виникнення математики як науки [12]. Але розвиток вчення та отримання ітераційних формул високих порядків пов'язують з роботами П.Л. Чебишова [13], Е. Шредера [14] та Й.Г. Ламберта [15]. Ітерації високого порядку розглянуті в роботах О.П. Доморяда, який втілює деякі аспекти цього у своїх роботах з математичних ігор [16], Ф. Хільдебранда з відомим вирішенням крайової задачі в прикладній математиці [17], Ш.С. Микеладзе щодо вирішення інтегральних рівнянь та методів математичного аналізу [18], Дж. Трауба із запропонованням підходів ітераційного методу вирішення рівнянь [19]. Дослідниками розглядаються підходи до отримання базових послідовностей ітераційних формул при розкладанні в ряд Тейлора [20], використання

інтерполяційних багаточленів [21], апроксимації Паде [22], різноманітних дробових розкладань та наближень [23]. Проте зазначені методи і підходи не стосувалися випадку, коли функція задається в неявному вигляді, що було розглянуто Г.С. Теслером [24] для використання в задачах підвищення швидкодії апаратної складової гарантоздатних інформаційних систем [25]. Останній підхід, за допомогою модифікації методу Чебишова [26], і застосований для виконання мети роботи. А за критерієм оптимального використання інформації [19, 27] такий підхід і, частково, О.П. Доморяда [28] дозволяє оптимально оперувати базовими послідовностями ітераційних формул, навіть якщо мова йде про неповнорозрядну інформацію [27]. Це призводить до зменшення похибок округлення в технології програмування [29], що важливо для забезпечення сходження алгоритмів, а з виникненням можливості широкого розгалужування процесів відбору інформації при запиті можна створювати розпаралелювання циклічних процесів за допомогою ітераційних формул з врахуванням помилки початкового наближення [19].

## 2. Постановка задачі

Для досягнення поставленої мети при зборі та обробці даних слід забезпечити повноту, несуперечливість і своєчасність інформації, яка використовується при моделюванні, що у разі програмної реалізації забезпечить живучість інформаційної системи в часі.

Повноту інформації можна представити як міру достатності інформації для вирішення певної задачі [30] або як можливість подати всі значення істини з множини логічних операцій за допомогою формул з елементів цієї множини [31]. Це можна описати за допомогою двох множин  $A$  і  $B$  через оператори диз'юнкції («або»,  $\vee$ ) та імплікації («якщо, то»,  $\rightarrow$ ):

$$A \vee B := (A \rightarrow B) \rightarrow B.$$

Несуперечність можна визначити у якості властивості системи, з якої не можна вивести поняття суперечності [32], коли одна множина параметрів заперечує іншу. У логічному вираженні це можна представити як хибу [31] або неоднозначність. Тобто, не можна визначити як істину два поняття, що впливає з закону суперечності і виражається через оператори заперечення ( $\neg$ ) та кон'юнкцію («та»,  $\wedge$ ) як оператор істинності:

$$\neg (A \wedge \neg A).$$

Своєчасність може означати надходження інформації в зручний або призначений час [30]. Вона може бути представлена за підходом [33] математичною залежністю інформації від відрізка часу  $[t_0 - t_k]$ , на якому ця інформація є актуальною.

Виходячи з наведених визначень, живучість інформаційної системи можна визначити через категорію релевантності інформації, яка надається, але не просто як її відповідність потребам користувача [34], а як можливість представити повну та несуперечну інформацію в межах зміни події на часовому відрізку.

Врахування викладеного дозволяє досліднику побудувати власний шлях дослідження, який більше підходить для реалізації поставлених задач.

### 3. Територія та час проведення дослідження

Дослідження проводилися в місті, що є центром хімічної промисловості Луганської області – Северодонецьку, у 2017-2018 рр. Нині м. Северодонецьк – обласний центр Луганщини. Містоутворюючим підприємством є ПАТ Северодонецьке об'єднання «Азот», яке працює з 1951 року і є третім за розміром в Україні з виробництва аміаку та одним з найбільших в Європі з виробництва добрив, метанолу, вінілацетату та ряду іншої хімічної продукції. З моменту початку військової операції на Сході України підприємство працює періодично [35]. Обрана територія для дослідження – міський парк, площею 14 Га, розташований на півночі м. Северодонецька (рис. 1).

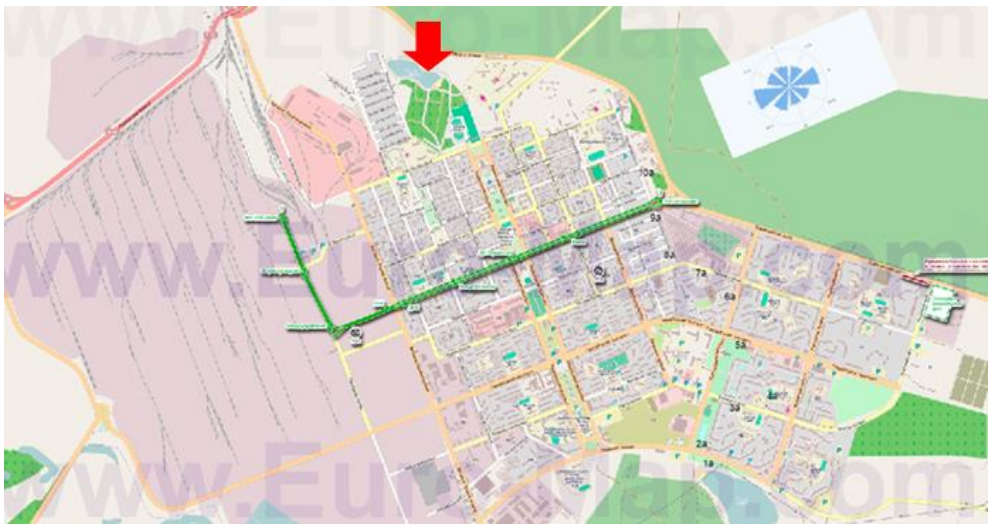


Рисунок 1 – Територія дослідження на плані м. Северодонецьк

Дослідження проводилися як за відомим методом «конверту» [36], так і за способом дослідження екологічного стану території при техногенному забрудненні з деякими удосконаленнями. Точки дослідження за методом «конверту» наведені на рис. 2. Для цього було обрано 150 квадратів зі сторонами 1 x 1 м, з кожного квадрату взято 5 проб ґрунту, які змішувалися в одну пробу для проведення спектрального аналізу.



Рисунок 2 – Точки відбору проб для спектрального аналізу

На рис. 2 більшими цифрами від 1 до 5 визначені місця відбору рослин для спектрального аналізу наявності важких металів в біомасі.

Точки відбору проб за способом дослідження екологічного стану території при техногенному забрудненні були визначені за допомогою програми «Випадкова точка» [2].

#### 4. Математичний апарат вдосконалення способу дослідження екологічного стану території при техногенному забрудненні

Велику сильно пересічену територію важко розбити на рівні квадрати зони дослідження. За допомогою програми «Випадкова точка» можна визначити масив полюсних точок, з яких будуть зібрані дані із забруднення та побудована модель. Проте при вирахуванні функцій, за якими будуються напрями руху (відбору проб), виникатимуть помилки наближення, які будуть накопичуватися. Помилки також будуть виникати при отриманні точки, яка лежить не на рівній поверхні у порівнянні з початковою точкою, а деякі отримані полюсні точки можуть бути недосяжними для забору проб через щільну забудову території. У цьому випадку рух за вектором можливий або зі зменшенням кроку або з розкладанням функції за нев'язками.

Нев'язка використовується тоді, коли точне значення функції невідоме або, інакше, як показник відхилення апроксимації від точного рішення. Нев'язка може бути використана при реалізації підходу за методом Дж. Зойтендейка [8], коли, при здійсненні чергового кроку, необхідно отримати рішення на інтервалі, який описується деякою функцією  $y = f(x)$ . У цьому випадку величина нев'язки  $Z_0 = F(x, y_0)$  характеризує близькість початкового наближення  $y_0$  до шуканої функції. Параметр  $y_0$  виступає елементом наближення до умов застосування, і чим більше він наближується до функції  $y = f(x)$ , тим більше наближується до 0 величина нев'язки. Такі



дії вимагають перетворень з врахуванням мінімізації похибок, які виникатимуть в процесі зазначених дій. Для реалізації такої задачі більш раціональним є використання таблиць ряду широко вживаних функцій та розкладання функцій в ряди за похибками. За основу перетворення функцій в ряди за похибками, наприклад, може бути взятий ряд послідовних ітераційних формул, оптимальних за Траубом [19].

Вказаний підхід дозволяє отримати вірогідне найбільш оптимальне рішення за параметрами, заданими за допомогою функції, та з врахуванням обмежень, у тому числі нелінійних. При описі місцевості, яка задана яружною функцією, це дозволяє у складних випадках здійснювати кроки в різні боки від заданого вектора таким чином, щоб отримати найбільш відповідний результат або результати з мінімальною похибкою у значенні. Наприклад, сам вектор руху на місцевості можна розбити на відрізки, які описати потім з використанням елементарних функцій  $(1 + x)^n$ ,  $x^a$ ,  $e^x$ ,  $\ln x$ ,  $\arcsin x$ ,  $\arccos x$ ,  $\arctg x$  через взаємно-обернені функції, у інших випадках застосувати нев'язки при вирішенні функціональних рівнянь.

Припустимо, що якийсь відрізок на векторі руху може бути описаний експонентою  $y = e^x$  (рис. 3). При вирішенні функції можна отримати координати нових точок забору проб.

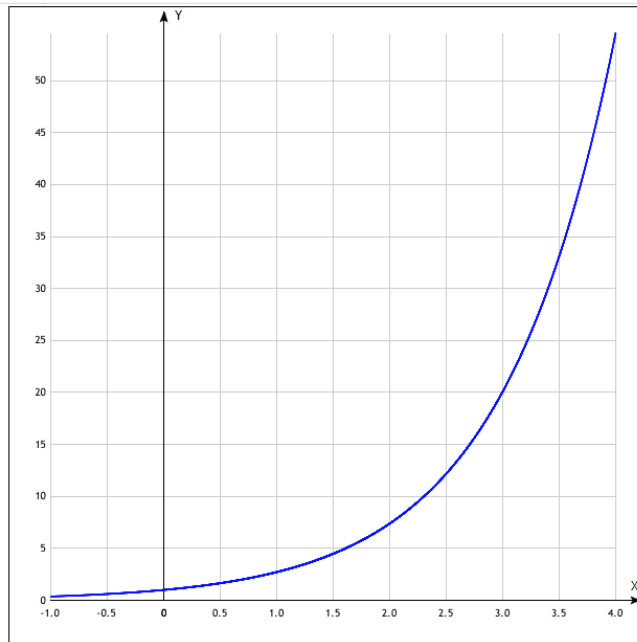


Рисунок 3 – Графік функції  $y = e^x$

У цьому випадку функцію  $y = e^x$  можна розкласти в ряд нев'язок, використовуючи [27] та багаточлени Чебишова [13], що є узагальненим розкладанням ряду Тейлора [37]. Зробивши відповідні заміни за [27], можна перейти від  $z_0 \in [-\beta, \beta]$  до змінної  $u = z_0/\beta$ , забезпечуючи приналежність змінної до сегменту  $[-1, 1]$ . Для отримання вишукуваного розкладення, буде

проведена заміна у вихідному ряді нев'язок ступеня  $z_0$  на багаточлени Чебишова  $T_n(u)$ . При цьому враховується, що

$$1 = T_0(u), \quad z_0 = \beta u = \beta T_1(u), \quad z_0^2 = \beta^2 u^2 = \frac{1}{2} \beta^2 (T_0(u) + T_2(u)), \quad z_0^3 = \beta^3 u^3 = \frac{1}{4} \beta^3 (3T_1(u) + T_3(u))$$

і т. п.

Тоді приклад з відрізком, що описується експонентою

$$e^x = y_0 e^{z_0} = y_0 \sum_{k=0}^{\infty} z_0^k / k!,$$

де  $z_0 = x - \ln y_0 = x - x_0$ , можна записати, залишаючи при розкладанні три члени, наступним чином:

$$\begin{aligned} e^x &\approx y_0 \left( T_0(u) + \beta T_1(u) + \frac{1}{2!} \frac{1}{2} \beta^2 (T_0(u) + T_2(u)) + \frac{1}{3!} \frac{1}{4} \beta^3 (3T_1(u) + T_3(u)) \right) = \\ &= y_0 + \left( 1 + \beta^2 / 4 T_0(u) + (\beta + \beta^3 / 8) T_1(u) + \beta^2 / 4 T_2(u) + \beta^3 / 8 T_3(u) \right) \end{aligned}$$

Аналогічно вищевикладеному можна отримати розкладання функцій за нев'язками з використанням багаточленів Чебишова другого роду  $u_n(x)$ .

Подібні розкладання можуть ускладнити процес програмування, проте на початку було зазначено, що використовуються елементарні та базові тригонометричні функції. Тобто, розкладання їх за нев'язками може бути проведене заздалегідь або взяте з існуючих довідників та в табличному варіанті внесене до програми. При виконанні розрахунків за алгоритмом з виконання опису екологічного стану території необхідна функція та її нев'язка вибиратиметься з таблиці бази даних.

## 5. Результати

Для апробації вдосконалень до способу дослідження екологічного стану території при техногенному забрудненні з метою подальшого внесення змін до програмного продукту [2], була виконана демо-версія програми з використанням експоненціальної функції при описі кривої довкола озера (рис. 2). За допомогою програми «Випадкова точка» територія парку була розбита на свої зони дослідження (рис. 5), де за векторами та в полюсних точках, а також на кривій, описаній довкола озера, були відібрані проби ґрунту та виконані Інститутом геохімії, мінералогії та рудоутворення імені М.П. Семененка НАН України спектральні дослідження забруднення важкими металами. Усього було відібрано 80 проб ґрунту, на відміну від методу «конверту» у 150 проб.

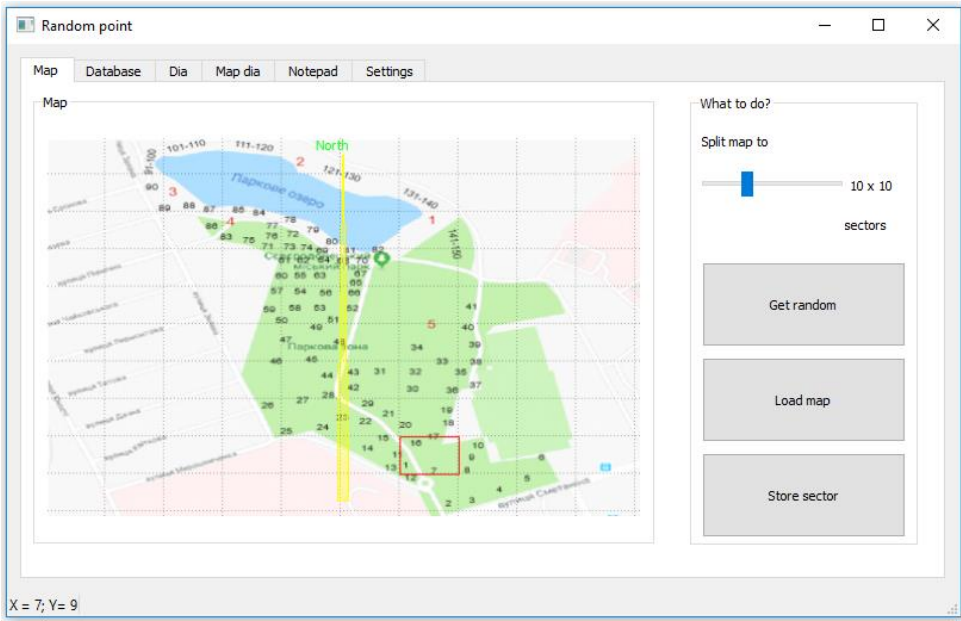


Рисунок 5 – Вибір зон дослідження за допомогою програми «Випадкова точка»

Результати вимірів були внесені до програми «Випадкова точка» з метою побудови карти забруднення важкими металами (рис. 6).

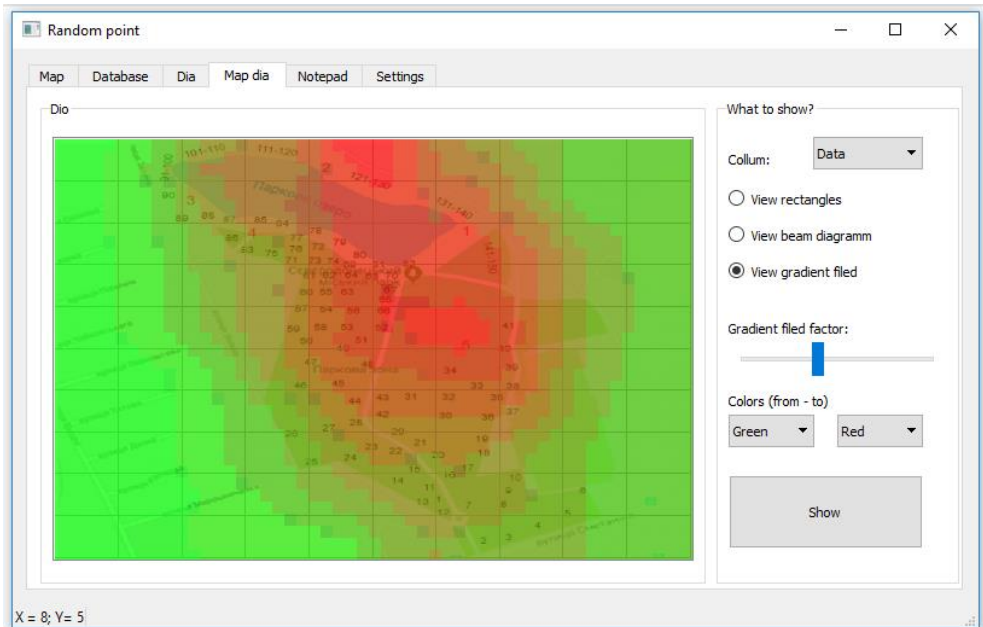


Рисунок 6 – Карта забруднення важкими металами, побудована за допомогою програми «Випадкова точка»

Отримані результати за вдосконаленим способом дослідження екологічного стану території при техногенному забрудненні дозволили створити карту місцевості, яка співпала з картою, побудованою на основі зібраних даних за методом «конверту». В цілому слід зазначити, що стан забруднення важкими металами території парку знаходиться в межах норми.

## Висновки

У даній роботі наведені попередні результати з удосконалення способу дослідження екологічного стану території при техногенному забрудненні.

Можна навести наступні висновки:

1) при розрахунку руху за векторами на сильно пересіченій території та здійсненні великої кількості ітерацій для досягнення шуканого результату, виникають помилки наближення, які можуть накопичуватися та призводити до неточного результату, особливо при прогнозуванні розповсюдження забруднення. У цьому випадку рух за вектором можливий або зі зменшенням кроку або з розкладанням функції за нев'язками;

2) в роботі запропоновано криву руху по пересіченій місцевості, за вектором напряму розбиту на інтервали. Ці інтервали описуються з використанням елементарних та базових тригонометричних функцій. У випадку, коли при здійсненні чергового кроку необхідно отримати рішення на інтервалі, який описується деякою функцією, використовується її нев'язка. Найкращим результатом є, коли величина нев'язки наближується до нуля;

3) представлена практична апробація у вигляді демо-версії програми з внесенням удосконалення до алгоритму з урахуванням мінімізації похибок, які виникатимуть в процесі зазначених дій. Визначено, що для виконання такої задачі більш раціональним є використання таблиць ряду широко живаних функцій та розкладання функцій в ряди за похибками.

Отриманий результат дозволив зменшити кількість точок відбору проб зі 150 до 80 при збереженні точності опису території на площі 14 Га.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Патент України на корисну модель 113110. Спосіб дослідження екологічного стану території при техногенному забрудненні / Ольга Олександрівна Кряжич, Олександр Васильович Коваленко // Зареєстровано в державному реєстрі патентів України на корисні моделі 10.01.2017.
2. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 67750 «Комп'ютерна програма з реалізації способу опису забрудненої території «Випадкова точка» («Випадкова точка (Random point)»). Автори: Кряжич Ольга Олександрівна, Коваленко Олександр Васильович. Дата заявки: 12.07.2016. Дата реєстрації: 12.09.2016.
3. Кряжич О.О., Коваленко О.В., Іванченко В.В. Спосіб опису забрудненої території: програмна реалізація // Математичне моделювання в економіці. – 2016. – №2. – С. 22–35.
4. Довгий О.С., Коржнев М.М., Трофимчук О.М., Чумаченко С.М., Яковлев Є.О. Екологічні ризики, збитки та раціональні межі використання надр в Україні. – К.: Ніка-Центр, 2013. – 314 с.

5. Трофимчук О.М., Кряжич О.О. Кусково-поліноміальна апроксимація яружних функцій // Технічні науки та технології : науковий журнал / Черніг. нац. технол. ун-т. – Чернігів : Черніг. нац. технол. ун-т, 2015. – № 1 (1). – С. 67-75.
6. Jan A. Snyman (2005). Practical Mathematical Optimization: An Introduction to Basic Optimization Theory and Classical and New Gradient-Based Algorithms. Springer Publishing. ISBN 0-387-24348-8.
7. Zangwill Willard I. Nonlinear Programming a Unified Approach. Englewood Cliffs, N.J. 1969. 312 p.
8. Zoutendijk G. Methods of feasible directions; a study in linear and nonlinear programming. Amsterdam, New York, Elsevier Pub. Co. – 1960. – 178 p.
9. Програмний виріб «Прогнозування та оцінка наслідків катастроф з хімічною речовиною на об'єктах ЗС України». Керівництво з адміністрування. ІКПЛ.466452.009 32. – Київ: ІПММС НАНУ, 2008 – 37 с.
10. Research Methods in Geography: A Critical Introduction / B. Gomez, J.P. Jones (Eds.). – Blackwell Publishing, 2010. – 459 p.
11. Saad Y. Iterative Methods for Sparse Linear Systems, 1st edition, PWS 1996.
12. Історія математики / Бевз В. Г. – Харків: Основа, 2006. – 171 с. – (Бібліотека журналу «Математика в школах України»: серія заснована в 2003 р.; вип. 2(38)). – Бібліогр.: с. 166–169. – ISBN 9663332867.
13. Чебышев П.Л. Полное собрание сочинений П.Л. Чебышева : [В 5 томах] / П.Л. Чебышев ; АН СССР. – М. ; Л. : Изд-во АН СССР, 1944–1951. - Т. 2. Математический анализ. – 1947. – 520 с., 1 л. портр.
14. Schröder, E., 1890–1905. Vorlesungen über die Algebra der Logik, 3 vols. Leipzig: B.G. Teubner. Reprints: 1966, Chelsea; 2000, Thoemmes Press.
15. Храмов Ю. А. Ламберт Иоганн Генрих (Lambert Johann Heinrich) // Физики: Биографический справочник / Под ред. А. И. Ахиезера. – Изд. 2-е, испр. и дополн. – М.: Наука, 1983. – С. 152. – 400 с.
16. Доморяд А.П. Математические игры и развлечения. – М.: ГИФМЛ, 1961. – 267 с.
17. Hildebrand F. Methods of Applied Mathematics. Prentice Hall, 1965. – 373 p.
18. Микеладзе Ш.Е. Численные методы математического анализа. М. «Гостехиздат», – 1953, – 526 с.
19. Traub J. F. Iterative Methods for the Solution of Equations, Prentice Hall, 1964. Reissued Chelsea Publishing Company, 1982; Russian translation MIR, 1985; reissued American Mathematical Society, 1998. - 264 p.
20. Greenberg, Michael (1998), Advanced Engineering Mathematics (2nd ed.), Prentice Hall, ISBN 0-13-321431-1.
21. Atkinson, Kendall A. (1988), «Chapter 3.», An Introduction to Numerical Analysis (2nd ed.), John Wiley and Sons, ISBN 0-471-50023-2.
22. George A. Baker, Jr.; Peter Graves-Morris. Padé approximants. Cambridge University Press. Encyclopedia of Mathematics and its Applications Series #59. 2010. 764 p. ISBN-13: 9780521135092.
23. Burden, Richard L.; Faires, J. Douglas (1985). "2.2 Fixed-Point Iteration". Numerical Analysis (3rd ed.). PWS Publishers. ISBN 0-87150-857-5.
24. Теслер Г.С. Обобщенные адаптивные аппроксимации функций. / Г.С. Теслер // Математические машины и системы – 1998 – №2. – С. 3–8.
25. Теслер Г.С. Концепция построения гарантоспособных вычислительных систем / Г.С. Теслер // Математичні машини і системи. – 2006. – №1. – С. 134-145.
26. Чебышев П. Л. Вычисление корней уравнений // Чебышев П. Л. Полное собрание сочинений. – Москва – Ленинград, 1951. – Т. 5. – С. 7 – 25.
27. Теслер Г.С. Новая кибернетика. – К.: Логос, 2004. – 404 с.
28. Александров П.С., Маркушевич А.И., Хинчин А.Я. (ред.) Энциклопедия элементарной математики. Книга 2. Алгебра. / Доморяд А.П. Численные и графические методы решения уравнений, с. 313-417. – М.-Л.: ГИТТЛ. – 1951. – 426 с.

29. Жоголев Е. А. Технология программирования. – М.: Научный мир. – 2004. – 216 с.
30. Плескач В. Л. Інформаційні системи і технології на підприємствах : підручник / В. Л. Плескач, Т. Г. Затонацька. – К. : Знання, 2011. – 718 с.
31. Філософський енциклопедичний словник / В. І. Шинкарук (голова редколегії) та ін. ; Л. В. Озадовська, Н. П. Поліщук (наукові редактори) ; І. О. Покаржевська (художнє оформлення). – Київ : Абрис, 2002. – 742 с. – ISBN 966-531-128-X.
32. Кондаков Н. И. Введение в логику. – Москва: «Наука», 1967. – 467 с.
33. Коваленко О.В. Концептуальні основи створення бази даних наукового експерименту та спостереження / О.В. Коваленко // Математичні машини і системи. – 2016. – №2. – С. 91-101.
34. Словарь по кибернетике / Под редакцией академика В. С. Михалевича. – 2-е. – Киев: Главная редакция Украинской Советской Энциклопедии имени М. П. Бажана, 1989. – 751 с. – ISBN 5-88500-008-5.
35. Сєверодонецький «Азот» випустив перші 1,5 тис. тонн карбаміду після тривалої перерви. Електронний ресурс – Режим доступу: <http://uprom.info/news/himachal/syevyeronetskiy-azot-vipustiv-pershi-1-5-tis-tonn-karbamidu-pislya-trivaloyi-perervi/>
36. ДСТУ ISO 10381-2:2004 Якість ґрунту. Відбирання проб. Частина 2. Настанови з методів відбирання проб.
37. Филер З. Е. Об одном обобщении формулы Тейлора и её применении к решению дифференциальных уравнений // УМЖ. – 1981. – Т. 33, – №1. – С. 123-128.

## REFERENCES

1. Patent of Ukraine for utility model 113110. The method of investigation of ecological condition of the territory in the technogenic contaminated / Olha Oleksandrivna Kryazhych, Oleksandr Vasylovych Kovalenko // Registered in the State Register of Patents of Ukraine for utility models 10.01.2017.
2. Certificate of Registration of Copyright in the works № 67750 «Computer program for the implementation of the method of description of the contaminated area «Random point» («Vypadkova tochka»). Authors: Kryazhych Olha Oleksandrivna, Kovalenko Oleksandr Vasylovych. Application date: 12.07.2016. Registration date: 12.09.2016.
3. Kryazhych O.O., Kovalenko O.V., Ivanchenko V.V. A way to describe contaminated area: software implementation // Mathematical modeling in Economy. – 2016. – №2. – P. 22–35.
4. Dovhyi O.S., Korzhniev M.M., Trofymchuk O.M., Chumachenko S.M., Yakovlev Ye.O. Environmental risks, losses and rational limits of subsoil use in Ukraine. – K.: Nika-Tsentr, 2013. – 314 p.
5. Trofymchuk O.M., Kryazhych O.O. Piecewise-polynomial approximation of the ravine functions // Technical Sciences and technologies: scientific journal / Chernih. nats. tekhnol. un-t. – Chernihiv : Chernih. nats. tekhnol. un-t, 2015. – № 1 (1). – P. 67-75.
6. Jan A. Snyman (2005). Practical Mathematical Optimization: An Introduction to Basic Optimization Theory and Classical and New Gradient-Based Algorithms. Springer Publishing. ISBN 0-387-24348-8.
7. Zangwill Willard I. Nonlinear Programming a Unified Approach. Englewood Cliffs, N.J. 1969. 312 p.
8. Zoutendijk G. Methods of feasible directions; a study in linear and nonlinear programming. Amsterdam, New York, Elsevier Pub. Co. – 1960. – 178 p.
9. Software product "Forecasting and assessment of the consequences of accidents with chemical substances at the facilities of the armed forces of Ukraine". Administration guide. IKPL.466452.009 32. – Kyiv: IMMSP NASU, 2008 – 37 p.
10. Research Methods in Geography: A Critical Introduction / B. Gomez, J.P. Jones (Eds.). – Blackwell Publishing, 2010. – 459 p.

11. Saad Y. Iterative Methods for Sparse Linear Systems, 1st edition, PWS 1996.
12. History of mathematics / Bevz V. H. – Kharkiv: Osnova, 2006. – 171 p. – (Library of the journal "Mathematics in schools of Ukraine": the series is based in 2003 ; Vol. 2(38)). – Ref.: p. 166–169. – ISBN 9663332867.
13. Chebyshev P.L. Complete Chebyshev's works : [In 5 volumes] / P.L. Chebyshev ; USSR ACADEMY OF SCIENCES. – M. ; L. : Publ. USSR AS, 1944–1951. - V. 2. Mathematical analysis. – 1947. – 520 p.
14. Schröder, E., 1890–1905. Vorlesungen über die Algebra der Logik, 3 vols. Leipzig: B.G. Teubner. Reprints: 1966, Chelsea; 2000, Thoemmes Press.
15. Khramov Yu. A. Lambert Johann Heinrich // Physics: Biographical dictionary / edit. A. Y. Akhyezer. – M.: Nauka, 1983. – 400 p.
16. Domoriad A.P. Math games and fun. – M.: GITTL, 1961. – 267 p.
17. Hildebrand F. Methods of Applied Mathematics. Prentice Hall, 1965. – 373 p.
18. Mykeladze Sh.E. Numerical methods of mathematical analysis. M. «Hostekhizdat», – 1953, – 526 p.
19. Traub J. F. Iterative Methods for the Solution of Equations, Prentice Hall, 1964. Reissued Chelsea Publishing Company, 1982; Russian translation MIR, 1985; reissued American Mathematical Society, 1998. - 264 p.
20. Greenberg, Michael (1998), Advanced Engineering Mathematics (2nd ed.), Prentice Hall, ISBN 0-13-321431-1.
21. Atkinson, Kendell A. (1988), «Chapter 3.», An Introduction to Numerical Analysis (2nd ed.), John Wiley and Sons, ISBN 0-471-50023-2.
22. George A. Baker, Jr.; Peter Graves-Morris. Padé approximants. Cambridge University Press. Encyclopedia of Mathematics and its Applications Series #59. 2010. 764 p. ISBN-13: 9780521135092.
23. Burden, Richard L.; Faires, J. Douglas (1985). "2.2 Fixed-Point Iteration". Numerical Analysis (3rd ed.). PWS Publishers. ISBN 0-87150-857-5.
24. Tesler H.S. Generalized adaptive approximations of functions // Mathematical machines and systems.– 1998 – №2. – P. 3–8.
25. Tesler H.S. The concept of construction of dependable computing systems // Mathematical machines and systems. – 2006. – №1. – P. 134-145.
26. Chebyshev P.L. Complete Chebyshev's works : [In 5 volumes] / P.L. Chebyshev ; USSR ACADEMY OF SCIENCES. – M. ; L. : Publ. USSR AS, 1944–1951. - V.5. Calculation of roots of equations. 1951. P. 7 – 25.
27. Tesler H.S. New Cybernetics. – K.: Lohos, 2004. – 404 p.
28. Aleksandrov P.S., Markushevych A.I., Khynchyn A.Ya. Encyclopedia of elementary mathematics. Book 2. Algebra. / Domoriad A.P. Numerical and graphical methods for solving equations. p. 313-417. – M.-L.: GITTL. – 1951. – 426 p.
29. Zhoholev E. A. Programming technology. – M.: Nauchnyi mir. – 2004. – 216 p.
30. Pleskach V. L. Information systems and technologies in enterprises: textbook / V. L. Pleskach, T. H. Zatonatska. – K. : Znannia, 2011. – 718 p.
31. Philosophical encyclopedic dictionary / V. I. Shynkaruk (head of editorial board) et al.; L. V. Ozadovska, N. P. Polishchuk (scientific editors). – K. : Abrys, 2002. – 742 p. – ISBN 966-531-128-X.
32. Kondakov N. I. Introduction to logic. – M.: Nauka, 1967. – 467 p.
33. Kovalenko O.V. Conceptual bases of creation of a database of scientific experiment and observation // Mathematical machines and systems. – 2016. – №2. – P. 91-101.
34. Dictionary of Cybernetics / Edited by academician V. S. Mikhalevich. – II. – K.: The main edition of Ukrainian Soviet Encyclopedia named after M. P. Bazhan, 1989. – 751 p. – ISBN 5-88500-008-5.
35. Severodonetsk "Azot" produced the first 1.5 thousand tons of urea after a long break. Electronic resource: <http://uprom.info/news/himachal/syevyerodonetskiy-azot-vipustiv-pershi-1-5-tis-tonn-karbamidu-pislya-trivaloyi-pererivi/>

36. DSTU ISO 10381-2:2004. Quality of soil. Sampling. Part 2. Instruction of the methods of obtaining samples.

37. Filer Z. E. On a generalization of the Taylor's formula and its application to the solution of differential equations // UMJ. – 1981. – Vol. 33, – №1. – P. 123-128.

*Стаття надійшла до редакції 28.02.2019.*



УДК 681.5.01: 629.52.7

<http://orcid.org/0000-0002-2040-1613>  
<http://orcid.org/0000-0001-9920-4879>  
<http://orcid.org/0000-0002-3420-1613>  
<http://orcid.org/0000-0002-8273-2306>  
<http://orcid.org/0000-0003-2640-4735>  
<http://orcid.org/0000-0002-3672-8242>  
<http://orcid.org/0000-0003-4447-9415>

**О.А. МАШКОВ, В.М. ТРИСНЮК, Ю.В. МАМЧУР, С.В. ЖУКАУСКАС,  
С.А. НІГОРОДОВА, Т.В. ТРИСНЮК, О.В. КАЩИШИН**

**ТЕХНОЛОГІЯ СИНТЕЗУ АЛГОРИТМУ КЕРУВАННЯ ДЛЯ  
ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ СТАБІЛІЗАЦІЇ ДИСТАНЦІЙНО ПІЛОТОВАНОГО  
ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ  
ДЛЯ ОПЕРАТИВНО ПРОГРАМОВАНОЇ ТРАЄКТОРІЇ**

***Анотація.** В статті запропонована технологія синтезу алгоритму керування для забезпечення стабілізації дистанційно пілотованого літального апарату на оперативно програмованій траєкторії. Розроблено алгоритм керування детермінованою багатовимірною автоматичною системою, який забезпечує стабілізацію об'єкта керування (дистанційно пілотованого літального апарату) на оперативно програмованій траєкторії. При цьому формування програмної траєкторії здійснюється дистанційно оператором по каналу зв'язку з ДПЛА. Запропоновану технологію синтезу алгоритму керування доцільно застосовувати для забезпечення стабілізації дистанційно пілотованого літального апарату на оперативно програмованій траєкторії в детермінованій постановці. Показано, що процес оптимізації за обґрунтованою технологією має високу швидкість збіжності. Практично за 3 цикли наближення досягається стає значення функціонала, що мінімізується, що дозволяє здійснювати синтез керування у процесі польоту дистанційно пілотованого літального апарату в реальному часі.*

***Ключові слова:** зворотна задача динаміки, перехідний процес, програмна траєкторія руху, система керування, час перехідного процесу, якість керування.*

**DOI: 10.35350/2409-8876-2019-14-1-33-47**

**Вступ**

Відомо, що ефективне керування дистанційно пілотованим літальним апаратом (ДПЛА) передбачає вибір і здійснення найкращої програми дій для досягнення бажаного стану керованого об'єкта (виходячи з його певного початкового стану) через вплив на параметри управління. Критерієм оптимального керування можуть бути різні технічні, економічні та інші показники функціонування ДПЛА.

---

© О.А. Машков, В.М. Триснюк, Ю.В. Мамчур, С.В. Жукаускас,  
С.А. Нігородова, Т.В. Триснюк, О.В. Кащисин, 2019

Розгляду питання аналітичного конструювання алгоритмів керування складними динамічними об'єктами присвячено багато праць, серед яких особливо доцільно відзначити праці видатних вчених Р. Белмана, Л.С. Понтрягіна, Р.В. Гамкрелідзе, Е.Ф. Мищенко, М.М. Красовського, О.А. Красовського, О.М. Льютова, Л.А. Ростригіна, А.Я. Лернера, В.Т. Болтянського та ін. Проблеми оптимального керування літальними апаратами присвячено праці українських вчених В.М. Кунцевича, А.Є. Асланяна, М.С. Сівова, А.А. Туніка, Л.М. Блохіна, В.М. Азарського, О.І. Лисенка та ін. Разом з тим, незважаючи на їх значний науковий доробок, на наш погляд, недостатньо дослідженим залишається питання оперативного синтезу алгоритмів оптимального керування в реальному часі при змінах польотних завдань літального апарату [1–8].

Оптимальне керування має теоретичні, обчислювальні та прикладні аспекти. Так, реальна поведінка об'єкта або системи може відрізнитися від бажаної (програмної) за рахунок впливу зовнішніх факторів, неточності у початкових даних, неточності реалізації програмного управління тощо. Тому для мінімізації відхилення поведінки об'єкта від оптимальної зазвичай використовується система автоматичного керування.

## 1. Загальна постановка задачі, об'єкт, предмет та мета досліджень

Особливість системи керування ДПЛА полягає в тому, що у зв'язку зі змінами польотних завдань потрібно корегувати алгоритми керування. Це потребує формування відповідних алгоритмів керування у реальному часі польоту ДПЛА. Існуючі підходи до оптимального керування передбачають обчислювальні процедури, які у реальному часі не можуть бути реалізовані на ДПЛА. Тому проблематика розробки та впровадження систем оптимального керування ДПЛА є актуальною. Метою статті є обґрунтування технології синтезу алгоритму керування для забезпечення стабілізації дистанційно пілотованого літального апарату на оперативно програмованій траєкторії в детермінованій постановці.

## 2. Виклад основного матеріалу дослідження

Розглянемо алгоритм керування детермінованою багатовимірною автоматичною системою [9, 10] такою, що забезпечує стабілізацію об'єкта керування (дистанційно пілотованого літального апарату) на оперативно програмованій траєкторії. При цьому формування програмної траєкторії здійснюється дистанційно оператором по каналу зв'язку з ДПЛА.

Початкове рівняння керуваного детермінованого руху ДПЛА приймає вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX(t) + BU(t), \quad Z(t) = HX(t), \\ U(x) &= CZ(t) = CHX(t). \end{aligned} \quad (1)$$

Тут  $X(t)$  –  $n$ -вимірний вектор фазових координат об'єкта керування;  $U(t)$  –  $m$ -вимірний вектор керуючих функцій;  $Z(t)$  –  $l$ -вимірний вектор вимірювань.

Вважаємо матриці  $A, B, H, C$  заданими.

Нехай оперативно програмована траєкторія руху ДПЛА  $X^*(t)$  задана диференціальним рівнянням

$$X^*(t) = \Gamma X^*(t), \quad X^*(0) = X_0. \tag{2}$$

Приймемо, що характер зміни функцій  $\{X_i(t)\}$ ,  $i = \overline{1, n}$  відповідає бажаній динаміці проєктованої системи при її русі  $X(t) \rightarrow O_{(n)}$ . Функції  $\{X_i^*\}$ ,  $i = \overline{1, n}$  можуть бути задані з урахуванням фізичного змісту задачі і визначені не тільки у вигляді рішень диференціального рівняння (2), але й у вигляді аналітичних залежностей.

Потрібно знайти матрицю  $C$  розмірності  $(m, k)$  закону керування в результаті наближення траєкторії  $X(t) \rightarrow X^*(t)$ . Ступінь наближення може характеризуватися функціоналом

$$J(c) = \int_0^T [X(t) - X^*(t)]^T V [X(t) - X^*(t)] dt. \tag{3}$$

Мінімізація функціонала  $J(c)$  забезпечує наближення  $X(t) \rightarrow X^*(t)$ . Найчастіше матриця  $V$  вибирається діагональною, елементи якої зворотно пропорційні квадратам максимально допустимих відхилень поточних координат  $X_i(t)$  від еталонних координат  $X_i^*(t)$ , тобто

$$V = \text{diag}\{[X_i(t) - X_i^*(t)]_{\text{макс}}^{-2}\}, \quad i = \overline{1, n}. \tag{4}$$

Отже, розглядаємо задачу визначення оптимальних параметрів  $\{c_{ij}\}$  закону керування, при яких досягається мінімум  $J(c)$ .

Для вирішення даної задачі перетворимо початкові рівняння (1). З цією метою введемо  $k$  векторів, утворених із стовпців матриці  $C$ :

$$\begin{aligned} c_1^T &= [c_{11} \ c_{21} \ \dots \ c_{m1}] \\ c_2^T &= [c_{12} \ c_{22} \ \dots \ c_{m2}] \ . \\ &\dots\dots\dots \\ c_k^T &= [c_{1k} \ c_{2k} \ \dots \ c_{mk}] \end{aligned} \tag{5}$$

Крім того, з рядків матриці  $H$  визначимо також  $k$  векторів:

$$\begin{aligned} h_1^T &= [h_{11} \ h_{12} \ \dots \ h_{1n}] \\ h_2^T &= [h_{21} \ h_{22} \ \dots \ h_{2n}] \ . \\ &\dots\dots\dots \\ h_k^T &= [h_{k1} \ h_{k2} \ \dots \ h_{kn}] \end{aligned} \tag{6}$$

З урахуванням прийнятих позначень (5), (6)

$$CH = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_k] \begin{bmatrix} h_1^T \\ h_2^T \\ \dots \\ h_k^T \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^k c_i h_i^T. \tag{7}$$

Таким чином, рівняння системи (1) можна представити у вигляді:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) = F(X, U), \tag{8}$$

$$U = \left( \sum_{i=1}^k c_i h_i^T \right) X = G(X, C). \tag{9}$$

Приймаючи  $C = C^0 + \delta$ , введемо  $(n, m)$  – матриці чутливості вектора стану керованої системи по відношенню до змін її параметрів:

$$\psi_i(t, C^0) = \left[ \frac{\partial X(t, C)}{\partial C_i} \right]_{\delta=0}, \quad i = \overline{1, k}. \tag{10}$$

Крім того, введемо  $(m, m)$  – матриці чутливості керуючих функцій:

$$\theta_i(t, C^0) = \left[ \frac{\partial U(t, C)}{\partial C} \right]_{\delta=0}, \quad i = \overline{1, k}. \tag{11}$$

Знайдемо співвідношення для визначення  $\psi_i, \theta_i$ . З урахуванням (8), (9) маємо:

$$\frac{\partial \dot{X}(t, C)}{\partial C_i} = F_X \frac{\partial X(t, C)}{\partial C_i} + F_U \frac{\partial U(t, C)}{\partial C_i} \tag{12}$$

$$\frac{\partial U(t, C)}{\partial C_i} = G_X \frac{\partial X(t, C)}{\partial C_i} + G_{C_i}(x, C), \tag{13}$$

де

$$F_X \triangleq \frac{\partial F(x, u)}{\partial X}, \quad F_U \triangleq \frac{\partial F(x, u)}{\partial U},$$

$$G_X \triangleq \frac{\partial G(x, C)}{\partial X}, \quad G_{C_i} \triangleq \frac{\partial G(x, C)}{\partial C_i}.$$

Відповідно до (8), (9) маємо:

$$F_X = A, \quad F_U = B, \quad G_X = \sum_{i=1}^k c_i h_i^T, \quad G_{C_i} = h_i^T X(t, C). \quad (14)$$

Підставляючи (14) в (12) і (13), отримаємо:

$$\frac{\partial X(t, C)}{\partial C_i} = A \frac{\partial X(t, C)}{\partial C_i} + B \frac{\partial U(t, C)}{\partial C_i}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial U(t, C)}{\partial C_i} = \left( \sum_{i=1}^k c_i h_i^T \right) \frac{\partial X(t, C)}{\partial C_i} + h_i^T X(t, C). \quad (16)$$

Приймаючи  $\delta = 0$  з урахуванням (10), (11), отримаємо рівняння для функцій чутливості:

$$\frac{d\psi_i(t, C)}{dt} = A\psi_i(t, C^0) + B\theta_i(t, C^0), \quad (17)$$

$$\theta_i(t, C^0) = \left( \sum_{i=1}^k c_i^0 h_i^T \right) \psi_i(t, C^0) + h_i^T X(t, C^0), \quad (18)$$

$$\psi_i(0, C^0) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (19)$$

Вектор-функція  $X(t, C^0)$ , що входить у (18), визначається з урахуванням (1) в результаті інтегрування рівняння:

$$\frac{dX(t, C^0)}{dt} = (A + BC^0H)X(t, C^0), \quad (20)$$

$$X(0, C^0) = X_0. \quad (21)$$

Підставляючи (18) в (19), маємо:

$$\frac{d\psi_i(t, C^0)}{dt} = (A + BC^0H)\psi_i(t, C^0) + B[h_i^T X(t, C^0)]. \quad (22)$$

Таким чином, для визначення функцій чутливості замкнутої системи слід інтегрувати  $k$  матричних рівнянь (22) і одне векторне рівняння (20). Далі вважаючи відомими  $\psi_i(t, C^0)$  і  $X(t, C^0)$ , представимо вектор стану  $X(t, C) = X(t, C^0 + \delta)$  наближеним виразом:

$$X(t, C) = X(t, C^0) + \sum_{i=1}^k \psi_i(t, C^0) \delta_i, \quad (23)$$

який встановлює явну залежність  $X(t, C)$  від параметрів закону керування.

Підставляючи (23) в (3), функціонал, який мінімізується, представимо у вигляді:

$$I(\delta) = \int_0^T \sum_{i=1}^k \psi_i(t, C^0) \delta_i - \Delta(t, C^0)]^T V [\sum_{i=1}^k \psi_i(t, C^0) \delta_i - \Delta(t, C^0)] dt, \quad (24)$$

де вектор-функція

$$\Delta(t, C^0) \triangleq X^*(t) - X(t, C) \quad (25)$$

характеризує відхилення фактичної траєкторії руху від призначеної.

Отже, задача наближення  $X(t, C^0) \rightarrow X^*(t)$  зведена до відшукування векторів  $\delta_\mu$ , які мінімізують функціонал (24). Мінімум  $I(\delta)$  досягається при таких значеннях  $I(\delta_\mu^0)$ , які задовольняють системі векторних рівнянь

$$\frac{\partial I(\delta)}{\partial \delta_\mu} = 0, \quad \delta_\mu^T = [\delta_{C1\mu} \ \delta_{C2\mu} \dots \delta_{Cm\mu}], \quad \mu = 1, 2, \dots, k. \quad (26)$$

Щоб отримати ці рівняння в явній формі, виконаємо диференціювання (24) по вектору  $\delta_\mu$ .

Тоді матимемо:

$$\int_0^T \psi_i^T(t, C^0) V [\sum_{\mu=1}^k \psi_\mu(t, C^0) \delta_\mu - \Delta(t, C^0)] dt = 0. \quad (27)$$

Після введення позначень

$$P_{i\mu}(C^0, T) \stackrel{\Delta}{=} \int_0^T \psi^T(t, C) V \psi_{\mu}(t, C^0) dt, \quad (28)$$

$$\gamma_i(C^0, T) \stackrel{\Delta}{=} \int_0^T \psi_i^T(t, C^0) V \Delta(t, C^0) dt, \quad (29)$$

рівняння (27) в матричній формі прийме вигляд:

$$\begin{bmatrix} p_{11}(C^0, T) \dots p_{1k}(C^0, T) \\ \dots \\ p_{k1}(C^0, T) \dots p_{kk}(C^0, T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1^0 \\ \dots \\ \delta_k^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_1(C^0, T) \\ \dots \\ \gamma_k(C^0, T) \end{bmatrix}, \quad (30)$$

або в загальному вигляді:

$$P(C^0, T) \delta_C^0 = \gamma(C^0, T). \quad (31)$$

Матриця  $P(C^0, T)$  позитивно визначена, тому її визначник відмінний від нуля.

Отже, вектор  $\delta_C^0$  може бути визначений з виразу (31)

$$\delta_C^0 = P^{-1}(C^0, T) \gamma(C^0, T). \quad (32)$$

Вектор  $\delta_C^0$  досягає локальний мінімум функціонала  $I(\delta) = I(C^0 + \delta)$  при заданому значенні  $C^0$ . Високий ступінь наближення

$$\min_{\delta^s} I(c^s + \delta^s) \rightarrow \min_c I(c)$$

можна отримати багатократним вирішенням рівняння

$$P(C^s, T) \delta_C^s = \gamma(C^s, T), \quad (33)$$

для знов обчисленого значення матриці  $C^{s+1} = C^s + \delta^s$ ,  $s = 0, 1, \dots$ . На цьому і засновано алгоритм пошуку оптимальних параметрів закону управління.

Структура алгоритму складається з послідовності приписів.

Припис 1. Інтегрувати (на один крок) диференціальне рівняння замкнутої системи

$$\frac{dX(t, C^S)}{dt} = (A + BC^S H)X(t, C^S H)X((t, C^S), \quad X((0, C^S) + X_0$$

при даному значенні  $C^S$ .

Припис 2. Інтегрувати диференціальне рівняння еталонного руху

$$\frac{dX^*(t)}{dt} = \Gamma X^*, \quad X^*(0) = X_0$$

і обчислити вектор-функцію

$$\Delta(t, C^S) = X^*(t) - X(t, C^S)$$

на поточному кроці інтегрування.

Припис 3. Інтегрувати (на один крок) систему матричних диференціальних рівнянь чутливості

$$\frac{d\psi_i(t, C^S)}{d} = [A + BC^S H]\psi_i(t, C^S) + B[h_i^T X(t, C^S)],$$

$$\psi_i(0, C^S) = 0, \quad i = \overline{1, k}.$$

Припис 4. Інтегрувати (на один крок) вирази

$$\frac{dP_{ij}(C^S, t)}{dt} = \psi_i^T(t, C^S) V \psi_j(t, C^S); \quad P_{ij}(C^S, 0) = O_i;$$

$$\frac{d\gamma(C^S, t)}{dt} = \psi_i^T(t, C^S) V \Delta(t, C^S); \quad \gamma_i(C^S, 0) = O_i, \quad i, j = \overline{1, k}.$$

Припис 5. Виконати порівняння:

$$\text{якщо } \left. \begin{array}{l} t - T \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} < 0, & \text{то продовжити інтегрування – перейти до припису 1;} \\ \\ \geq 0, & \text{то закінчити інтегрування – перейти до припису 6.} \end{array}$$

Припис 6. Сформувати  $(m_k, m_k)$  – матрицю

$$P(C^S, T) = \{P_{ij}(C^S, T)\}$$

і  $m_k$  мірний вектор

$$\gamma(C^S, T) = \{\gamma_i(C^S, T)\}.$$



Припис 7. Обчислити вектор-поправку параметрів

$$\delta_C^s = P^{-1}(C^s, T)\gamma(C^s, T).$$

Припис 8. Сформувати матрицю

$$\delta^s = [\delta_1^s \ \delta_2^s \ \dots \ \delta_k^s]$$

з компонентів вектора

$$\delta_C^s = \{(\delta_1^s)^T \ (\delta_2^s)^T \ \dots \ (\delta_k^s)^T\}^T$$

і обчислити нове значення

$$C^{s+1} = C^s + \delta^s$$

матриці шуканих параметрів закону керування.

Припис 9. Вивести результати рахунку на друк

$$C^s, \delta^s, I(C^s), s \dots$$

Припис 10. Перевірити ознаку закінчення процесу оптимізації  
– обчислити квадрат довжини вектора

$$\|\delta_C^s\| = (\delta_C^s)^T (\delta_C^s),$$

– виконати порівняння:

$$\text{якщо } \|\delta_C^s\| - \varepsilon_C = \pm \begin{cases} > 0, & \text{то провести черговий цикл обчислень –} \\ & \text{перейти до припису 11;} \\ \leq 0, & \text{то рахунок закінчено.} \end{cases}$$

Припис 11. Відновити початкові умови:

$$X(0, C^s) = X_0, \quad \psi_i(0, C^s) = 0, \quad P_{ij}(C^s, 0) = 0,$$

$$X^*(0) = X_0, \quad \gamma_i(C^s, 0) = 0, \quad i, j = \overline{1, k}.$$

Припис 12. Перейти до припису 1 на повторення циклу обчислень при черговому значенні s.

Особливості отримання розрахункових співвідношень для алгоритму оптимізації і ефективність його роботи досліджуємо для об'єкта, що описується матричним диференціальним рівнянням

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0,3 & -3 & -0,1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}. \quad (34)$$

У даному випадку згідно з позначенням (34) маємо:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0,3 & -3 & -0,1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Вважаємо, що вимірюванню доступні дві перші фазові координати  $X_1$ ,  $X_2$  вектора стану. Тоді,  $k = 2$ , матриця

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Закон керування має вигляд:

$$U(x) = CHx(t) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \\ C_{31} & C_{32} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Для побудови алгоритму оптимізації введемо вектори

$$C_1 = \begin{bmatrix} C_{11} \\ C_{21} \\ C_{31} \end{bmatrix}; \quad C_2 = \begin{bmatrix} C_{12} \\ C_{22} \\ C_{32} \end{bmatrix}; \quad h_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad h_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Отже, справедливі вирази

$$C = [C_1 \ C_2]; \quad H = \begin{bmatrix} h_1^T \\ h_2^T \end{bmatrix}.$$

Параметри  $C_{v\mu}$ ,  $v=1,2,3$ ;  $\mu=1,2$  будемо визначати з умови, щоб траєкторія замкнутої системи (34), (35) найбільш можливою мірою наближалася до траєкторії

$$[X^*(t)]^T = [X_1^*(t) X_2^*(t) X_3^*(t)]$$

руху еталонної системи

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, \quad (36)$$

$$X_v^*(0) = X_v(0), \quad v=1,2,3.$$

Відповідно до (2) матриця

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Перехідні процеси, що характеризують вільний рух еталонної системи (36), практично закінчуються за час  $T = 6c$ . Ця величина  $T$  приймається як верхня межа інтегрування у функціоналі, що мінімізується.

Як міру близькості  $X(t)$  і  $X^*(t)$  приймаємо функціонал (3), у якого матриця

$$V = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Матриці функцій чутливості будуть дорівнювати

$$\Psi_1(t, C) = \left[ \frac{\partial X(t, C)}{\partial C_1} \right]_{\delta_0} = \begin{bmatrix} \Psi_{11}^1 & \Psi_{21}^1 & \Psi_{31}^1 \\ \Psi_{11}^2 & \Psi_{21}^2 & \Psi_{31}^2 \\ \Psi_{11}^3 & \Psi_{21}^3 & \Psi_{31}^3 \end{bmatrix},$$

$$C_1^T = [C_{11} \quad C_{21} \quad C_{31}],$$

$$\Psi_2(t, C) = \left[ \frac{\partial X(t, C)}{\partial C_2} \right]_{\delta_0} = \begin{bmatrix} \Psi_{12}^1 & \Psi_{22}^1 & \Psi_{32}^1 \\ \Psi_{12}^2 & \Psi_{22}^2 & \Psi_{32}^2 \\ \Psi_{12}^3 & \Psi_{22}^3 & \Psi_{32}^3 \end{bmatrix},$$

$$C_2^T = [C_{12} \quad C_{22} \quad C_{32}].$$

Верхній індекс  $\nu$  функцій чутливості  $\psi_{i\mu}^\nu$  укаже номер координати, а нижній  $i\mu$  – номер параметра.

Наприклад,  $\psi_{22}^1$  характеризує чутливість координати  $X_1$  по відношенню до зміни параметра  $C_{22}$ .

З урахуванням цього, для даної задачі

$$h_1^T X(t) = X_1(t); \quad h_2^T X(t) = X_2(t),$$

диференціальні рівняння (22) для матриць чутливості мають вигляд:

$$\frac{d\psi_\mu(t, C^S)}{dt} = (A + BC^S H)\psi_\mu(t, C^S) + BX_\mu(t, C^S), \quad \mu = 1, 2. \quad (37)$$

При цьому вектор-функція  $X(t, C^S)$  є вирішення диференціального рівняння замкнутої системи:

$$\frac{dX(t, C^S)}{dt} = (A + BC^S H)X(t, C^S), \quad X(0, C^S) = X_0. \quad (38)$$

Вектори  $\delta_1^S, \delta_2^S$ , мінімізуючи функціонал  $I(\delta)$ , визначаються із системи рівнянь

$$P_{i1}(C^S, T)\delta_1^S + P_{i2}(C^S, T)\delta_2^S = \gamma_i(C^S, T), \quad i = 1, 2.$$

Вхідні в цю систему матриці  $P_{ij}$  і вектори  $\gamma_i$  визначаються згідно з (28), (29).

Послідовно задаючись значеннями параметра циклу наближення  $s = 0, 1, 2, 3, \dots$ , обчислюємо значення  $I(C^S)$ . Результати обчислень значень мінімізуючого функціонала показані на рис. 1.

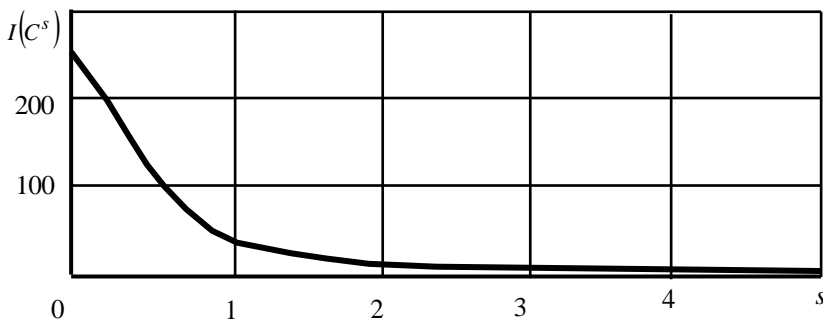


Рисунок 1 – Графік процесу оптимізації функціонала

Можна бачити, що процес оптимізації має високу швидкість збіжності. Практично за 3 цикли наближення досягається стає значення функціонала, що мінімізується, тобто  $I(C^S) = I(C^*)$ .

Оптимальні значення параметрів, знайдені в результаті рішення даної задачі, дорівнюють

$$C = \begin{bmatrix} 0,386 & 6,308 \\ 0,009 & 1,666 \\ -0,197 & -3,672 \end{bmatrix}.$$

Слід зазначити, що висока швидкість збіжності обчислювального процесу зберігається і у випадку системи вищого порядку. Достатня для інженерних розрахунків точність наближення  $C^S \rightarrow C^*$  може бути отримана в результаті виконання невеликого числа циклів обчислень (не більше десяти), що свідчить про високу ефективність алгоритму.

### Висновки і пропозиції

Запропоновану технологію синтезу алгоритму керування доцільно застосовувати для забезпечення стабілізації дистанційно пілотованого літального апарату на оперативній програмованій траєкторії в детермінованій постановці. Процес оптимізації за обґрунтованою технологією має високу швидкість збіжності. Практично за 3 цикли наближення досягається стає значення функціонала, що мінімізується, що дозволяє здійснювати синтез керування у процесі польоту дистанційно пілотованого літального апарату в реальному часі.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Артюшин Л.М., Машков О.А., Дурняк Б.В., Сивов М.С. Теорія автоматичного керування. Львів, Вид. УАД, 2004. 272 с.
2. Машков О.А., Мамчур Ю.В. Аналитическая оценка качества процесса управления на тренажерах дистанционно пилотируемого летательного аппарата с алгоритмом на основе решения обратных задач динамики / Науково-технічний журнал: Аерокосмічні технології. Вип. 2(02), 2017. С. 59-62.
3. Машков О.А., Мамчур Ю.В. Застосування концепції оберненої задачі динаміки для синтезу програмного керування рухом в імітаторі динаміки польоту тренажера дистанційно пілотованого літального апарату / Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. – Київ, 2018. Вип. 82. – С. 154-166.
4. Машков О.А., Дурняк Б.В., Мамчур Ю.В., Тимченко О.В. Синтез алгоритму програмного керування на тренажері дистанційно пілотованого літального апарату на основі алгоритмічної процедури рішення зворотної задачі динаміки (детермінована постановка) / Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. – Київ, 2018. Вип. 82. – С. 166-176.
5. Триснюк В.М., Шумейко В.О., Кашишин О.В., Курило А.В., Сметанін К.В. Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони. Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського, Київ, Україна 2018. Т. 2, № 4. С. 119-124.

6. Myrontsov, M.L. [2019] The problem of equivalence in inverse electrometry problems of oil and gas wells. 18th International Conference Geoinformatics – Theoretical and Applied Aspects, Extended Abstracts.
7. Trofymchuk O., Trysnyuk V., Novokhatska N., Radchuk I. [2014] Geo-information Technologies for Decision Issues of Municipal Solid Waste. Journal of Environmental Science and Engineering A3. 183-187.
8. Trofymchuk, O., Kalyukh, Y., Hlebchuk, H. [2013] Mathematical and GIS-modeling of landslides in Kharkiv region of Ukraine. Landslide Science and Practice: Spatial Analysis and Modelling. – Springer, Berlin, Heidelberg. 347-352.
9. Trofymchuk, O., Kreta, D., Myrontsov, M., Okhariev, V., Shumeiko, V., Zagorodnia, S. [2015] Information Technology in Environmental Monitoring for Territorial System Ecological Assessment. Journal of Environmental Science and Engineering. A4, 79-84.
10. Trysnyuk, V.M., Okhariev, V.O., Trysnyuk, T.V., Zorina, O.V., Kurylo, A.V., Golovan, Y.V., Smetanin, K.V., Radlowska, K.O. [2019] Improving the algorithm of satellite images landscape interpretation. 18th International Conference Geoinformatics – Theoretical and Applied Aspects, Extended Abstracts.
11. Trysnyuk, V., Trysnyuk, T., Okhariev, V., Shumeiko, V., Nikitin, A. [2018] Cartographic Models of Dniester River Basin Probable Flooding. Centrul Universitar Nord Din Bala Mare - UTPRESS ISSN 1582-0548, №1. 61-67.

## REFERENCES

1. Artyushin L.M., Mashkov O.A., Durniak B.V., Sivov M.S. The theory of automatic control. Lviv, View. UAD, 2004-272.
2. Mashkov O.A., Mamchur Yu.V. Analytical assessment of the quality of the control process on simulators of a remotely manned aircraft with an algorithm based on the solution of inverse dynamics problems / Scientific and Technical Journal: Aerospace Technologies. Vip. 2 (02), 2017. P. 59-62.
3. Mashkov O.A., Mamchur Yu.V. Application of the concept of the inverse dynamics task for the synthesis of program control of movement in the dynamics simulator flight simulator remotely manned aircraft / Simulation and information technology. Zb sciences etc. IPEM NAS of Ukraine. - Kyiv, 2018. Vip. 82. - P. 154-166.
4. Mashkov O.A., Durnyak B.V., Mamchur Yu.V., Timchenko O.V. Synthesis of the program control algorithm on the simulator of a remotely manned aircraft on the basis of the algorithmic procedure for solving the inverse problem of dynamics (deterministic statement) / Simulation and information technologies. Zb sciences etc. IPEM NAS of Ukraine. - Kyiv, 2018. Vip. 82. - P. 166-176.
5. Trysnyuk V.M., Shumeiko V.O., Kashchyshyn O.V., Kurilo A.V., Smetanin K.V. Modern Information Technologies in the Field of Security and Defense. Ivan Chernyakhovskogo National University of Defense of Ukraine, Kyiv, Ukraine 2018 T. 2, No. 4. P. 119-124.
6. Myrontsov, M.L. [2019] The problem of equivalence in inverse electrometry problems of oil and gas wells. 18th International Conference Geoinformatics – Theoretical and Applied Aspects, Extended Abstracts.
7. Trofymchuk O., Trysnyuk V., Novokhatska N., Radchuk I. [2014] Geo-information Technologies for Decision Issues of Municipal Solid Waste. Journal of Environmental Science and Engineering A3. 183-187.
8. Trofymchuk, O., Kalyukh, Y., Hlebchuk, H. [2013] Mathematical and GIS-modeling of landslides in Kharkiv region of Ukraine. Landslide Science and Practice: Spatial Analysis and Modelling. – Springer, Berlin, Heidelberg. 347-352.
9. Trofymchuk, O., Kreta, D., Myrontsov, M., Okhariev, V., Shumeiko, V., Zagorodnia, S. [2015] Information Technology in Environmental Monitoring for Territorial System Ecological Assessment. Journal of Environmental Science and Engineering. A4, 79-84.

10. Trysnyuk, V.M., Okhariev, V.O., Trysnyuk, T.V., Zorina, O.V., Kurylo, A.V., Golovan, Y.V., Smetanin, K.V., Radlowska, K.O. [2019] Improving the algorithm of satellite images landscape interpretation. 18th International Conference Geoinformatics – Theoretical and Applied Aspects, Extended Abstracts.
11. Trysnyuk, V., Trysnyuk, T., Okhariev, V., Shumeiko, V., Nikitin, A. [2018] Cartographic Models of Dniester River Basin Probable Flooding. Centrul Universitar Nord Din Bala Mare - UTPRESS ISSN 1582-0548, №1. 61-67.

*Стаття надійшла до редакції 04.01.2019.*

# МАТЕМАТИЧНІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ МОДЕЛІ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 519.6:539.3

<https://orcid.org/0000-0002-3523-7505>  
<https://orcid.org/0000-0001-5103-1999>

**В.А. ВАНІН, С.П. СВІТЛИЧНИЙ**

## ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПТАХОСТІЙКОСТІ ЛОПАТОК АВІАЦІЙНОГО ДВИГУНА

***Анотація.** Розглянуто метод дослідження реакції лопатки авіаційного двигуна на удар птаха. Розроблено гібридну модель контактної взаємодії м'якого тіла з лопаткою авіаційного двигуна з метою впровадження у практику проектування надійних і безпечно ушкоджуваних конструкцій лопаток. Шляхом порівняння результатів чисельного моделювання з результатами натурного експерименту доведено ефективність та працездатність запропонованої моделі та методу дослідження птахостійкості лопаток авіаційних двигунів. Розроблену модель доцільно використовувати у випадках, коли можливість проведення натурних випробувань обмежена, їх реалізація економічно недоцільна або неможлива, а також як інструмент при проектуванні з метою комплексного дослідження впливу конструктивних параметрів лопаток на їх реакцію у разі удару по них м'якого тіла різної маси, з різною швидкістю і під різними кутами. Це, у свою чергу, дозволить скоротити час і матеріальні витрати за рахунок скорочення числа натурних випробувань.*

***Ключові слова:** лопатка авіаційного двигуна, птахостійкість, м'яке тіло, удар, метод скінченних елементів, безсітковий метод згладжених частинок, метод скінченних різниць.*

**DOI: 10.35350/2409-8876-2019-14-1-48-62**

### Вступ

Випадки потрапляння птахів в авіаційний двигун висувують ряд питань, пов'язаних з надійністю авіаційної техніки та безпекою польотів. За період з 1988 по 2014 роки від зіткнення з птахами та іншими тваринами у світі загинуло більше 255 чоловік і втрачено 243 літаки [1]. Число зіткнень літака із птахом у світі зростає пропорційно щільності та інтенсивності польотів повітряних суден. Статистика зіткнень із птахами відображає інтенсивність польотів і зміни у культурі проектування авіаційної техніки. Аналіз чисельності авіапарку комерційних літаків США [2] вказує на тенденцію зменшення числа літаків, обладнаних трьома та чотирма двигунами,



і збільшення числа літаків з двома двигунами. Зменшення кількості двигунів призводить до зменшення надійності літака і збільшення ймовірності виникнення загрозливих для життя льотних пригод, викликаних зіткненнями із птахами. Згідно з даними Європейського агентства авіаційної безпеки [3] 44% випадків зіткнення літака із птахом становлять випадки потрапляння птахів у двигун, внаслідок яких зафіксовані ушкодження різного ступеня тяжкості.

Річний збиток, викликаний зіткненнями із птахами, для комерційних повітряних суден у світі оцінюється у 1,2 млрд доларів США.

Враховуючи те, що найближчими роками ймовірність вирішення проблеми щодо виключення випадків потрапляння птахів у двигун в процесі експлуатації дуже низька, одним з ефективних шляхів зменшення негативного впливу птахів і поліпшення показників якості експлуатації та безпеки польотів є створення двигунів, стійких до ушкоджень, що виникають унаслідок цих зіткнень.

Птахостійкість авіаційних двигунів оцінюють за допомогою методів математичного моделювання та експериментально.

Сучасний авіаційний двигун є дорогим високотехнологічним виробом. Вартість розробки 1 кг конструкції двигуна коштує 5000 тис. доларів США [4]. Однією з причин високої вартості розробки авіаційного двигуна є той факт, що процес проектування пов'язаний з необхідністю проведення дорогих натурних випробувань. Одним з ефективних способів зниження собівартості розробки двигуна є скорочення числа натурних випробувань і їх часткова заміна чисельним експериментом. Крім зниження вартості, застосування обчислювального експерименту дозволяє скоротити терміни розробки в 3 рази і підвищити якість готової продукції [4]. Тому розробка чисельних моделей контактної взаємодії птаха (м'якого тіла) з лопаткою авіаційного двигуна (перешкодою) з метою їх впровадження у практику проектування птахостійких лопаток є актуальним науково-технічним завданням.

## 1. Постановка завдання

Метою роботи є розробка чисельної моделі контактної взаємодії м'якого тіла з лопаткою авіаційного двигуна і методу дослідження її реакції на удар.

Процес зіткнення м'якого тіла з перешкодою є складним фізико-механічним процесом, з властивими йому особливостями та певними методичними труднощами, пов'язаними з його моделюванням. Задача зіткнення м'якого тіла з перешкодою є нестационарною, просторовою, контактною задачею механіки суцільних середовищ. На рис. 1 показана структурна схема розрахунково-експериментального методу дослідження механічних процесів зіткнення м'якого тіла з лопаткою двигуна.

Практична реалізація методу, що розглядається, передбачає послідовний перехід від реального явища до ідеалізованого подання у вигляді суцільних середовищ з метою отримання якісного і кількісного результату чисельного моделювання реального явища. Фізична модель описує явище гідроудару [5], яке супроводжує процес зіткнення. Виділяють чотири стадії гідроудару: 1) активна (початкова), яка пов'язана з поширенням ударної хвилі; 2) етап спаду тиску, який супроводжується поширенням хвилі розрядження; 3) етап усталеної течії та 4) припинення процесу. Математична модель, яка

представлена системою диференціальних рівнянь у частинних похідних, описує механічний рух і термомеханічний стан деформівних тіл. У сукупності з геометричними і фізичними співвідношеннями, а також граничними, початковими та контактними умовами рівняння математичної моделі складають загальну початково-крайову задачу.

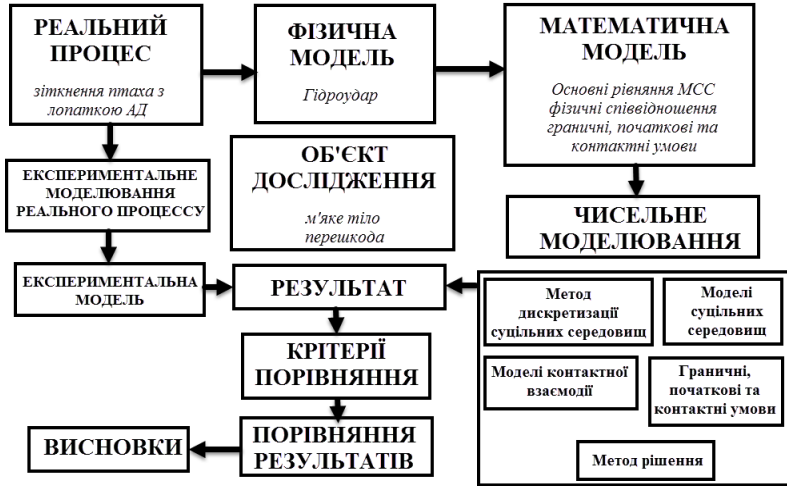


Рисунок 1 – Розрахунково-експериментальний метод дослідження механічних процесів зіткнення м'якого тіла з лопаткою двигуна

Побудова чисельної моделі передбачає перехід від диференціальних рівнянь (сильна форма) до інтегрального рівняння руху (слабка форма) за допомогою варіаційного принципу віртуальних робіт. У рамках цього етапу вирішено наступні завдання: 1) обрано метод дискретизації м'якого тіла і лопатки; 2) досліджено вплив кроку дискретизації на точність отриманого розв'язку; 3) досліджено вплив форми м'якого тіла на розподіл тиску; 4) обрано моделі суцільних середовищ; 5) обрано і описано модель контактної взаємодії; 6) обрано метод рішення.

З метою верифікації чисельної моделі контактної взаємодії м'якого тіла з лопаткою та обґрунтування достовірності одержаних результатів виконано порівняння результатів чисельного моделювання з результатами натурного експерименту. Розроблено критерії порівняння: якісне і кількісне порівняння за допомогою інтегральних показників та за розподілом фізичних параметрів.

## 2. Фізична модель

Побудову фізичної моделі виконано з урахуванням наступних припущень:

- 1) м'яке тіло являє собою циліндр з відношенням довжини до діаметра, що дорівнює 2;
- 2) матеріал м'якого тіла вважається однорідним;
- 3) міцність м'якого тіла мала у порівнянні з міцністю лопатки, і нею нехтують;
- 4) враховуючи припущення, зазначене у п. 3, відскік м'якого тіла відсутній;

5) силами в'язкого демпфірування у матеріалі та силами тертя на поверхні контакту нехтують;

б) течія у матеріалі за фронтом ударної хвилі одномірна, адіабатична і незворотна.

На рис. 2 показано чотири фази удару.

Перша фаза – активна (див. рис. 2 а) – характеризується різким наростанням тиску внаслідок різкого гальмування частинок у зоні контакту м'якого тіла з перешкодою і пов'язана з розповсюдженням ударної хвилі у напрямку, протилежному руху. Активну фазу удару описано за допомогою двох параметрів: тиску Гюгоньо та часу наростання тиску. Тиск Гюгоньо [5] визначається відповідно до виразу (1):

$$p_H = p_2 - p_1 = \rho_1 v_s v_0, \quad (1)$$

$p_1$  і  $p_2$  – тиск перед і позаду фронту ударної хвилі;  $v_s$  – швидкість поширення ударної хвилі у середовищі;  $v_0$  – швидкість співударяння.

Друга фаза – поширення хвилі розрядження (див. рис. 2 б) – пов'язана з поширенням хвилі розрідження від вільної поверхні м'якого тіла до центру внаслідок формування зони високих градієнтів тиску. Це, у свою чергу, є причиною радіального руху вільної поверхні м'якого тіла відносно перешкоди. При досягненні хвилею розрідження центру м'якого тіла (точка В, див. рис. 2 б) спостерігається спад тиску. Закон розподілу тиску (2) за радіусом циліндричного об'єму визначається співвідношенням [5]:

$$p_r = p_H e^{\frac{-kr}{R(t)}}, \quad (2)$$

$k$  – константа;  $r$  – радіус-вектор, який визначає місце розташування точки, у якій вимірюється тиск;  $R(t)$  – максимальний радіус контакту в момент часу  $t$ .

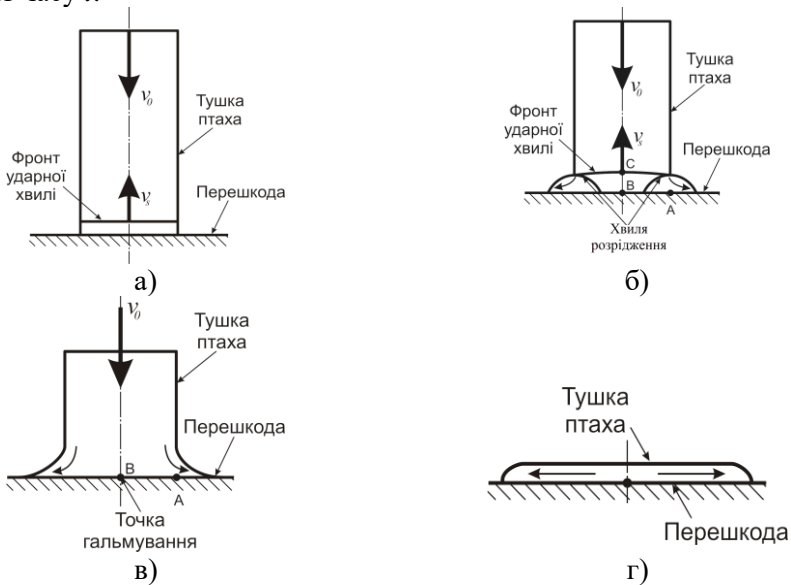


Рисунок 2 – Фази удару

На третій фазі – усталеної течії (див. рис. 2 в) – спостерігається зменшення радіальних тисків у м'якому тілі і виникнення дотичних напружень. Оскільки міцність м'якого тіла при дії дотичних напружень низька, то відбувається його розтікання по поверхні перешкоди. На даному етапі у м'якому тілі виникають стаціонарні поля тиску і швидкості. Тиск гальмування [5] в центральній точці В оцінюють за допомогою виразу (3):

$$p_s = \frac{1}{2} \rho_0 v_0^2, \quad (3)$$

$\rho_0$  – щільність матеріалу м'якого тіла при нульовій пористості.

На четвертій фазі у міру наближення верхньої вільної поверхні м'якого тіла до перешкоди швидкість її руху зменшується, а тиск зростає. Поле тиску нестационарне і досягає максимального значення у точці гальмування, з подальшим зменшенням до атмосферного в міру віддалення від центру. У міру того, як вільна поверхня м'якого тіла опиняється у даному полі тиску, відбувається миттєвий спад тиску і процес течії припиняється (рис. 2 г).

Тривалість процесу удару [5] можна оцінити за допомогою виразу (4):

$$t_D = L / v_0, \quad (4)$$

$L$  – довжина м'якого тіла.

### 3. Математична модель

Систему рівнянь [6], що описують рух і термомеханічний стан деформівних суцільних середовищ, записано в актуальній конфігурації, а їх диференціювання та інтегрування виконується за ейлеровими координатами.

$$\rho V = \rho_0, \quad X \in V_T \cup V_b, \quad (5)$$

$\rho$  і  $\rho_0$  – щільність середовища у поточний і початковий момент часу відповідно;  $V = J = \det(F)$  – відносний об'єм;  $V_T$  – частина простору заданого об'єму, яку займає перешкода;  $V_b$  – частина простору заданого об'єму, яку займає м'яке тіло.

$$\rho \frac{dv}{dt} = \text{div} \sigma, \quad X \in V_T \cup V_b; \quad (6)$$

$$\rho \frac{de}{dt} = V s_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} - (p + q) \dot{V}, \quad X \in V_T \cup V_b, \quad (7)$$

$v$  – вектор швидкості;  $\frac{dv}{dt}$  – вектор прискорення;  $\text{div} \sigma = \nabla \cdot \sigma$  – дивергенція тензора напружень;  $\nabla = \frac{\partial(\dots)}{\partial x} i + \frac{\partial(\dots)}{\partial y} j + \frac{\partial(\dots)}{\partial z} k$  – оператор Гамільтона (оператор Набла);  $\sigma$  – тензор напружень Коші;  $e$  – питома

внутрішня енергія;  $\dot{\varepsilon}$  – тензор швидкостей деформацій;  $p$  – тиск;  $q$  – об’ємна в’язкість;  $s_{ij}$  – компоненти девіатора напружень.

Систему рівнянь (5)–(7) доповнено кінематичним (8) і геометричними (9), (10) співвідношеннями.

$$\frac{du}{dt} = v, X \in V_T \cup V_b, \quad (8)$$

$u$  – вектор переміщень.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right); \quad (9)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right). \quad (10)$$

Особливості поведінки деформівних середовищ, які виявляються у вигляді опору деформації, описано фізичними співвідношеннями (11)–(13).

У разі пружно-пластичної поведінки матеріалу перешкоди компоненти тензора напружень мають вигляд:

$$p = K \left( \frac{1}{V} - 1 \right); \quad (11)$$

$$s_{ij}^{\nabla} + 2G\dot{\lambda}s_{ij} = 2G(\dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}_{kk}g_{ij}), \quad (12)$$

$K$  – модуль об’ємного стиснення;  $s_{ij}^{\nabla}$  – похідна Яуманна від девіатора напружень;  $G$  – модуль зсуву;  $\dot{\lambda}$  – скалярний параметр;  $g_{ij}$  – компоненти метричного тензора.

Рівняння стану (13) для м’якого тіла [7, р. 475-476] має вигляд:

$$p = C_0 + C_1\mu + C_2\mu^2 + C_3\mu^3, \quad (13)$$

$\mu = \rho / \rho_0 - 1$  – коефіцієнт конденсації;  $C_0 = 0$ ,  $C_1 = \rho_0 c_0^2$ ,  $C_2 = (2k - 1)C_1$ ;  $C_3 = (k - 1)(3k - 1)C_1$  – константи;  $k$  – експериментальний коефіцієнт;  $c_0$  – об’ємна швидкість звуку.

Для отримання єдиного розв’язку система рівнянь доповнена граничними (14), (15), контактними (16), (17) та початковими умовами (18).

$$u = u(x_{\Gamma}^i, t) = 0, X \in \Gamma_1; \quad (14)$$

$$\sigma_{ij} \cdot n_i = 0, X \in \Gamma_2 \cup \Gamma_3, \quad (15)$$

$\Gamma_1$  – границя перешкоди, на якій задані кінематичні граничні умови;  $\Gamma_2$  і  $\Gamma_3$  – вільні границі перешкоди і м’якого тіла, на яких задані силові граничні умови у разі відсутності попередніх напружень.

$$(\sigma_{ij}^+ - \sigma_{ij}^-) \cdot n_i = 0, \text{ при } x^+ = x^-, X \in \Gamma_4; \quad (16)$$

$$(v^+ - v^-) \cdot n_i = 0, \text{ при } x^+ = x^-, X \in \Gamma_4, \quad (17)$$

$\Gamma_4$  – спільна границя розділу двох середовищ, на якій задаються контактні умови;  $n$  – вектор спільної нормалі до поверхонь розділу середовищ.

$$x(X, 0) = X, \quad \frac{dx}{dt}(X, 0) = v_0, \quad \rho(X, 0) = \rho_0. \quad (18)$$

Таким чином, сформульовано систему визначальних рівнянь математичної моделі для розв'язування тривимірної, нестационарної і суттєво нелінійної задачі. Такі рівняння не мають аналітичних розв'язків і розв'язуються наближено з використанням чисельних методів.

#### 4. Чисельна модель

Для побудови чисельного методу розв'язку системи визначальних рівнянь математичної моделі використано варіаційний принцип віртуальних робіт. Нехай  $\delta x_i$  – функція, що задовольняє граничним умовам на границі  $\Gamma_l$ . Помноживши функцію  $\delta x_i$  на відповідні компоненти в рівняннях (6), (15) і (16) і обчислюючи інтеграл для актуальної конфігурації, отримаємо (19):

$$\int_{\Omega} \left( \rho \ddot{x}_i - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \right) \delta x_i d\Omega + \int_{\Gamma_2 \cup \Gamma_3} \sigma_{ij} n_j \delta x_i d\Gamma + \int_{\Gamma_4} (\sigma_{ij}^+ - \sigma_{ij}^-) n_j \delta x_i d\Gamma = 0. \quad (19)$$

Застосувавши теорему Остроградського-Гаусса для обчислення другого доданка в першому інтегралі, після відповідних перетворень отримаємо слабке формулювання завдання (20):

$$\delta \pi = \int_{\Omega} \rho \ddot{x}_i \delta x_i d\Omega + \int_{\Omega} \sigma_{ij} \frac{\partial \delta x_i}{\partial x_j} d\Omega = 0. \quad (20)$$

Для дискретизації лопатки використано чотирьохвузловий оболонковий елемент з однією точкою інтегрування [7, р. 114]. У випадку скінченно-елементної дискретизації інтегральне рівняння (20) зводиться до розв'язку матричного рівняння (21):

$$Ma^n + F_{int}^n(u) - H = 0, \quad (21)$$

$a^n$  – вектор вузлових прискорень на  $n$ -му часовому кроці рішення;  $M$  – діагональна матриця мас;  $F_{int}^n$  – вектор внутрішніх сил на  $n$ -му кроці рішення;  $H^n$  – вектор сил в'язкого опору.

Вираз для обчислення матриці мас (22) має вигляд:

$$M = \sum_e \int_{\Omega} \rho N N^T d\Omega ; \quad (22)$$

$N$  – матриця інтерполяції.

Для визначення швидкості (23), кутової швидкості (24) та координат (25) елемента на серединній поверхні використано білінійну функцію форми (26) [7, р. 114]:

$$v^m = N_J(r, s) v_J ; \quad (23)$$

$$\theta^m = N_J(r, s) \theta_J ; \quad (24)$$

$$x^m = N_J(r, s) x_J ; \quad (25)$$

$$N_J = \frac{1}{4} (1 + r r_J) (1 + s s_J) , \quad (26)$$

$J = 1, 2, 3$  і  $4$  – номери вузлів;  $v_J, \theta_J$  і  $x_J$  – значення швидкості, кутової швидкості та координата відповідного вузла скінченного елемента;  $r, s$  – натуральні координати скінченного елемента,  $r_j, s_j$  приймають значення  $(\pm 1; \pm 1)$  у відповідних вузлах елемента.

Для даного типу скінченного елемента використано формулювання у швидкостях і коротаційну локальну систему координат. Швидкість (27) будь-якої точки елемента визначають наступним чином:

$$v = v^m - \hat{z} e_3 \times \theta , \quad (27)$$

$\hat{z}$  – координата точки у локальній системі координат, пов'язаної із серединною поверхнею елемента;  $\hat{e}_3$  – одиничний вектор нормалі коротаційної (локальної) системи координат.

Компоненти тензора швидкостей деформацій (28)–(32) визначено наступним чином [7, р. 114–115]:

$$\hat{d}_x = B_{1J} \hat{v}_{xJ} + \hat{z} B_{1J} \hat{\theta}_{yJ} ; \quad (28)$$

$$\hat{d}_y = B_{2J} \hat{v}_{yJ} - \hat{z} B_{2J} \theta_{xJ} ; \quad (29)$$

$$2\hat{d}_{xy} = B_{2J} \hat{v}_{xJ} + B_{1J} \hat{v}_{yJ} + \hat{z} ( B_{2J} \hat{\theta}_{yJ} - B_{1J} \hat{\theta}_{xJ} ) ; \quad (30)$$

$$2\hat{d}_{yz} = B_{2J} \hat{v}_{zJ} - N_J \hat{\theta}_{xJ} ; \quad (31)$$

$$2\hat{d}_{xz} = B_{1J} \hat{v}_{zJ} + N_J \hat{\theta}_y , \quad (32)$$

де

$$B_{1J} = \frac{\partial N_J}{\partial \hat{x}} ;$$

$$B_{2J} = \frac{\partial N_J}{\partial \hat{y}} ,$$

Зв'язок між компонентами глобальної і локальної системи координат (33) здійснюється наступним чином [7, р. 113]:

$$\{A\} = \begin{Bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{1x} & e_{2x} & e_{3x} \\ e_{1y} & e_{2y} & e_{3y} \\ e_{1z} & e_{2z} & e_{3z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{A}_x \\ \hat{A}_y \\ \hat{A}_z \end{Bmatrix} = [\mu] \{\hat{A}\}, \quad (33)$$

$\{\mu\}$  – матриця перетворення.

Рівнодіючі сили і моменти (34), (35) у точці інтегрування елемента визначено таким чином [7, р. 115]:

$$\hat{f}_{\alpha\beta}^R = \int \hat{\sigma}_{\alpha\beta} d\hat{z}; \quad (34)$$

$$\hat{m}_{\alpha\beta}^R = -\int \hat{z} \hat{\sigma}_{\alpha\beta} d\hat{z}, \quad (35)$$

$\alpha, \beta$  – індекси простору.

Вузлові сили і моменти пов'язані з рівнодіючими співвідношеннями (36)–(41):

$$\hat{f}_{xJ} = A(B_{1J}\hat{f}_{xx}^R + B_{2J}\hat{f}_{xy}^R); \quad (36)$$

$$\hat{f}_{yJ} = A(B_{2J}\hat{f}_{yy}^R + B_{1J}\hat{f}_{xy}^R); \quad (37)$$

$$\hat{f}_{zJ} = Ak(B_{1J}\hat{f}_{xz}^R + B_{2J}\hat{f}_{yz}^R); \quad (38)$$

$$\hat{m}_{xJ} = A(B_{2J}\hat{m}_{yy}^R + B_{1J}m_{xy}^R - \frac{k}{4}\hat{f}_{yz}^R); \quad (39)$$

$$\hat{m}_{yJ} = A(B_{1J}\hat{m}_{xx}^R + B_{2J}m_{xy}^R - \frac{k}{4}\hat{f}_{xz}^R); \quad (40)$$

$$\hat{m}_{zJ} = 0, \quad (41)$$

$A$  – площа елемента;  $k$  – коефіцієнт зсуву.

Вузлові сили і моменти, які наведено вище, перетворюються з локальної системи координат в глобальну за допомогою виразу (33). Після цього виконується поелементне підсумовування вузлових зусиль, визначених у глобальній системі координат, і отримані значення підставляють у рівняння руху (21).

Для дискретизації м'якого тіла використано безсітковий метод згладжених частинок (в іноземній літературі Smoothed Particle Hydrodynamics), який використовує підхід Лагранжа для опису руху суцільного середовища [7, р. 637–642, 8–9]. Суцільне середовище представлено дискретним набором рухомих частинок, які допускають довільну зв'язність одна з одною. Кожна з частинок є точкою інтерполяції, у якій задано властивості середовища. Частинка визначається просторовими координатами  $x_i(t)$  і масою  $m_i(t)$ . Властивості частинки визначено на довжині згладжування ( $h$ ) за допомогою функції ядра ( $W$ ). Властивість  $A$



частинки у довільній точці  $r_i$  визначено шляхом підсумовування відповідних величин всіх частинок, що знаходяться у межах двох довжин згладжування:

$$A(r_i) = \sum_{j=1}^N m_j \frac{A_j}{\rho_j} W((r_i - r_j), h),$$

$m_j$  – маса  $j$ -ї частинки;  $A_j$  – значення параметра  $A$   $j$ -ї частинки;  $\rho_j$  – щільність  $j$ -ї частинки;  $r$  – координата;  $h$  – довжина згладжування;  $W$  – вагова функція або ядро;  $N$  – кількість сусідніх до  $j$ -ї частинок.

Функцію ядра визначено функцією згладжування  $\theta(x)$ :

$$W(x, h) = \frac{1}{h(x)^d} \theta(x),$$

$d$  – параметр, що визначає мірність простору,  $x = r / h$ .

$$\theta(x) = \frac{1}{\pi h^3} \begin{cases} 1 - \frac{3}{2} \left(\frac{r}{h}\right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{r}{h}\right)^3 & 0 \leq \frac{r}{h} \leq 1 \\ \frac{1}{4} \left(2 - \frac{r}{h}\right)^3 & 1 \leq \frac{r}{h} \leq 2 \\ 0 & \frac{r}{h} > 2 \end{cases}.$$

Після дискретизації основні рівняння математичної моделі приймають вигляд (42)–(46):

$$\rho_i = \sum_{j=1}^N m_j W_{ij}, \tag{42}$$

$$\frac{dv_i^\alpha}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} \right) \nabla W_{ij}^\beta, \tag{43}$$

$$\frac{de_i}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j v_{ji}^\alpha \left( \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} \right) \nabla W_{ij}^\beta, \tag{44}$$

$$\frac{du_i}{dt} = v_i, \tag{45}$$

$$\frac{d}{dt} (h(t)) = h(t) \operatorname{div}(v). \tag{46}$$

У виразах (43), (44)  $\alpha, \beta$  – індекси простору.

Для дискретизації рівняння руху за часом використано модифікацію методу центральних різниць, який реалізовано у вигляді явної схеми 2-го порядку зі змінним кроком за часом [7, р. 501]. Для відшукування розв'язку рівняння (21) час протікання процесу розбито на  $n_{TS}$  часових інтервалів або

кроків за часом  $\Delta t^n$ , де  $n = 1 \dots n_{TS}$ . Вектор вузлових прискорень (47) на  $n$ -му часовому шарі визначено в результаті обертання матриці мас:

$$a^n = M^{-1}(f_{im}(u^n, t^n) + H^n). \quad (47)$$

Скінченно-різницевий вираз для визначення вектора швидкості на напівцілому часовому шарі має вигляд (48):

$$v^{n+\frac{1}{2}} = v^{n-\frac{1}{2}} + \Delta t^n a^n. \quad (48)$$

Скінченно-різницевий вираз для визначення вектора вузлових переміщень на наступному часовому шарі  $t^{n+1}$  має вигляд (49):

$$u^{n+1} = u^n + \Delta t^{n+\frac{1}{2}} v^{n+\frac{1}{2}}. \quad (49)$$

Оновлене положення вузлів отримуємо шляхом додавання до вектора початкового положення значень вузлових переміщень, обчислених на наступному часовому шарі (50):

$$x^{n+1} = x^0 + u^{n+1}. \quad (50)$$

Приріст кроку за часом на цілому та півцілому часових шарах визначено відповідно до виразів (51), (52):

$$\Delta t^n = t^{n+1/2} - t^{n-1/2}; \quad (51)$$

$$\Delta t^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(\Delta t^n + \Delta t^{n+1}). \quad (52)$$

Для забезпечення стійкості явної різницевої схеми зі змінним кроком за часом повинна виконуватися умова (53):

$$\Delta t_i^2 \leq \frac{4\delta_i}{\omega_{max}^2}, \quad (53)$$

де  $\omega_{max}$  – вища власна частота системи; параметр  $0 \leq \delta_i = \frac{\Delta t_i}{\Delta t_{i-1}} \leq 1$ .

## 5. Результати дослідження

Використовуючи розглянутий у роботі метод і побудовану чисельну модель контактної взаємодії м'якого тіла з лопаткою авіаційного двигуна, проведено чисельні дослідження реакції лопатки з титанового сплаву на удар м'якого тіла різної маси, з різною швидкістю і під різними кутами. З метою верифікації чисельної моделі м'якого тіла виконано тестові розрахунки і порівняння отриманого результату з результатами натурних експериментів. Постановку завдання, математичну і чисельну модель, а також результати дослідження у випадку удару м'якого тіла масою 1 кг по жорсткій перешкоді розглянуто в роботі [10]. Постановку завдання, математичну і чисельну модель, а також результати дослідження у випадку удару м'якого тіла масою 1,8 кг по пружно-деформованій перешкоді наведено в роботі [11].

На рис. 3 показано характер деформування м'якого тіла і лопатки протягом перших 250 мкс для випадку косоного удару м'якого тіла масою 82,6 г зі швидкістю 302,1 м/с під кутом  $36,4^\circ$  до консольно закріпленої лопатки з титанового сплаву, яка має наступні розміри: довжина 311,2 мм, ширина 88,9 мм і товщина 4,27 мм. Точка удару м'якого тіла по лопатці розташована на відстані 70% розмаху лопатки.

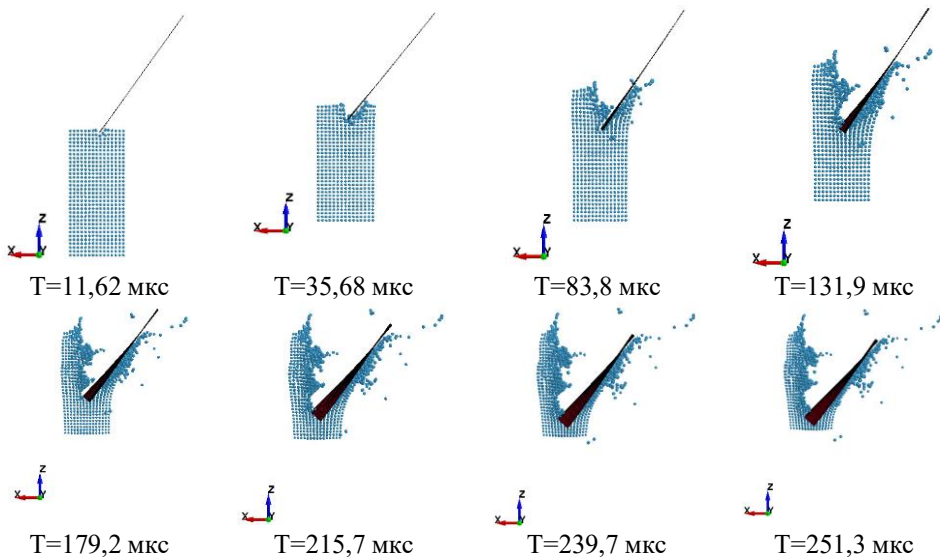


Рисунок 3 – Характер деформування м'якого тіла і лопатки при косому ударі

Отриманий результат дозволяє аналізувати траєкторії руху частинок м'якого тіла і оцінювати розміри і характер ймовірного пошкодження лопатки. У випадку косоного удару м'якого тіла по лопатці відбувається поділ м'якого тіла на дві частини, одна з яких взаємодіє з поверхнею лопатки, а інша рухається у первісному напрямку.

На рис. 4 показано графік зміни динамічного прогину лопатки у кінцевому перетині у випадку фронтального удару м'якого тіла масою 100,5 г зі швидкістю 177,4 м/с по консольно закріпленій лопатці з титанового сплаву. Виконано порівняння результату чисельного моделювання з результатом

натурного експерименту [12]. Отримані результати задовільно узгоджуються з результатами натурного експерименту. У випадку фронтального удару м'якого тіла лопатка робить нелінійні затухаючі згинальні коливання. Слід відзначити, що коливання несиметричні відносно початкового положення рівноваги. Причиною несиметричності коливань є залишкові пластичні деформації, що виникають у кореневому перетині лопатки.

На рис. 5 показано результат порівняння згинальних напружень у кореневому перетині лопатки для випадків фронтального і косого удару. Досліджено вплив швидкості та кута зіткнення на розподіл напружень у кореневому перетині лопатки.

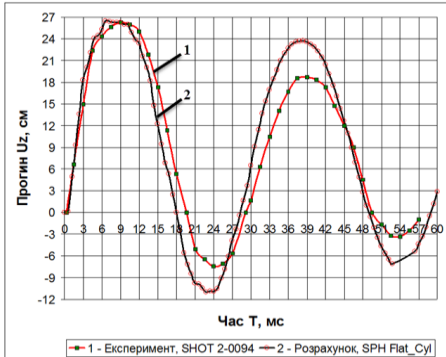
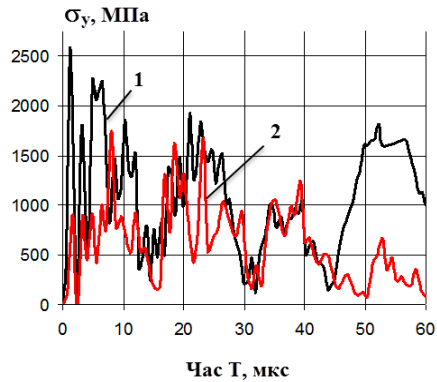


Рисунок 4 – Графік зміни динамічного прогину лопатки у кінцевому перетині при фронтальному ударі



1 –  $m = 100,5$  г,  $V_{im} = 177,4$  м/с,  $\alpha = 90^\circ$ ;  
2 –  $m = 82,6$  г,  $V_{im} = 302,1$  м/с,  $\alpha = 36,4^\circ$ ;

Рисунок 5 – Вплив параметрів ударного процесу на розподіл нормальних напружень у кореневому перетині лопатки

Аналізуючи розподіл нормальних напружень у кореневому перетині лопатки для обох випадків удару, слід відзначити наступне: з точки зору ймовірності пошкодження випадок фронтального удару є більш небезпечним, ніж випадок косого удару. Незважаючи на те, що у випадку косого удару швидкість м'якого тіла вища, ніж для випадку фронтального удару, проте рівень напружень для цього випадку нижчий за відповідний рівень напружень у разі фронтального удару. Це свідчить про більш суттєвий вплив кута зіткнення на рівень напружень, ніж швидкості. Для обох випадків рівень напружень перевищує межу текучості, про що свідчить розвиток пластичних деформацій у кореневому перетині лопатки.

## Висновки

1. Розроблено гібридну модель контактної взаємодії м'якого тіла з лопаткою авіаційного двигуна, яка поєднує два методи дискретизації: метод скінченних елементів для лопатки та безсітковий метод згладжених частинок для м'якого тіла.

2. Використання безсіткового методу згладжених частинок для дискретизації м'якого тіла дозволило усунути проблеми чисельної нестійкості та розширило область моделювання і дослідження механічних процесів, які супроводжують удар.

3. Отримано якісне узгодження результатів чисельного моделювання з результатами натурального експерименту, що свідчить про працездатність запропонованої моделі та можливість застосування у якості альтернативи натурним випробуванням. Це, у свою чергу, спрощує, прискорює і знижує матеріальні витрати на проектування нових птахостійких лопаток.

4. Застосування у чисельній моделі оболонкових елементів першого порядку з однією точкою інтегрування для дискретизації лопатки знижує обчислювальні витрати порівняно з елементами, які використовують повну схему інтегрування, а це, у свою чергу, підвищує обчислювальну ефективність моделі.

5. Модель дає змогу аналізувати можливі наслідки удару м'якого тіла по лопатці, оцінювати розміри і вид ймовірного пошкодження, а також отримувати розподіл параметрів, які характеризують термомеханічний стан лопатки за часом, а також за об'ємом.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Wildlife, S.: Civil Aircraft in the United States 1990–2013 // Federal Aviation Administration National Wildlife Strike Database. Report № 20. July 2014.
2. Dolber R. A. Birds and Aircraft: Fighting for airspace in crowded skies [Електронний ресурс] / R. A. Dolber. – Режим доступу: [http://www.aphis.usda.gov/wildlife\\_damage/nwrc/publications/00pubs/00–13.PDF](http://www.aphis.usda.gov/wildlife_damage/nwrc/publications/00pubs/00–13.PDF). – 9.10.2011. – Загол. з екрана.
3. Bird population trends and their impact on Aviation safety 1999-2008 [Text]: EASA safety report / European aviation safety agency. Safety analysis and research department executive directorate; Maragakis I. – 2009. – 24 p.
4. Зеленков Ю. А. Использование суперкомпьютеров при проектировании авиационных двигателей [Електронний ресурс] / Ю. А. Зеленков. – Режим доступу: <http://hpc-russia.ru/pdf/Saturn.pdf>. – 24.10.2011 г. – Загол. з екрана.
5. Impact Behavior of Low Strength Projectiles [Text]: Technical report: / University of Dayton Research Institute; Wilbeck J. S. – July 1978. – 129 p. – AFML–TR–77–134. – ADA060423.
6. Светличный С. П. Численный анализ модели косоугольного удара мягкого тела по модельной лопатке АД [Текст] / С. П. Светличный, В. А. Ванин // Компьютерное моделирование в наукоемких технологиях: Труды междунар. науч.-практ. конф., 22–25 мая 2018 г. – Х.: Харьк. нац. ун-т имени В. Н. Каразина, 2018. – С. 270–273.
7. J. O. Hallquist. LS-DYNA. Theory Manual. – Livermore: LSTC, 2006. – 680 p.
8. J. J. Monaghan. Smoothed Particle Hydrodynamics [Електронний ресурс] / J. J. Monaghan. – Режим доступу: <http://www.astro.lu.se/~david/teaching/SPH/notes/annurev.aa.30.090192.pdf>. – 28.11.2015. – Загол. з екрана.
9. J. J. Monaghan. Smoothed Particle Hydrodynamics [Електронний ресурс] / J. J. Monaghan. – Режим доступу: [http://cg.informatik.unifreiburg.de/intern/seminar/particleFluids\\_Monaghan%20-%20SPH%20-%202005.pdf](http://cg.informatik.unifreiburg.de/intern/seminar/particleFluids_Monaghan%20-%20SPH%20-%202005.pdf). – 1.12.2015. – Загол. з екрана.
10. Ванин, В. А. Численное исследование взаимодействия тушки птицы с преградой на основе сеточного и бессеточного методов [Текст] / В. А. Ванин, С. П. Светличный // Вестник Национального технического университета «ХПИ». Сер.: Математическое моделирование в технике и технологиях. – Х.: НТУ «ХПИ», 2016. – №16 (1188). – С. 5–15.

11. Светличный, С.П. Анализ деформаций стальной плиты-мишени при ударе мягкого тела [Текст] / С.П. Светличный // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: научно-технический журнал. – 2017. – Вып. 77. С. 73–80.
12. Structural Element and Real Blade Impact Testing [Text]: Technical report: / University of Dayton Research Institute; Bertke, R. S. – January 1983. – 468 p. – AFWAL-TR-82-2121. – ADA127744.

## REFERENCES

1. Wildlife, S.: Civil Aircraft in the United States 1990–2013 // Federal Aviation Administration National Wildlife Strike Database. Report № 20. July 2014.
2. Dolber R. A. Birds and Aircraft: Fighting for airspace in crowded skies [Internet resource] / R. A. Dolber. – Rezhim dostupu: [http://www.aphis.usda.gov/wildlife\\_damage/nwrc/publications/00pubs/00-13.PDF](http://www.aphis.usda.gov/wildlife_damage/nwrc/publications/00pubs/00-13.PDF). – 9.10.2011. – Zagol. z ekrana.
3. Bird population trends and their impact on Aviation safety 1999-2008 [Text]: EASA safety report / European aviation safety agency. Safety analysis and research department executive directorate; Maragakis I. – 2009. – 24 p.
4. Zelenkov Yu. A. Ispolzovanie superkompyuterov pri proektirovanii aviatsionnykh dvigateley [Internet resource] / Yu. A. Zelenkov. – Rezhim dostupu: <http://hpc-russia.ru/pdf/Saturn.pdf>. – 24.10.2011. – Zagol. z ekrana.
5. Impact Behavior of Low Strength Projectiles [Text]: Technical report: / University of Dayton Research Institute; Wilbeck J. S. – Jule 1978. – 129 p. – AFML-TR-77-134. – ADA060423.
6. Svetlichnyy S. P. Chislenyy analiz modeli kosogo udara myagkogo tela po modelnoy lopatke AD [Text] / S. P. Svetlichnyy, V. A. Vanin // Kompyuternoe modelirovanie v naukoemkikh tekhnologiyakh: Trudy mezd. nauch.-prakt. konf., 22–25 maya 2018 g. – Kh.: Khark. nats. u-t imeni V. N. Karazina, 2018. – 270–273.
7. J. O. Hallquist. LS-DYNA. Theory Manual. – Livermore: LSTC, 2006. – 680 p.
8. J. J. Monaghan. Smoothed Particle Hydrodynamics [Internet resource] / J. J. Monaghan. – Rezhim dostupu: <http://www.astro.lu.se/~david/teaching/SPH/notes/annurev.aa.30.090192.pdf>. – 28.11.2015. – Zagol. z ekrana.
9. J. J. Monaghan. Smoothed Particle Hydrodynamics [Internet resource] / J. J. Monaghan. – Rezhim dostupu: [http://cg.informatik.unifreiburg.de/intern/seminar/particleFluids\\_Monaghan%20-%20SPH%20-%202005.pdf](http://cg.informatik.unifreiburg.de/intern/seminar/particleFluids_Monaghan%20-%20SPH%20-%202005.pdf). – 1.12.2015. – Zagol. z ekrana.
10. Vanin, V. A. Chislennoe issledovanie vzaimodeystviya tushki ptitsi s pregradoy na osnove setochnogo i bezsetochnogo metodov [Text] / V. A. Vanin, S. P. Svetlichnyy // Vestnik Natsionalnogo tekhnicheskogo universiteta «KhPI». Ser.: Matematicheskoe modelirovanie v tekhnike i tekhnologiyakh. – Kh.: NTU «KhPI», 2016. – №16 (1188). – 5–15.
11. Svetlichnyy, S.P. Analiz deformatsiy stalnoy plity-misheni pri udare myagkogo tela [Text] / S.P. Svetlichnyy // Otkrytye informatsionnye i kompyuternye integrirovannye tekhnologii: nauchno-tekhnicheskii zhurnal. – 2017. – Vyp. 77. 73–80.
12. Structural Element and Real Blade Impact Testing [Text]: Technical report: / University of Dayton Research Institute; Bertke, R. S. – January 1983. – 468 p. – AFWAL-TR-82-2121. – ADA127744.

*Стаття надійшла до редакції 20.01.2019.*

**В.А. ВАСЯНИН, Л.П. УШАКОВА**

## **КОДЫ ГРЕЯ В ЗАДАЧАХ КОМБИНАТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ**

***Аннотация.** В статье приводятся полезные сведения для разработчиков алгоритмов и программ об использовании кодов Грея для решения комбинаторных задач с псевдобулевыми функциями (полиномами от булевых переменных). В качестве примера эффективности применения этих кодов рассматривается решение 0-1 задачи о ранце с полным перебором вариантов решения. Представлены результаты экспериментального исследования, которые показывают, что коды Грея можно практически применять в схемах ветвления, например, в методе ветвей и границ, когда количество переменных в узлах ветвления решающего алгоритма не превышает 35.*

***Ключевые слова:** коды Грея, задачи комбинаторной оптимизации, время решения задачи.*

**DOI: 10.35350/2409-8876-2019-14-1-63-69**

### **Введение**

В 1953 г. физик Фрэнк Грей (Frank Gray) изобрел коды Грея и получил на них патент [1]. Изначально эти коды применялись в кодово-импульсной модуляции для управления различными электромеханическими переключателями и методе аналоговой передачи цифровых сигналов. В настоящее время коды Грея используются для выявления и исправления ошибок в системах связи, управления различными цифровыми датчиками, кодирования номеров дорожек в жестких накопителях компьютеров и пр. Кроме того, известно о применении кодов Грея для решения комбинаторных задач «Ханойская башня» и «Китайские кольца» [2]. Подробнее о кодах Грея можно узнать в книге Д. Кнута [3].

В данной статье показано, как можно применять коды Грея для эффективного вычисления значения целевой функции и проверки ограничений в различных схемах ветвления, например, в методах ветвей и границ, динамического программирования и др., когда количество двоичных (булевых) переменных в узлах ветвления невелико (менее 35). В этом случае в узлах ветвления для каждого допустимого варианта решения можно использовать частичный пересчет значений целевой функции и ограничений.

Рассматривается 0-1 задача о ранце (0-1 Knapsack Problems, 0-1 КР), на примере которой показано, насколько уменьшается время решения задачи за счет частичного пересчета значений целевой функции и ограничений по сравнению с их полным пересчетом.

### 1. 0-1 задача о ранце

Математическая формулировка задачи заключается в следующем. Задан набор  $n$  предметов, для каждого из которых известна стоимость  $c_i \in Z^+$  и вес  $a_i \in Z^+$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Требуется так загрузить ранец предметами, чтобы его суммарная стоимость была максимальной

$$\max \sum_{i=1}^n c_i x_i, \quad (1)$$

и выполнялось ограничение на суммарный размер ранца  $W \in Z^+$

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i \leq W, \quad (2)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}. \quad (3)$$

Предполагается, что  $a_i \leq W$ ,  $i = \overline{1, n}$  и  $\sum_{i=1}^n a_i > W$ . Как известно, сформулированная задача является NP-трудной, т.е. в общем случае для ее решения не существует точного полиномиального алгоритма [4]. В книгах [5, 6] можно найти описание трех точных псевдополиномиальных алгоритмов решения задачи (1)-(3), основанных на методах ветвей и границ и динамического программирования с использованием Лагранжевой и LP релаксации. Листинги программ этих алгоритмов (expknap, minknap и combo) на C++ приведены на странице D. Pisinger в Интернете ([www.diku.dk/~pisinger/](http://www.diku.dk/~pisinger/)). В этих же книгах приведены также полностью полиномиальные приближенные схемы решения задачи 0-1 КР (FPTAS — Fully Polynomial Time Approximation Scheme) — алгоритмы, которые за полиномиальное время от размера входа задач и  $1/\varepsilon$  позволяют получить  $(1 - \varepsilon)$  гарантированное приближенное решение, где  $\varepsilon$  — сколь угодно малое положительное число.

### 2. Алгоритм полного перебора на основе кодов Грея

Для полного перебора вариантов решения задачи (1)-(3) будем использовать алгоритм генерации последовательности двоично-отраженных  $n$ -разрядных кодов Грея, предложенный Эрлихом [7]. Алгоритм дает возможность в процессе решения эффективно вычислять значения целевой функции (1) и ограничения (2). Двоично-отраженный (зеркальный, рефлексивный) код Грея определяется по следующим рекурсивным правилам:

$$B_0 = "", B_{n+1} = 0B_n 1B_n^r, n = 0, 1, 2, 3, \dots, \text{ (разряды добавляются слева) или}$$

$$B_0 = "", B_{n+1} = B_n 0B_n^r 1, n = 0, 1, 2, 3, \dots, \text{ (разряды добавляются справа),}$$



где  $B_0 = "$  — пустая строка,  $B_n$  — бинарная последовательность Грея, состоящая из  $n$  битовых строк,  $0B_n$  и  $B_n0$  — последовательность  $B_n$  с префиксом 0 в начале и конце каждой строки,  $1B_n^r$  и  $B_n^r1$  — последовательность  $B_n$  в обратном порядке с префиксом 1 в начале и конце каждой строки. Поскольку последняя строка в  $B_n$  эквивалентна первой строке в  $B_n^r$ , то ясно, что на каждом шаге  $B_{n+1}$  изменяется ровно один бит, если  $B_n$  обладает тем же свойством. С каждым шагом длина строк увеличивается на 1, а их количество — вдвое. Таким образом,  $n$ -разрядный код Грея есть упорядоченная циклическая последовательность  $2^n$   $n$ -разрядных строк, в которой последовательные строки различаются только одним битом (разрядом). В алгоритмах полного перебора для вычисления значений различных функций с помощью кодов Грея удобно эти коды представлять упорядоченным списком номеров разрядов, изменяющих свое значение на противоположное при переходе от текущей строки к следующей. Такую последовательность переходов  $P_n$  можно определить по следующим рекурсивным правилам:  $P_1 = 1$ ,  $P_n = P_{n-1}, n, P_{n-1}$ ,  $n = 2, 3, 4, \dots$ . Длина последовательности  $P_n$  равна  $2^n - 1$ , а нумерацию разрядов в последовательности можно выполнять справа налево или наоборот. Например, для  $n = 4$  и начальной строки 0000  $P_4 = 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 4, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1$ , а ее длина равна  $2^4 - 1 = 15$ . Соответствующая последовательность бинарных строк при нумерации разрядов слева направо имеет вид: 0000, 1000, 1100, 0100, 0110, 1110, 1010, 0010, 0011, 1011, 1111, 0111, 0101, 1101, 1001, 0001. При нумерации разрядов справа налево получим перевернутую последовательность, соответствующую первому рекурсивному определению  $B_{n+1}$ . Интересно заметить, что если построить граф, вершины которого соответствуют бинарным последовательностям длины  $n$ , а ребра соединяют две вершины, отличающиеся только одним разрядом, то такой граф представляет двоичный  $n$ -мерный куб. При этом построенная бинарная последовательность соответствует гамильтонову пути в таком графе.

Для генерации последовательности переходов  $P_n$  в бинарной строке  $B = \| b_i \|$ ,  $i = \overline{1, n+1}$ , определим вектор указателей  $P = \| p_i \|$ ,  $i = \overline{1, n+2}$ , который имитирует стек для рекурсивного определения  $P_n$ . Оптимальное решение  $x_i^*$ ,  $i = \overline{1, n}$  будем сохранять в векторе  $B^{opt} = \| b_i^{opt} \|$ ,  $i = \overline{1, n+1}$ , где: если  $b_i^{opt} = 0$ , то  $x_i^* = 0$ ; если  $b_i^{opt} = 1$ , то  $x_i^* = 1$ ;  $i = \overline{1, n}$ . Размерности векторов  $P$ ,  $B$  и  $B^{opt}$  увеличены соответственно на две и одну единицу из-за специфики работы алгоритма. Знак « $\leftarrow$ » означает операцию присваивания.

**Алгоритм ОПТ1 с частичным пересчетом целевой функции и ограничения**

1.  $CSUM \leftarrow c_1; ASUM \leftarrow a_1; CSUMOPT \leftarrow 0; B \leftarrow 0; B^{opt} \leftarrow 0.$
2. Для  $\{ i \mid i = \overline{1, n+2} \}$  выполнить  $p_i \leftarrow i.$
3.  $i \leftarrow 1.$
4. Пока  $i < n+1$  выполнять шаги 5-7.
5. Если  $b_i = 0$ , то  $CSUM \leftarrow CSUM - c_i; ASUM \leftarrow ASUM - a_i$ , иначе  $CSUM \leftarrow CSUM + c_i; ASUM \leftarrow ASUM + a_i.$
6. Если  $ASUM \leq W$ , то если  $CSUM > CSUMOPT$  выполнить:  $CSUMOPT \leftarrow CSUM; B^{opt} \leftarrow B; ASUMOPT \leftarrow ASUM.$
7.  $i \leftarrow p_i; b_i \leftarrow 1 - b_i; p_1 \leftarrow 1; p_i \leftarrow p_{i+1}; p_{i+1} \leftarrow i+1.$
8. Конец алгоритма. Вывести значения:  $\max \sum_{i=1}^n c_i x_i^* = CSUMOPT;$   
 $\sum_{i=1}^n a_i x_i^* = ASUMOPT; W; B^{opt}.$

В варианте решения задачи с полным пересчетом целевой функции и ограничения (алгоритм ОПТ2) шаг 1 заменится на

1.  $CSUMOPT \leftarrow 0; B \leftarrow 0; B^{opt} \leftarrow 0,$

а шаг 5 заменится на

5.  $CSUM \leftarrow 0; ASUM \leftarrow 0.$  Для  $\{ j \mid j = \overline{1, n} \}$  выполнить  $CSUM \leftarrow CSUM + c_j * b_j; ASUM \leftarrow ASUM + a_j * b_j.$

### 3. Экспериментальное сравнение алгоритмов ОПТ1 И ОПТ2

Сравнение быстродействия алгоритмов ОПТ1 и ОПТ2 проводилось на примерах, сгенерированных датчиком псевдослучайных чисел. Для всех размерностей задачи, которая изменялась от  $n = 5$  до  $n = 36$ , стоимости предметов  $c_i$  и их веса  $a_i$  генерировались в диапазоне от 5 до 10 и от 1 до 20 соответственно. При проведении эксперимента проверялась также точность решения задачи (1)-(3) «жадным» эвристическим алгоритмом ОПТ3 с временной сложностью  $O(n \log n)$ . Алгоритм основан на предварительном упорядочении предметов в заданном наборе по невозрастанию их удельных стоимостей  $c_i / a_i, i = \overline{1, n}$  с последующим выбором предметов в ранец до тех пор, пока выполняется ограничение на размер ранца  $W$ . Хорошо известно, см. например, [6, 8], что решения  $ОПТ3 = \max \sum_{i=1}^n c_i x_i^*$ , полученные «жадным» алгоритмом, могут отличаться от оптимальных не более чем в два раза, при выборе окончательной стоимости ранца из условия  $\max \sum_{i=1}^n c_i x_i^* = \{ \max \sum_{i=1}^n c_i x_i^*, \max c_i \}$ , где  $\max c_i, i = \overline{1, n}$  — максимальная стоимость предмета в заданном наборе.

На рис. 1 показано время решения задачи (1)-(3) (с точностью до двух знаков после запятой) на ПК с тактовой частотой 2.66 GHz для алгоритмов OPT1 и OPT2 с частичным и полным пересчетом целевой функции и ограничения. Как видно из рис. 1, алгоритм OPT1 может применяться для практических расчетов в схемах ветвления, когда количество переменных в узлах дерева ветвления не превышает 35 (для  $n = 35$  время счета около 8 минут). Алгоритм OPT1 для вариантов 5-10 быстрее алгоритма OPT2 в среднем в 7 раз.

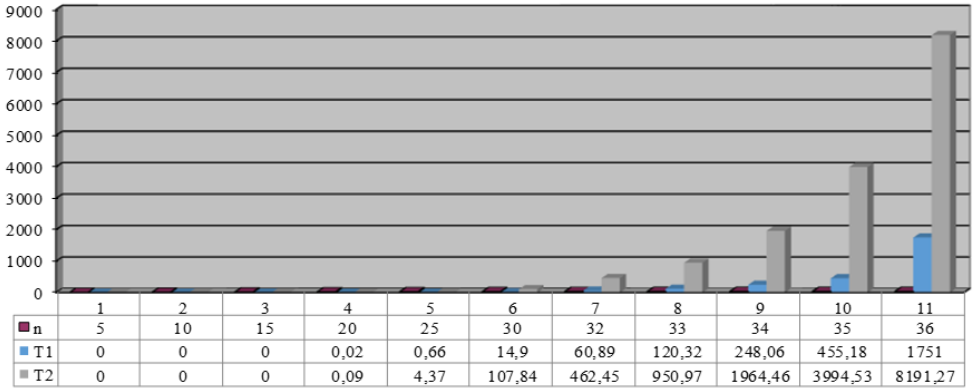


Рисунок 1 – Время решения задачи в сек. с частичным (T1, алгоритм OPT1) и полным (T2, алгоритм OPT2) пересчетом целевой функции и ограничений

На рис. 2 приведены результаты решения задачи (1)-(3) точным алгоритмом OPT1 и «жадным» алгоритмом OPT3 (результаты решений алгоритмов OPT1 и OPT2 естественно совпадают).

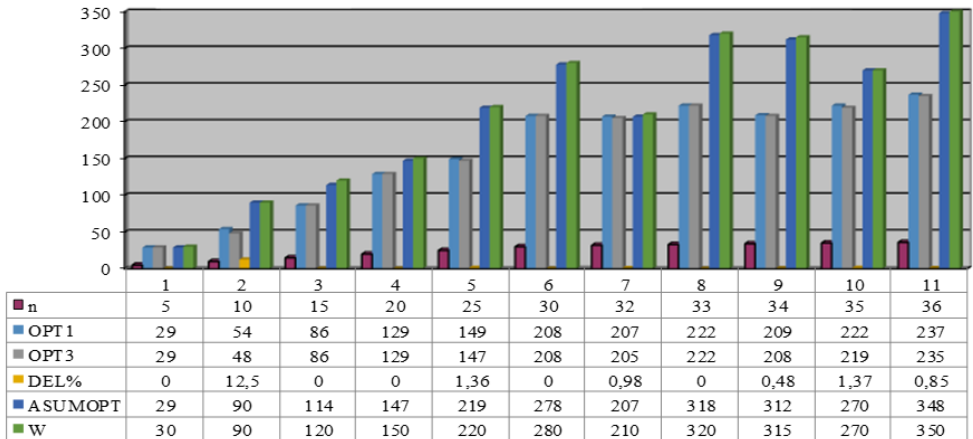


Рисунок 2 – Результаты оптимального (OPT1) и приближенного (OPT3) решения задачи

Значения  $\sum_{i=1}^n a_i x_i^* = ASUMOPT$  показаны для алгоритма OPT1.

Значения целевой функции, полученные «жадным» алгоритмом, отличаются от оптимальных в пределах DEL% от 0 до 12,5%. Алгоритм OPT3 имеет полиномиальную оценку временной сложности и его можно применять на практике для решения задачи (1)-(3) большой размерности, когда лицу, принимающему решение, необходимо достаточно быстро получить приближенное значение целевой функции при ограниченных вычислительных ресурсах. Так, например, задача (1)-(3) была решена для  $n = 10000$  с теми же границами изменения значений  $c_i$  и  $a_i$  за 0,11 сек. При этом OPT3 = 70598, ASUMOPT = 103985 при  $W = 104000$ .

Все программы написаны на языке Фортран в среде Microsoft Developer Visual Studio и могут быть адаптированы для работы в системе параллельного программирования Intel® Parallel Studio XE 2018, в которую вошли последние версии компиляторов C/C++ и Фортран (<https://software.intel.com/ru-ru/try-buy-tools>).

## Заключение

1. В статье показано, как можно применять на практике двоично-отраженные коды Грея для решения комбинаторных задач с псевдодобулевыми функциями (полиномами от булевых переменных), когда количество переменных в узлах дерева ветвления решающего алгоритма не превышает 35.

2. На примере решения 0-1 задачи о ранце наглядно продемонстрирована вычислительная эффективность предложенного алгоритма полного перебора решений с ограниченным пересчетом значения целевой функции и ограничения задачи.

3. Приведены результаты вычислительного эксперимента, которые показали возможность использования «жадного» алгоритма решения 0-1 задачи о ранце на практике для инженерных расчетов в задачах большой размерности ( $n = 10000$  и более).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gray F. Pulse code communication // U.S. Patent 2632058, March 17, 1953.
2. Гарднер М. Математические головоломки и развлечения: 2-е изд., испр. и дополн. / Пер. с англ. — М.: «Мир», 1999, 447 с.
3. Knuth D.E. The Art of Computer Programming. Volume 4A / Combinatorial Algorithms, Part 1. — Addison Wesley Longman, Inc., 2011. — 933 p.
4. Garey M.R., Johnson D.S. Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness. — W. H. Freeman & Co. New York, NY, USA, 1979. — 338 p.
5. Martello S., Toth P. Knapsack problems: algorithms and computer implementations. — Great Britain: Wiley, 1990. — 296 p.
6. Kellerer H., Pferschy U., Pisinger D. Knapsack Problems. — Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004. — 548 p.
7. Bitner J.R., Ehrlich G., Reingold E.M. Efficient Generation of the Binary Reflected Gray Code and its Applications // Comm. ACM. — 1976. — 19. — P. 517-521.
8. Кузюрин Н.Н., Фомин С.А. Эффективные алгоритмы и сложность вычислений. — М: МФТИ, 2008. — 326 с.

## REFERENCES

1. Gray F. Pulse code communication // U.S. Patent 2632058, March 17, 1953.
2. Gardner M. Mathematical puzzles and diversions. — Penguin Press Science S., New edition, 1991. — 160 p.
3. Knuth D.E. The Art of Computer Programming. Volume 4A / Combinatorial Algorithms, Part 1. — Addison Wesley Longman, Inc., 2011. — 933 p.
4. Garey M.R., Johnson D.S. Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness. — W. H. Freeman & Co. New York, NY, USA, 1979. — 338 p.
5. Martelo S., Toth P. Knapsack problems: algorithms and computer implementations. — Great Britain: Wiley, 1990. — 296 p.
6. Kellerer H., Pferschy U., Pisinger D. Knapsack Problems. — Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004. — 548 p.
7. Bitner J.R., Ehrlich G., Reingold E.M. Efficient Generation of the Binary Reflected Gray Code and its Applications // Comm. ACM. — 1976. — 19. — P. 517-521.
8. Kuzyrin N.N., Fomin S.A. Effektivnie algoritmi i slovnost vithisleni. — M: MFTI, 2008. — 326 s. (In Russian).

*Стаття надійшла до редакції 20.12.2018.*

# АНАЛІЗ, ОЦІНКА ТА ПРОГНОЗУВАННЯ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 681.3: 519.68

<https://orcid.org/0000-0003-1629-6689>

<https://orcid.org/0000-0002-7629-7563>

<https://orcid.org/0000-0002-5256-3433>

**В.М. ШЕМАЄВ, С.С. СТЕФАНЦЕВ, А.С. ЦИТОВЦЕВА**

## **КОГНІТИВНИЙ АНАЛІЗ І УПРАВЛІННЯ РОЗВИТКОМ СИТУАЦІЇ НА СВІТОВОМУ РИНКУ ОЗБРОЄНЬ**

***Анотація.** У статті досліджено можливості когнітивного моделювання ситуації на ринку високотехнологічної продукції, визначені особливості когнітивного аналізу і управління в соціально-економічних системах в цілому і зовнішньоринковою ситуацією зокрема. Показана доцільність використання для підтримки прийняття рішень суб'єктів ринку апарату когнітивного моделювання, заснованого на нечітких когнітивних картах, що дозволяють проводити як детальний аналіз ситуації, так і цільовий синтез стратегій управління її розвитком. Наведені результати моделювання стратегії управління віртуальною ринковою ситуацією.*  
***Ключові слова:** ринок озброєнь, ситуація, експорт озброєнь, когнітивне моделювання, синтез стратегій.*

**DOI: 10.35350/2409-8876-2019-14-1-70-81**

### **Вступ**

Питання стабілізації і поетапного розвитку економіки України пов'язані з невідкладним рішенням цілого ряду теоретичних і практичних проблем зовнішньої торгівлі. Діалектика взаємовпливу кон'юнктурутворюючих чинників на зовнішньому ринку високотехнологічної продукції полягає в їх переплетенні, проникненні один в одного, що може призводити до абсолютно непередбачуваних результатів, посилюючи дії одних або послабляючи прояв інших чинників. У зв'язку з цим вирішення загальної проблеми моделювання процесів управління ринковою ситуацією представляє як теоретичний, так і практичний інтерес. Особливість проблеми полягає в тому, що ринок високотехнологічної продукції відноситься до типу слабоструктурованих областей. Дослідження психологічних аспектів прийняття рішень дозволили виявити основні проблеми особи, яка приймає рішення (ОПР), в подібних областях. Ці проблеми полягають в тому, що ОПР вимушена враховувати велику кількість різномірних і взаємозв'язаних між собою чинників в умовах, коли ці взаємозв'язки неясні і не усі чинники очевидні. Якість прийняття рішення в таких умовах істотно залежить від кількості варіантів рішень, які

бачить керівник. Це означає, що ОПР повинен діяти комплексно і враховувати в рішеннях різні аспекти цілісної системи, тобто одночасно впливати на різні чинники. Оскільки ситуація безперервно міняється, а багато її чинників не піддаються виміру і залишаються невідомими до деякого моменту часу, керівник вимушений діяти в умовах неповноти і недостовірності поточної інформації. При ухваленні рішень керівник бере за основу особистий досвід та особисті переваги, враховуючи при цьому науково обґрунтовані рекомендації як найважливіші аргументи.

## **1. Загальна постановка задачі, мета досліджень**

Класичні економіко-математичні методи і моделі дослідження операцій охоплюють тільки виробничо-технологічний аспект діяльності суб'єктів ринку. Традиційні методи структурного ієрархічного аналізу не дозволяють описувати системну динаміку процесів предметної області, моделювати поведінку реальних суб'єктів [1]. Ці підходи були розроблені свого часу наукою для моделювання технічних пристроїв і систем. Соціогуманітарний аспект діяльності учасників ринку в цих економіко-математичних моделях практично не представлений, тоді як роль його в сучасній економіці нестримно зростає.

У зв'язку з цим виникає необхідність побудови синтетичних моделей, які б об'єднували в єдине ціле опис виробничо-технологічних, економічних і соціально-психологічних процесів, пов'язаних з прийняттям управлінських рішень. Таким чином, виникає проблема створення єдиної системи моделей на основі синтезу різних наукових дисциплін для забезпечення цілісного відображення проблемних ситуацій прийняття рішень. Такий синтез має бути спрямований на об'єднання математичного моделювання і неформальних методів, що моделюють мислення людини як особи, яка приймає рішення. Цей напрям повинен містити в собі результати, отримані математикою, економікою, соціологією, психологією і іншими науками.

Ментальні аспекти конфліктної поведінки учасників ринку при ухваленні рішень добре описуються когнітивними моделями з елементами впливу рефлексії, а “числові” – диференціальними і статистичними рівняннями. Тому, для формалізації процесів управління в соціально-економічних системах, у тому числі на ринку високотехнологічної продукції, доцільно використати когнітивне моделювання, засноване на нечітких когнітивних картах, що дозволяють проводити як детальний аналіз ситуації, так і цільовий синтез стратегій управління її розвитком. Саме когнітивні моделі повинні дозволити проаналізувати цілепокладання учасників ситуації, виділити вузлові економічні стратегії і структури, що управляють, які можуть забезпечити досягнення цілей суб'єктів, подальший кількісний аналіз яких і буде результатом рішень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких розглядається вирішення загальної проблеми, свідчить, що значний внесок у її розвиток внесли учені: Ф. Робертс (застосування імпульсних процесів до моделювання соціально-економічних систем) [2], Б. Коско (застосування когнітивного моделювання для проєкційного навчання нейронних мереж) [3], В. Занг [4], В. Сілов (когнітивний аналіз проблемної області і рішення нечітких цільових завдань стратегічного управління) [5], Т. Таран (концептуальна реконструкція

суб'єктивних представлень) [6], А. Кулинич (аналіз предметної області, що важко формалізується, на основі теорії структур) [7], З. Авдеева та Є. Раєвнева (когнітивне моделювання для вирішення завдань управління слабоструктурованими системами) [11] та [12], В. Кадієвський (когнітивне моделювання прийняття управлінських рішень на підприємстві) [13], Л. Малярець (когнітивне моделювання в управлінні людським капіталом підприємства) [14] та ін.

Проведений аналіз дозволяє зробити висновок про те, що методологія когнітивного моделювання досить добре розроблена. В той же час, невіршеними залишаються питання застосування когнітивного моделювання в завданнях управління складними ситуаціями в різних сферах соціально-економічних систем.

У зв'язку з цим мета статті полягає в дослідженні можливостей когнітивного моделювання ситуації на ринку високотехнологічної продукції.

## **2. Методика і результати досліджень**

### **Когнітивне моделювання слабоструктурованих ситуацій**

Завдання підтримки прийняття рішень в когнітивному моделюванні визначається як завдання розробки стратегії для переведення ситуації з поточного стану в цільовий в умовах невизначеності. Розробка стратегії ґрунтується на моделі ситуації, яка в слабоструктурованих ситуаціях представляється як суб'єктивна модель, що включає суб'єктивні оцінки значень чинників ситуації і модель її функціональної структури, що описує відомі закони і закономірності спостережуваної ситуації.

Методологія когнітивного моделювання включає наступні етапи:

1. Формулювання і уточнення проблеми, на рішення якої спрямований процес когнітивного моделювання.
2. Побудова моделі ситуації за допомогою експертної процедури виявлення найбільш суттєвих чинників ситуації, їх оцінка і визначення залежностей між ними.
3. Аналіз і прогноз розвитку ситуації при зміні деяких чинників ситуації (рішення прямої задачі аналізу ситуації).
4. Вироблення стратегічних рішень для досягнення заданих цілей (рішення зворотної задачі аналізу ситуації).
5. Вироблення порад і рекомендацій для прийняття рішень (вибір стратегії).

Традиційним методом когнітивного моделювання є когнітивне картування [2], спрямоване на виявлення причинно-наслідкових зв'язків між чинниками ситуації. Формально когнітивна карта представляється у вигляді орієнтованого графа, вузлам якого відповідають індивідуально значимі чинники, а дуги навантажені знаками “+” або “-” (знаковий орієнтований граф) [2, 6, 7, 8] чи значеннями функції приналежності взаємозв'язків (нечіткий орієнтований граф) [5, 7], які відображають тип каузальної взаємодії між чинниками.

Таке представлення структури ситуації дозволяє використати математичні методи теорії графів [2], методи структурного балансу [9], нечіткі методи [5] для їх обробки і аналізу. Когнітивні карти можуть бути отримані шляхом прямого опитування експертів і досить добре відбивають



декларативний тип мислення, при якому основна увага приділяється чинникам, а зв'язки між ними представляються дуже простими.

Когнітивна модель є структурованим і спрощеним описом взаємодії чинників модельованої системи. Дійсно, навряд чи можна розраховувати, що її рівняння абсолютно достовірно описують реальні залежності між значеннями показників системи (навіть у якісній формі). В той же час знаки впливу (позитивні, негативні) чинників один на одного, відбиті в графі взаємовпливу, можуть певною мірою відповідати картині реального “знакового” взаємовпливу чинників.

Саме це припущення використовується як посилення до розгляду подібних моделей і знаходження дій учасників. При цьому знайдені якісні характеристики дій навряд чи має сенс переводити в кількісну форму і розглядати ці кількісні значення як рішення задачі управління в реальній ситуації. Важливим результатом знайдених дій, які приводять до відповідних змін чинників, що управляють, є отримувані напрями зміни цих чинників, що наближають (за інших рівних умов) поточний стан ситуації “у бік” його мети. Саме у цьому плані рішення задачі управління на якісному рівні має цілком певний практичний сенс.

Для невеликих когнітивних карт подібна інформація про напрями змін чинників, що управляють, може виглядати очевидною, оскільки вона узгоджується з відомими причинно-наслідковими співвідношеннями між чинниками (причинами), що управляють, і цільовими чинниками (наслідками). Проте, при великій кількості базисних чинників, що управляють, така очевидність пропадає. Для моделювання реальних ситуацій необхідно враховувати близько 150 - 300 чинників.

Вирішення проблеми підтримки прийняття рішень при використанні керованої когнітивної моделі зв'язане з необхідністю рішення двох завдань: прямого і зворотного. Пряме завдання полягає у визначенні вектора станів при заданому векторі управління. Зворотне завдання полягає в пошуку початкового вектора чинників, що управляють, при заданому векторі цілей. Рішення зворотної задачі вказує, які з чинників, що управляють, слід задіяти для управління, наскільки і в який бік повинен змінитися кожен з відібраних керівних чинників.

### **Моделювання цілеспрямованої взаємодії учасників ситуації на ринку високотехнологічної продукції**

Моделювання віртуальної ринкової ситуації проводилося з використанням системи “Космос” такої, що реалізує методологію когнітивного моделювання, її автор – В.Б. Сілов. CoSMoS (Когнітивна система моделювання стратегій, Cognitive System for the Modeling of Strategy (CoSMoS)) – це інтелектуальна програмна система, призначена для моделювання стратегій прийняття рішень в невизначеній, нечіткій обстановці.

Ця система дозволяє будувати когнітивні карти ситуації шляхом введення і редагування її чинників і зв'язків між ними, проводити налагодження когнітивної моделі, перевірку її стійкості, задавати початкові умови для вирішення завдання аналізу і синтезу, прогнозувати розвиток ситуації за заданих початкових умов, синтезувати стратегії управління ситуацією при заданих стратегічних цілях, проводити перегляд початкових даних і результатів моделювання, виведення результатів і даних про вплив

чинників, про рішення задачі по синтезу стратегії в цифровий, лінгвістичний і графічний вид у файл або на принтер.

### Неформальна постановка завдання моделювання

Розглянемо віртуальну ринкову ситуацію. Є дві сторони: експортер і імпортер. Основна мета експортера – розвиток експорту високотехнологічної продукції. Цільовий чинник ситуації – можливість укладення контрактів. Існує третя сторона, конкурент, мета якої – максимально понизити можливість розвитку експорту (зірвати укладення контрактів).

ОПР може бути експортером, імпортером або третьою стороною. Залежно від ролі ОПР, вирішуються взаємно зворотні завдання: підвищити/понизити можливість укладення контрактів. Припускатимемо (для модельного прикладу), що наша роль – експортер. Вважаємо також, що експортер та імпортер є традиційними партнерами, тобто наші інтереси і роль в цій ситуації визначені. На рис. 1 показаний фрагмент загальної структури взаємодії сторін в ринковій ситуації, системоутворюючим чинником виступає експортно-імпортна операція.

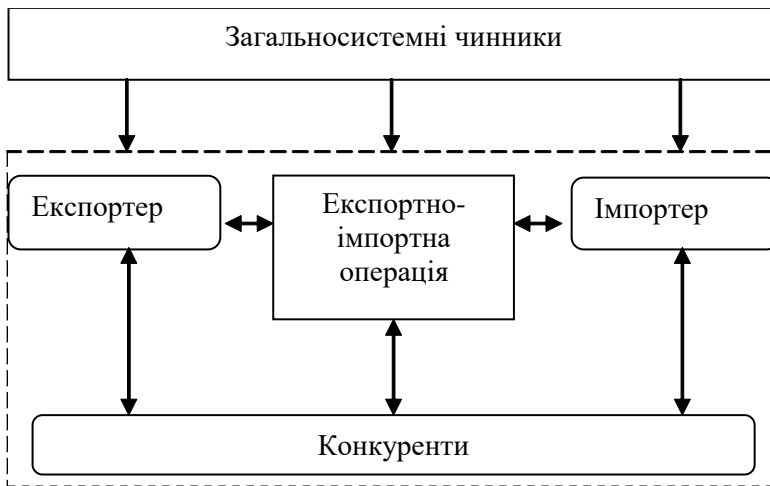


Рисунок 1 – Фрагмент структури взаємодії учасників ринкової ситуації

Кожна із сторін має своє внутрішнє середовище, до складу якого можуть входити: органи законодавчої влади, центральні органи виконавчої влади, правоохоронні органи і органи спеціального призначення, підприємства-виробники, посередники, банківські, страхові, транспортні структури й інші організації.

Учасники ринкової ситуації є активними суб'єктами, їх дії можуть призводити до того або іншого розвитку ситуації. У рамках когнітивної моделі кожен з учасників характеризується певною великою кількістю чинників, серед них є чинники, які характеризують можливості, інтереси учасників, а також чинники, що управляють, цільові і загальносистемні.

Управляючі чинники (важелі управління)  $k$ -го учасника – це чинники, на які цей учасник може безпосередньо впливати (шляхом реалізації певних заходів і дій у межах обраного сценарію) для досягнення мети.

Цільовими чинниками  $k$ -го учасника є така певна підмножина чинників, яка відбиває чітке уявлення учасника про бажане забезпечення певних значень цих чинників. Вибір (чи зміна) мети учасником визначається множиною неформалізованих причин, інтересами учасника ситуації, його відношенням до поточного стану системи, суб'єктивним прогнозом подальшого розвитку ситуації та ін.

Фрагмент класифікації чинників для модельного прикладу наведений в таблиці 1. У таблиці детальніше показані чинники, що характеризують експортера з урахуванням того, що в інших учасників вони практично аналогічні.

**Формальне представлення нечітких когнітивних карт**

Структура ситуації може бути представлена у вигляді орієнтованого навантаженого графа  $D(F, W)$ , де  $F$  – множина чинників,  $W \subseteq F \times F$  – орієнтовані дуги графа, навантажені значеннями впливів  $w_i \in W$ ,  $w_i \in [-1, 1]$ . У нечіткій когнітивній моделі значення чинників і зв'язків між ними описуються за допомогою лінгвістичних змінних і нечітких стосунків. Значення чинників у вершинах когнітивної моделі задаються як лінгвістичні змінні з вербальними значеннями, кожне з яких є нечіткою множиною з функцією приналежності, визначеною на інтервалі  $[-1, 1]$ .

Таблиця 1– Класифікація чинників, що характеризують ринкову ситуацію

№	Тип чинника / приналежність до суб'єкта	Назва чинника
1	<i>Цільові</i>	Можливість успішного розвитку експорту
2		Ступінь задоволення загальних інтересів експортера
...	...	...
3	<i>Керівні</i>	Ступінь задоволення продукцією експортера сучасних світових вимог
4		Ступінь розвитку виробничих потужностей замкнутого циклу у експортера
5		Рівень соціально-політичної стабільності експортера
...	...	...
6	Експортер	Ступінь державного протекціонізму експорту
7		Ступінь задоволеності умов імпортера відносно взаєморозрахунків
8		Ступінь зацікавленості виробників
9		Ступінь зацікавленості постачальників комплектуючих
10		Ступінь зацікавленості структур (фінансових, транспортних, страхових), що забезпечують
11		Рівень прибутку експортера
12		Рівень експортного потенціалу експортера в інших областях
...	...	...
...	Імпортер	...
...	Конкурент	...

Продовження таблиці 1

№	Тип чинника / приналежність до суб'єкта	Назва чинника
57	Загальносистемні чинники	Еластичність сегменту ринку
58		Рівень конкуренції
...		...

**Формальна постановка завдання**

Побудова знакового графа проводилася на основі системного підходу і методів декомпозиції. На першому етапі, з урахуванням повного відображення ситуації і збереження наочності когнітивної карти, була побудована її концептуальна модель, що містить 15 - 20 чинників. Фрагмент концептуальної моделі когнітивної карти, для модельного прикладу представлений на рис. 2.

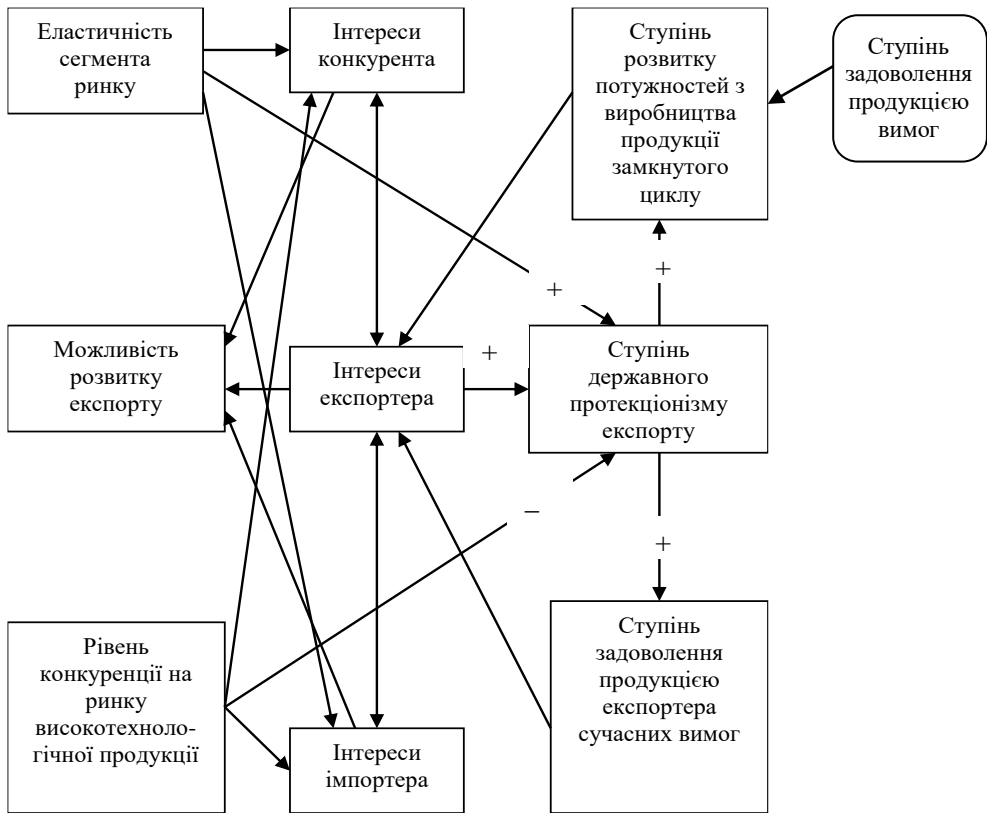


Рисунок 2 – Фрагмент концептуальної моделі когнітивної карти ринкової ситуації

З метою збереження наочності рис. 2, знаки взаємовпливу чинників показані для елемента когнітивної карти “Ступінь державного протекціонізму експорту”. На подальших етапах були деталізовані її окремі складові. На підставі цього знакового графа була побудована когнітивна матриця взаємовпливу чинників.

### Постановка і вирішення прямої задачі когнітивного моделювання

Загальна постановка завдання отримання прогнозу розвитку ситуації наступна: задана множина чинників ситуації  $F=\{F_i\}$ ,  $i=1, \dots, n$ ; визначені шкали чинників  $X_i$ ; визначено початковий стан ситуації  $X(t) = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  – вектор початкових значень чинників  $f_i \in F$ ; визначені причинно-наслідкові зв'язки чинників, які задані матрицею суміжності орієнтованого графа  $W=|w_{ij}|$ ; визначений початковий вектор приростів чинників ситуації  $P(t) = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ . Необхідно знайти вектори приросту факторів  $P(t), P(t+1), \dots, P(t+n)$  і стани ситуації  $X(t), X(t+1), \dots, X(t+n)$  в послідовні дискретні моменти часу  $t, t+1, \dots, t+n$ .

Це завдання вирішується методом послідовних ітерацій. Стан ситуації у момент часу  $t + 1$  визначається із співвідношення:

$$X(t+1)=X(t)+P(t+1),$$

де  $P(t+1)=P(t) \circ W$  – вектор приростів значень чинників у момент часу  $t + 1$ . В якості правила композиції ( $\circ$ ) для обчислення елементів вектора  $P(t+1)$  використовується множення та взяття максимуму (max-product -композиція).

### Постановка і вирішення зворотної задачі когнітивного моделювання

Вирішення зворотної задачі призначене для підтримки аналітичної діяльності експерта шляхом видачі рекомендацій і порад для вибору дій, що управляють, при розробці стратегії досягнення мети  $G=(g_1, g_2, \dots, g_m)$ . Завдання полягає в знаходженні вектора керівників дії  $U=(u_1, u_2, \dots, u_m)$ .

Для вирішення зворотної задачі використовується транзитивне замикання  $\bar{W} = |w_{ij}|$  матриці суміжності з елементами:

$$\bar{w}_{ij} = \max_j \{w_{ij}, (w_{ij})^2, \dots, (w_{ij})^n\},$$

де елемент  $(w_{ij})^\sigma$  матриці  $W^\sigma$ ,  $\sigma = 1, 2, \dots, n$  визначається із співвідношення:  $(w_{ij})^\sigma = \max_l (w_{il} * (w_{lj})^{\sigma-1})$ .

У зворотному завданні задається цільовий вектор необхідних приростів значень ознак ситуації  $G=(g_1, g_2, \dots, g_n)$ . Необхідно знайти множину векторів вхідних дій  $\Omega = \{U\}$ , таких, що для усіх  $U \in \Omega$  виконується рівність  $U \bar{W} = G$ . Рішення зворотної задачі знаходяться шляхом рішення нечіткого матричного рівняння  $U \circ \bar{W} = G$ , відносно вектора  $U$ . В результаті отримуємо множину рішень зворотної задачі  $\Omega = \{U_1, U_2, \dots, U_k\}$ , де  $U_1, \dots, U_k$  – вектори значень чинників ситуації.

### Цілі моделювання

Метою моделювання ринкової ситуації є розробка стратегічного плану, а також дослідження впливу окремих факторів на систему і системи на окремі фактори з метою виявлення найбільш значущих чинників ситуації. Проблема вибору стратегії і стратегічних цілей насамперед базується на розумному співвідношенні консонанса, негативного і позитивного впливу факторів та впорядкування цілей і пов'язаних з ними оцінок консонанса.

Представлення приросту чинника у вигляді пари – позитивного  $p_i^+(t+1)$  і негативного  $p_i^-(t+1)$  значення приросту – дозволяє моделювати когнітивний консонанс в уявленнях суб'єкта про значення чинника модельованої ситуації.

Термін “когнітивний консонанс” був запропонований Леоном Фестингером [10] для визначення відповідності елементів знань один одному. Ступінь когнітивного консонансу  $c_f(t)$  ( $0 \leq c_i(t) \leq 1$ ) визначається із співвідношення [5]:

$$c_i(t) = \frac{|p_i^+(t) + p_i^-(t)|}{|p_i^+(t)| + |p_i^-(t)|}$$

Консонанс ознаки характеризує упевненість суб’єкта в прирості значення  $p_f(t)$  чинника  $f$ . При  $c_f(t) \approx 1$ , тобто, якщо  $p_i^+(t) \gg p_i^-(t)$  або  $p_j^-(t) \gg p_i^+(t)$ , упевненість суб’єкта в значенні ознаки  $p_i(t)$  максимальна, а при  $c_i(t) \approx 0$ , тобто, якщо  $p_i^+(t) \approx p_i^-(t)$ , – мінімальна. Для людини зазвичай психологічно чуже поняття консонансу, тому вона трансформує його у поняття, близьке до довіри.

У системі “Космос” для зручності відображення мети представляються на графіці посилення/послаблення впливу чинників і консонансу (див. рис. 3). Аналогічно видаються отримані рішення.

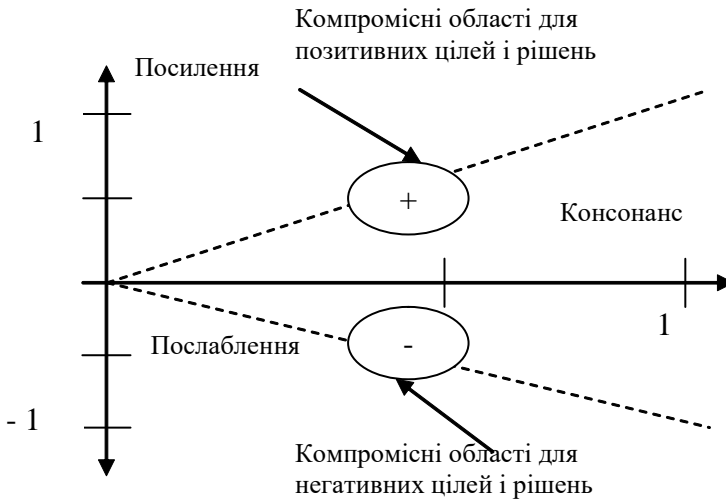


Рисунок 3 – Представлення цілей і стратегій в координатах “вплив-консонанс”

На модельному прикладі відпрацьовувалася стратегія досягнення вектора цільових чинників, представлених в табл. 2.

Таблиця 2 – Фрагмент варіанта цілей експортера

№	Назва цільового чинника	Вага чинника [-1; +1]	Ступінь довіри [-1; +1]
1	Можливість укладення контракту	0,326	0,502
2	Ступінь задоволення загальних інтересів експортера	0,452	0,425
3	Ступінь задоволення загальних інтересів імпортера	0,538	0,632
4	Ступінь задоволення загальних інтересів конкурента	-0,330	0,346
...	...	...	...

Розглянемо наведений в табл. 2 фрагмент варіанта цілей: експортер задає середні і в той же час неконфліктні можливості для розвитку експорту (вага чинника “Можливість укладення контракту” = 0,326; ступінь довіри = 0,502), при цьому одночасно досить високий і неконфліктний рівень задоволення загальних інтересів як у себе (вага чинника “Ступінь задоволення загальних інтересів експортера” = 0,452; ступінь довіри = 0,425), так і у імпортера (вага чинника “Ступінь задоволення загальних інтересів імпортера” = 0,538; ступінь довіри = 0,632). Рівень задоволення загальних інтересів конкурента досить низький (вага чинника “Ступінь задоволення загальних інтересів конкурента” = -0,330; ступінь довіри = 0,346) і т. д.

Зворотнє завдання має декілька варіантів вирішень (стратегій), фрагмент одного з них проілюстрований в табл. 3.

Результати моделювання показали, що для реалізації вибраного варіанта цільового вектора експортера потрібна наступна динаміка управляючих чинників: експортер і імпортер повинні забезпечити високий ступінь державного протекціонізму у своїх країнах (вага чинника “Ступінь державного протекціонізму експорту” = 0,509; ступінь довіри = 0,502; вага чинника “Ступінь державного протекціонізму імпорту” = 0,754; ступінь довіри = 0,632).

Таблиця 3 – Значення управляючих чинників для варіанта стратегії

№	Назва цільового чинника	Вага чинника [-1; +1]	Ступінь довіри [-1; +1]
1	Рівень державного протекціонізму у експортера	0,509	0,502
2	Рівень державного протекціонізму у імпортера	0,754	0,632
3	Ступінь задоволення продукцією сучасних вимог	0,492	0,502
4	Рівень можливостей по виробництву експортної продукції замкнутого циклу	0,490	0,496
5	Рівень соціально-політичної стабільності у експортера	0,512	0,502
6	Рівень соціально-політичної стабільності у конкурента	-0,422	0,322
...	...	...	...

Рівень економічних можливостей по виробництву експортної продукції по замкнутому циклу і ступінь відповідності цієї продукції сучасним вимогам мають бути досить високими (вага чинника “Рівень можливостей експортера по виробництву продукції замкнутого циклу” = 0,490; ступінь довіри = 0,496; вага чинника “Ступінь відповідності продукції експортера сучасним вимогам” = 0,492; ступінь довіри = 0,502).

Крім того, у експортера має бути забезпечена хороша внутрішня соціально-політична обстановка (вага чинника “Рівень соціально-політичної стабільності експортера” = 0,512; ступінь довіри = 0,502), в той же час у конкурента вона має бути підірвана (вага чинника “Рівень соціально-політичної стабільності конкурента” = -0,422; ступінь довіри = 0,332) і т. д.

Дослідження найбільш значимих чинників, що управляють, показало, що для успішного розвитку експорту велике значення має чинник, що

характеризує ступінь державного протекціонізму експортера. Для налаштування моделі на реальну ситуацію потрібне уточнення складу чинників і їх взаємовпливу.

## Висновки

Ситуації на ринку високотехнологічної продукції відносяться до типу слабоструктурованих областей. Для автоматизації управлінської діяльності в слабоструктурованих областях доцільно створювати систему підтримки прийняття рішень, орієнтовану на суб'єкта, – ОПР. Система підтримки прийняття рішень, орієнтована на суб'єкта, будується на основі методів, що враховують індивідуальні представлення, переваги і суб'єктивний досвід ОПР. Основною метою функціонування такої системи є формування, дослідження і аналіз суб'єктивних моделей управлінських ситуацій і управлінської діяльності в цілому.

Одним з підходів до створення суб'єктно-орієнтованої системи підтримки прийняття рішень є когнітивне моделювання ситуації. На основі аналізу думок експертів і ОПР будується структурний опис ситуації у вигляді когнітивної моделі.

Завдання підтримки прийняття рішень в когнітивному моделюванні визначається як знаходження стратегії переведення ситуації з поточного стану в цільовий.

Використання систем когнітивного моделювання процесів управління ринковою ситуацією надає можливість залучити до процесу прийняття рішень творчий потенціал ОПР, розширює можливості по досягненню цілей учасників ситуації, значно підвищує якість рішень, що приймаються ними.

Подальшим етапом розвитку в цьому напрямі є дослідження динамічних і рефлексійних аспектів розробки стратегії управління ринковою ситуацією.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Саати Т.Л. Принятие решений. Метод анализа иерархий: Пер. с англ. – М.: Радио и связь. 1996. – 320 с.
2. Робертс Ф.С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экономическим задачам. – М.: Наука. 1986. – 496 с.
3. Kosko B. Fuzzy thinking. Hyperion, 1993.
4. Zhang W.R., Chen S.S., Bezdek J.C. Pool2: A generic system for cognitive map development and decision analysis // IEEE Transaction on systems, man, and cybernetics. 1989. – V.19. – № 1. – P. 31-39.
5. Силов В.Б. Принятие стратегических решений в нечеткой обстановке. – М: ИНПРО–РЭС. 1995. – 228 с.
6. Таран Т.А. Ситуационное моделирование на основе качественных рассуждений // Искусственный интеллект. 1996. – №1. – С. 102–114.
7. Кулинич А.А. Система моделирования плохо определенных нестационарных ситуаций // Труды второй международной конференции «Когнитивный анализ и управление развитием ситуации». – М.: ИПУ РАН. 2002. – С. 44-50.
8. Таран Т.А., Разумовский О.В. Логико-алгебраическая модель для формализации качественных знаний // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1995. – № 5. – С. 100–107.
9. Cartwright D., Harary F. Structural Balance: a Generalization of Heider's Theory // Psych. Rev., 63. – 1956. – P. 177–293.



10. Фестингер Л. Теория когнитивного диссонанса. СПб.: Ювента. 1999. – 320 с.
11. Раевнева Е.В. Когнитивное моделирование для решения задач управления слабоструктурированными системами (ситуациями) [Текст] / Е.В. Раевнева, Н.М. Берест. – Бизнесинформ. – 2010. – № 5(2). – С. 40–43.
12. Авдеева З.К. Когнитивное моделирование для решения задач управления слабоструктурированными системами (ситуациями) / З.К. Авдеева, С. В. Коврига, Д.И. Макаренко // Институт проблем управления РАН. – 2010. № 16 – С. 26–39.
13. Кадієвський В.А. Когнітивне моделювання прийняття управлінських рішень на підприємстві / В.А. Кадієвський, Л.П. Перхун // Науковий вісник Національної академії статистики, обліку та аудиту: зб. наук. праць. – 2016. – № 3. – С. 48–56.
14. Малярець Л.М. Когнітивне моделювання в управлінні людським капіталом підприємства / Л.М. Малярець, С.С. Лебедев // Причорноморські студії. – 2017. – Вип. 13–1. – С. 178–183.

## REFERENCES

1. Saati T.L. Making decision. Method of analysis of hierarchies: Trans. from eng. – M.: Radio and connection. 1996. – 320 p.
2. Roberts F. S. Discrete mathematical models with appendixes to the social, biological and economic tasks. – M.: Science. – 1986. – 496 p.
3. Kosko B. Fuzzy thinking. Hyperion, 1993.
4. Zhang W.R., Chen S.S., Bezdek J.C. Pool2: A generic system for cognitive map development and decision analysis // IEEE Transaction on systems, man, and cybernetics. 1989. – V.19. – № 1. – P. 31-39.
5. Sylov V. B. An acceptance of strategic decisions is in an unclear situation. – M: INPRORES. 1995. – 228 p.
6. Taran T.A. Situational design on the basis of the quality reasoning // Artificial intelligence. 1996. – №1. – P. 102–114.
7. Kulynych A.A. System of design of badly certain non-stationary situations // Labours of the second international conference «Cognitive analysis and management by development of situation». – M.: Institute of management problems RAS. 2002. – P. 44–50.
8. Taran T.A., Razumovskiy O.V. Logic-algebraic model for formalization of quality knowledge // Proceedings of the RAS. Theory and control system. 1995. – № 5. – P. 100–107.
9. Cartwright D., Harary F. Structural Balance: a Generalization of Heider's Theory // Psych. Rev., 63. – 1956. – P. 177–293.
10. Festynher L. Theory of cognitive dissonance. St. Petersburg: Juventus. 1999. – 320 p.
11. Raevneva E.V. Cognitive design for the decision of management tasks by the semistructured systems (by situations) [Text] / E.V. Raevneva, N.M. Berest. – Businessinform. – 2010. – № 5(2). – P. 40–43.
12. Avdeeva Z.K. Cognitive design for the decision of management tasks by the semistructured systems (by situations) / Z.K. Avdeeva, S.V. Kovryha, D.I. Makarenko // Institute of management problems RAS. – 2010. № 16 – P. 26–39.
13. Kadiievskiy V.A. A Cognitive design of acceptance of administrative decisions is on an enterprise / V.A. Kadiievskiy, L.P. Perkhun // Scientific announcer of the National academy of statistics, account and audit: collection of sciences labours. – 2016. – № 3. – P. 48–56.
14. Maliarets L.M. Cognitive design is in the management of enterprise a human capital / L.M. Maliarets, S.S. Lebediev // Black sea region studios. – 2017. – Producing 13–1. – P. 178–183.

*Стаття надійшла до редакції 04.02.2019.*

С.І. АЗАРОВ, В.Л. СИДОРЕНКО

## МЕТОДИЧНИЙ ПІДХІД ДО АНАЛІЗУ СТАНУ РЕГІОНАЛЬНО-ВИБОРНИЧИХ ПРИРОДНО-ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ

***Анотація.** Надано визначення, розглянуто значимість та процес функціонування регіонально-виробничих природно-економічних систем. Розглянуто ранжування в процесі факторного аналізу як процедуру упорядкування, розбиття великої кількості факторів у порядку переваги, з введенням між ними деякого порядку «краще-гірше». Зазначаються переваги і недоліки ранжування як методу вимірювання. Представлено процес управління розвитком регіону у вигляді послідовності задач, що формуються за семантичними, методичними та інформаційними ознаками. Запропоновано оцінювання стану регіонально-виробничих природно-економічних систем на основі факторного аналізу та алгоритм його ранжування. Пропонується застосування загальної теорії корисності для продуктивної реалізації методології моделей і процедур в системах підтримки прийняття рішень управління регіонально-виробничими природно-економічними системами. Зазначається, що розробка методології, технології, програмного і апаратного інструментарію автоматизації базових процесів підтримки прийняття рішень управління регіонально-виробничих природно-економічних систем на основі інформаційних технологій вимагає додаткового теоретичного та експериментального опрацювання.*

***Ключові слова:** факторний аналіз, регіонально-виробничі системи, природно-економічні системи, система підготовки прийняття рішень.*

**DOI: 10.35350/2409-8876-2019-14-1-82-91**

### Вступ

Серед багатьох класів складних систем і об'єктів важливе місце займають регіонально-виробничі природно-економічні системи (РВПЕС), до яких відносяться складні територіально-розподілені технологічні об'єкти промислової, комунальної, енергетичної сфери тощо. Важливість розгляду таких об'єктів пояснюється тим, що Україна потребує розвитку механізмів як зменшення залежності національної економіки від впливу природних факторів і ресурсів, так і забезпечуючих стійкі тенденції в процесах економічного розвитку регіонів. У зв'язку з цим ключова роль у розвитку економічного потенціалу належить РВПЕС, що відрізняються за рівнем економічного розвитку. Загострення еколого-економічних проблем в регіонах визначає актуальність проведення регіональних досліджень, спрямованих на оцінку сучасного стану РВПЕС, рішення задач якісного поліпшення середовищного та ресурсного відновлення функцій природно-територіальних комплексів, які нині відчувають значну техногенну навантагу. У практиці ці дослідження виконуються для природно-економічного обґрунтування господарської діяльності під час розробки передінвестиційної документації

(концепцій, програм, схем галузевого та територіального розвитку, комплексного використання й охорони природних ресурсів, схем інженерного захисту, районних планувань тощо); містобудівної (генпланів населених пунктів, проектів детального планування, проектів забудови функціональних зон кварталів і ділянок міста); передпроектної – обґрунтувань інвестицій в будівництво об'єктів, промислових підприємств і комплексів; проектної (проектів і робочої документації для будівництва підприємств, будівель і споруд); організації екологічного моніторингу за станом геотехнічних систем. Все це вимагає розвитку нових підходів управління РВПЕС і аналізу їх станів з метою підвищення їх ефективності.

## 1. Постановка проблеми

У процесі інтеграції сучасного суспільства, розуміння регіонального управління та статусу регіону як системи зазнає змін. З наданням регіонам більшої самостійності, делегуванням повноважень з організації процесу соціально-економічного розвитку підвищується рівень складності управління регіоном як комплексною складною системою. Управління регіоном є процесом оптимізації розвитку складних підсистем: економічної, просторової, соціально-демографічної, екологічної складових підсистем. Процес управління розвитком регіону корисно представити у вигляді послідовності задач, що формуються за семантичними, методичними та інформаційними ознаками, які пов'язані між собою прямими та зворотними інформаційними різномістовими потоками.

При комп'ютеризації процесів управління РВПЕС і його складових компонентів існує потреба у вирішенні питань ефективної підготовки і прийняття рішень на основі аналізу даних в умовах, що характеризуються такими особливостями:

- необхідність вирішення завдань розподіленого й ієрархічного управління;
- труднощі формалізації й алгоритмізації системоутворюючих процесів;
- неможливість забезпечення адекватності моделей систем в заданих межах статистичних критеріїв близькості;
- велика кількість (десятки, сотні) різних за своєю природою, силою, метрикою факторів, що впливають на функціонування і розвиток РВПЕС;
- неповнота бази знань про самі об'єкти, що утрудняє побудову їх математичних моделей;
- нелінійність взаємозв'язків факторів, станів, обмежень, ресурсів;
- складність формування багатofакторного оцінювання і керуючого впливу.

У зв'язку з цим об'єкти з подібними характеристиками і особливостями відносяться до класу складних природно-економічних систем, ефективно управління якими було і є актуальною проблемою, що потребує вирішення. Зокрема, доцільні пошук і розробка способів, засобів, об'єктів, технологій, здатних адаптуватися до особливостей природно-кліматичних і географічних чинників України. Необхідна розробка нових підходів, методів, моделей, інформаційних технологій процесів аналізу і оцінювання станів РВПЕС насамперед з використанням методології інтроспективного аналізу – проведення експертних оцінок, динаміки їх функціонування і розвитку.

Важливо створити ряд формальних критеріїв з досить високими показниками достовірності, розробити оптимальні керуючі впливи, моделі і методи прийняття рішень в умовах багатокритеріальності, методи і системи моніторингу великої кількості показників, забезпечити апробацію розроблених моделей, інструментальних засобів та інформаційних технологій для вирішення прикладних завдань.

Таким чином, існує проблема створення ефективних систем підготовки прийняття рішень (СППР) для управління складними природно-економічними системами, гострота вирішення якої може бути знижена розробкою методів, математичних моделей, інформаційних технологій автоматизації процесів управління, що включають моніторинг показників і чинників, оцінювання їх стану і управління динамікою сталого розвитку регіону шляхом формування оптимальних керуючих впливів на основі інформаційних технологій.

## **2. Аналіз останніх досліджень і публікацій**

Значний внесок у розробку методології регіонального управління внесли Р. Акофф, В. М. Бурков, М. Д. Годлевський, М. З. Згуровський, Ю. Г. Лисенко та ін. [1, 2]. Дослідженнями різних аспектів автоматизації управління, особливо в регіональному розрізі, та формування інформаційної інфраструктури займалися В. М. Глушков, А. Г. Івахненко, В. С. Михалевич М. З. Згуровський, Н. Д. Панкратова та ін. [3–5]. Однак ще багато теоретичних і методичних питань регіонального управління залишаються невирішеними. Доцільно відзначити, що складність розробки системи інформаційного забезпечення регіонального управління полягає у забезпеченні збалансованої системи управління регіоном з урахуванням усіх складових, до характеристик яких можна віднести наступні: інформація, якою користуються регіональні структури, не має систематичного та системного характеру, не дає комплексної характеристики про об'єкт управління; потоки, обсяг та зміст інформації мають низький рівень погодженості між собою в рамках окремих підрозділів.

## **3. Формулювання цілей статті**

Метою даної роботи є вдосконалення методики оцінювання стану функціонування РВПЕС та практичного впровадження ефективних засобів управління і прийняття оптимальних рішень для забезпечення стійких тенденцій в процесах природно-економічного розвитку регіону та підвищення ефективності його функціонування.

## **4. Виклад основного матеріалу**

РВПЕС – це певна територіально розподілена одиниця, що відрізняється від інших одиниць такого ж рівня специфічними рисами (географічними, геологічними, виробничими, економічними, етнографічними, природно-кліматичними та ін.), має певну цілісність, взаємопов'язаність елементів, що її формують, вирішує завдання розподіленого й ієрархічного управління з використанням інформаційних і комунікаційних технологій.

Природно-економічний стан регіону, структура виробничого комплексу, сільського господарства, транспортна та логістична інфраструктура, вид і характер функціонування окремих РВПЕС залежать від багатьох факторів, таких як матеріальні, фінансові та трудові ресурси, природно-кліматичні, екологічні фактори регіону тощо. Перехід до концепції сталого розвитку регіону вимагає обов'язкового аналізу та врахування великої кількості факторів (показників), що відносяться до самих різних напрямів: економічного, екологічного, соціального, географічного, природно-ресурсного, науково-технічного, інвестиційного, трудового потенціалу та ін. [6]. Отже, РВПЕС – це об'єкт з процесами, що слабо формалізуються багатофакторним оцінюванням і керуючим впливом, характеризується відсутністю ефективного математичного, алгоритмічного та програмного інструментарію формування ефективного управління. Для формування оптимальних керуючих впливів необхідне комплексне врахування різноманітних економічних, екологічних, соціальних, природно-кліматичних та інших факторів (показників, індексів). Вихідною інформацією для отримання чинників, індексів, показників, індикаторів є дані статистичних агентств: Державного комітету статистики України, статистичних збірників, комітетів і департаментів державної влади, Міністерства економіки України, Національної комісії регулювання електроенергетики України, Державного департаменту інтелектуальної власності, екологічних паспортів регіонів, регіональних доповідей про стан навколишнього середовища, даних Державної служби України з надзвичайних ситуацій та інших джерел.

Завдання визначення розумної кількості показників та індексів, що повно характеризують поведінку РВПЕС, є важливою складовою для побудови систем управління природно-економічним станом регіону. Головними проблемами на шляху дослідників постають завдання вибору номенклатури та кількості факторів і показників, що дозволяють досить об'єктивно оцінювати стан РВПЕС як об'єктів дослідження і управління. Вирішення цих завдань можливе шляхом організації моніторингу стану природно-економічного регіону і створення моделей і систем (підсистем) моніторингу факторів і показників. Правильність вибору системи показників багато в чому визначає ефективність системи управління РВПЕС. Підсистема моніторингу є однією з найважливіших в загальній СППР РВПЕС. Її функцією є забезпечення вимірювання, зберігання і формування бази первинних показників (що безпосередньо вимірюються), які є достатніми для ідентифікації в повному обсязі явних, непрямих і латентних властивостей, відносин певної РВПЕС. Склад і структура множини первинних показників повинні бути достатньо повними для ідентифікації РВПЕС і мати можливість трансформуватися в міру розвитку природно-економічного регіону і суспільства. Причому, підсистема моніторингу є обов'язковою і невід'ємною частиною СППР будь-якої РВПЕС і повинна мати можливість не тільки надавати інформацію про поточні значення параметрів, а й про динаміку їх зміни (прогнозу). Це досить складні системи, що включають в себе інтелектуальні та високотехнологічні компоненти (складові), і їх створення є важливою науковою задачею. Первинні показники відносяться до різних сторін життєдіяльності РВПЕС: екологічної, економічної, науково-технічної, природно-кліматичної, соціально-інституційної, культурно-освітньої тощо.

Для оцінювання стану РВПЕС було запропоновано використовувати факторний аналіз [7]. Цілями факторного аналізу є зменшення розмірності системи спостережень і заміна великого числа вимірюваних змінних невеликим числом незалежних один від одного факторів з достатньою точністю апроксимуючих значень кожної змінної. Варіювання кожної змінної визначається як суворо детермінованими процесами, так і випадковими. Можна стверджувати, що результати факторного аналізу виділяють детерміновану, не випадкову частину процесу. Під час дослідження стану РВПЕС за допомогою факторного аналізу або подібних йому методів прагнуть відобразити структуру багатовимірного природно-територіального простору. Розкриваючи змістовну фізичну природу кожного фактора, ми переходимо до побудови загальної моделі досліджуваного явища.

Аналіз ґрунтується на теорії лінійної алгебри та теорії матриць [8]. Відповідно він може бути обраний в якості основи тільки для моделей просторів з лінійними відносинами. Якщо в системі істотні нелінійні відносини, то факторний аналіз дає спотворене відображення реальності. Незважаючи на те, що моделі факторного аналізу адекватні дуже вузькому класу систем з лінійними відносинами, застосування його виправдано, принаймні для систем, в яких можна припускати помірні нелінійні відносини. У факторному аналізі процес оцінювання можна розглядати як двостадійний. Спочатку оцінюється факторна структура. Під цим розуміється необхідне число чинників для пояснення кореляцій між змінними і навантаги факторів в цих змінних. Після цього залишається проблема оцінки значень індивідуальних членів вибірки для самих чинників.

Існує кілька різних методів факторного аналізу (максимальної правдоподібності, центроїдний метод тощо). Вибір того чи іншого методу визначається тим, наскільки отримані результати описують реальні відносини в системі. Процес функціонування РВПЕС укрупнено може бути представлений кортежем [8]:

$$S = \{Z, M, R, T, C, H, V\}, \quad (1)$$

де  $Z$  – мета системи;  $M$  – множина підсистем системи;  $R$  – множина зв'язків між підсистемами системи;  $T$  – час, необхідний для реалізації поставленої мети;  $C$  – сукупність розрахункових методів і процедур;  $H$  – процеси прийняття рішень;  $V$  – користувачі системи.

Таке уявлення процесу функціонування РВПЕС є базовим та може мати свої особливості для того чи іншого конкретного об'єкта. Поточний стан будь-якої РВПЕС оцінюється, як правило, досить великою кількістю окремих показників  $\{x_i\}_{i=1}^n$ , кожен з яких відображає одну зі сторін (сутностей) даної системи. Велика розмірність набору показників РВПЕС є суттєвою перешкодою як для вивчення динаміки такої системи, так і порівняння між собою таких систем. Тому природним кроком у вивченні таких систем є зниження їх розмірності, наприклад, шляхом згортки окремих показників [9]. У найпростішому випадку – це заміна певного набору параметрів  $\{x_i\}_{i=1}^n$  єдиним більш узагальненим параметром  $I(\{x_i\}_{i=1}^n)$ . Цей показник прийнято називати індексом системи показників  $\{x_i\}_{i=1}^n$ . У разі такого підходу до зниження розмірності необхідно виключити втрати інформації про розглянуту РВПЕС, тому в основі побудови будь-якого індексу лежить якась

«розумна» процедура усереднень, наприклад, обчислення середнього арифметичного і т. д. Всякий набір параметрів  $X = \{x_i\}_{i=1}^n$  можна трактувати як вектор в  $n$ -вимірному евклідовому просторі. Тоді всякий індекс  $I(\{x_i\}_{i=1}^n)$  є функціонал на лінійному просторі розмірності  $n$ :

$$I(\{x_i\}_{i=1}^n) = I(X), I: R_n \rightarrow R_1. \quad (2)$$

Найбільш вживаними (як найбільш зручні з обчислювальної точки зору) є індекси, побудовані на підставі лінійних процедур усереднення: обчислення середнього арифметичного:

$$I(X) = 1/n \sum_{i=1}^n x_i. \quad (3)$$

Отже, цей клас індексів будується на основі квадратичних процедур усереднення (квадратичних функціоналів): обчислення середнього квадратичного (евклідової норми вектора) [4, 10]:

$$J(X) = \left[ 1/n \sum_{i=1}^n x_i^2 \right]^{1/2}. \quad (4)$$

Ранжування в процесі факторного аналізу – це процедура упорядкування, розбиття великої кількості факторів у порядку переваги, з введенням між ними деякого порядку «краще-гірше». На основі своїх знань і досвіду експерт має фактори в порядку переваги, керуючись одним або декількома показниками порівняння. Залежно від виду відносин між факторами можливі різні варіанти упорядкування [9]. У результаті порівняння всіх факторів по відношенню суворого порядку експерт складає упорядковану послідовність:

$$Q_1 > Q_2 \dots Q_n, \quad (5)$$

де об'єкт з першим номером – найкращий з усіх, фактор з другим номером менш хороший, але кращий за всіх інших і т. д. У практиці експертного ранжування найчастіше застосовується числове представлення послідовності у вигляді натуральних чисел:

$$r_1 = f(Q_1) = 1; \quad r_2 = f(Q_2) = 2; \quad \dots \quad r_n = f(Q_n) = N. \quad (6)$$

Числа  $r_1, r_2, \dots, r_n$  називаються рангами. Найкращому фактору присвоюється перший ранг, другому – другий і т. д. Крім відносини суворого порядку, між деякими факторами можливо відношення еквівалентності. У результаті ранжування у разі наявності відносин порядку й еквівалентності експерт складає упорядковану послідовність, в якій деякі фактори можуть бути еквівалентними. Наприклад, упорядкування може мати вигляд:

$$Q_1 > Q_2 > Q_3 \sim Q_4 \sim Q_5 > \dots > \dots Q_{n-1} \sim Q_n. \quad (7)$$

У цій послідовності чинники  $Q_3, Q_4, Q_5$  еквівалентні між собою, а фактори  $Q_{n-1}, Q_n$  – між собою.

Перевагою ранжування, як методу вимірювання, є простота здійснення процедур, недоліком – практична неможливість впорядкування великого числа об'єктів. Завдання вибору найкращого варіанта оцінки стану РВПЕС методом ранжування факторів вирішується шляхом послідовної реалізації наступних кроків:

- 1) формування варіантів реалізації стратегій оцінки станів;
- 2) вибір показників і метрики оцінок варіантів;
- 3) формування локальних критеріїв оцінювання варіантів;
- 4) формування узагальненого критерію оцінки;
- 5) ранжування варіантів за узагальненим критерієм;
- 6) вибір кращого варіанта (або множини найкращих).

Методологічною основою вирішення цих завдань є загальна теорія корисності. Якщо два рішення  $x_1, x_2 \in X$  співвідносяться між собою як  $x_1 > x_2$ , то і їх функції корисності співвідносяться як  $P(x_1) > P(x_2)$ .

Іншим методом побудови системи оцінювання РВПЕС є використання одного з факторів в якості еталонного зразка, для якого відомі або визначені кількісні значення характеристик. Далі проводиться послідовне порівняння досліджуваних факторів з еталонним. Тут ключовим моментом є вибір міри близькості. Близькість чинників визначається через відносини подібності між ними. В якості метрик можуть використовуватися Евклідова відстань, Манхеттенська метрика, міра подібності Хеммінга, відстань Махалонобіса тощо [9]. Даний підхід меншою мірою залежить від суб'єктивізму. Результати оцінювання використовуються для вирішення завдання управління розвитком РВПЕС. Завдання управління інтерпретується як завдання послідовного перекладу з початкового стану системи  $X_0$  в заданий кінцевий  $X_K$  покроково, тобто спочатку з  $X_0$  в  $X_1$ , далі в  $X_2$  і т. д. до  $X_K$ . Траекторія такого перекладу визначається оператором функціонування  $F$ , що встановлює зв'язок поточного стану об'єкта  $X(t)$  з керуючим впливом  $U(t)$ , перешкодами  $h(t)$  і початковим станом  $X_0$  [11]:

$$X(t) = F[X_0, t_0 U(t_0, t) h(t_0, t)]. \quad (8)$$

Завдання синтезу управління вирішується шляхом формування керуючого впливу [12]:

$$U(t) = P[X(t), X_K, t]. \quad (9)$$

При цьому повинні бути виконані вимоги екстремізації окремих критеріїв ефективності [13]:

$$K = \{K_0(X, U)\}; \quad i = 1, K, \quad (10)$$



які визначають ступінь досягнення кінцевого стану  $X_K$  і витрат ресурсів на реалізацію управління  $U$ , тобто вирішується завдання багатокритеріальної оптимізації. Рішення такого завдання в загальному вигляді зводиться до вирішення задачі планування для допустимих  $t, X(t)$ :

$$U(t) = U[X(t), X_K, t]. \quad (11)$$

Задачу (11) можна представити у вигляді [14]:

$$U(t) = U[X(t), X_K, t] = U^*(t) + U[X^*(t), t], \quad (12)$$

де  $U^*(t)$  – програмне управління, що реалізує оптимальну траєкторію  $X^*(t)$  переходу системи з початкового  $\{X_0, t_0\}$  в кінцевий стан  $\{X_K, t_K\}$ , а друга частина  $U[X^*(t), t]$  – управління, що компенсує відхилення від  $X^*(t)$ .

Продуктивна реалізація викладеної методології моделей і процедур в СППР управління РВПЕС утруднена недостатнім методологічним, алгоритмічним і програмним забезпеченням. Розробка методології, технології, програмного і апаратного інструментарію автоматизації базових процесів підтримки прийняття рішень управління РВПЕС на основі інформаційних технологій вимагає додаткового теоретичного та експериментального опрацювання таких питань:

- структуризація і формалізація предметної області;
- вибір і обґрунтування достатності і достовірності набору окремих показників для оцінювання стану природно-економічного регіону;
- побудова підсистеми моніторингу показників і чинників оцінювання РВПЕС;
- вибір методів і узагальнених критеріїв для оцінювання стану природно-економічного регіону;
- синтез аналітичної моделі РВПЕС;
- забезпечення і контроль адекватності моделі, надійності і точності результатів;
- аналіз і розробка підходів і математичних моделей обліку природно-економічних чинників впливу на РВПЕС;
- розробка засобів, об'єктів, технологій, здатних бути адаптованими до особливостей природно-кліматичних факторів України;
- побудова СППР управління об'єктами типу РВПЕС;
- практична апробація СППР управління РВПЕС.

## Висновки

Використання викладених підходів дає можливість створювати СППР управління РВПЕС, що дозволяють реалізовувати нові підходи в діагностуванні регіональних процесів – багатофакторному оцінюванні їх стану з метою забезпечення стійких тенденцій в процесах природно-економічного розвитку та підвищення ефективності їх функціонування. Такий ефект можна розглядати як ефект, що може бути отриманий регіоном за рахунок мобілізації внутрішніх резервів, реалізації резервів від урахування

природно-виробничих, еколого-економічних, науково-технічних, трудових, соціальних та інших факторів. У результаті формуються основи перепозиціонування економіки регіону в бік інноваційного її розвитку та підвищення на цій основі ефективності і конкурентоспроможності регіональної економіки.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Акофф Р. Планирование в больших экономических системах. М.: Сов. Радио, 1972. 223 с.
2. Згуровський М.З. Сталій розвиток у глобальному і регіональному вимірах. Київ: Політехніка НТУУ «КПІ», 2006. 186 с.
3. Ивахненко А.Г., Юрачковский Ю.П. Моделирование сложных систем по экспериментальным данным. М.: Радио и связь, 1987. 115 с.
4. Михалевич В.С., Волкович В.Л. Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем. М.: Наука, 1982. 286 с.
5. Згуровський М.З., Статюха Г.А. Роль инженерной науки и практики в устойчивом развитии общества. Системи дослідження та інформаційні технології. 2007. № 1. С. 19–38.
6. Петров Э.Г., Губаренко Е.В. Требования к системам комплексного мониторинга социально-экономических систем. Проблемы інформаційних технологій. 2011. № 1(09). С. 102–107.
7. Хартман Г. Современный факторный анализ. М.: Статистика, 1972. 486 с.
8. Лоули Д., Максвелл А. Факторный анализ как статистический метод. М.: Мир, 1967. 144 с.
9. Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: классификация и снижение размерности. М.: Финансы и статистика, 1989. 608 с.
10. Холлендер М., Вулф Д. Непараметрические методы статистики. М.: Финансы и статистика, 1983. 518 с.
11. Арманд А.Д. Информационные модели природных комплексов. М.: Наука, 1975. 126 с.
12. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. М.: «Радио и связь», 1993. 278 с.
13. Beynon M.J., Curry B., Morgan P. The Dempster-Shafer Theory of evidence: an alternative approach to multicriteria decision modeling. Omega. 2000. Vol. 28, № 1. PP. 37–50.
14. Shafer G.A. A mathematical theory of evidence. Princeton: Princeton University Press, 1976. 297 p.

## REFERENCES

1. Acoff, R. (1972). Planirovanie v bolshih ekonomicheskikh sistemah. [Planning in large economies]. Moskva: Sov. Radio. 223 p. (In Russian).
2. Zgurovsky, M. Z. (2006). Stalyi rozvytok u hlobalnomu i rehionalnomu vymirakh. [Sustainable development in global and regional dimensions]. Kyiv: Politekhnikha NTUU «KPI». 186 p. (In Ukrainian).
3. Ivakhnenko, A. G., Yurachkovsky, Yu. P. (1987). Modelirovanie slozhnyih sistem po eksperimentalnyim dannym. [Modeling of complex systems according to experimental data]. Moskva: Radyo y svyaz'. 115 p. (In Russian).
4. Mikhalevich, V. S., Volkovich, V. L. (1982). Vyichislitelnyie metody issledovaniya i proektirovaniya slozhnyih sistem. [Computational methods for the study and design of complex systems]. Moskva: Nauka. 286 p. (In Russian).

5. Zgurovsky, M. Z., Statyukha, G. A. (2007). Rol inzhenernoy nauki i praktiki v ustoychivom razvitii obschestva. [The role of engineering science and practice in the sustainable development of society]. Systemy doslidzhennya ta informatsiyeni tekhnolohiyi. No. 1. 19–38. (In Russian).
6. Petrov, E. G., Gubarenko, E. V. (2011). Trebovaniya k sistemam kompleksnogo monitoringa sotsialno-ekonomicheskikh sistem. [Requirements for integrated monitoring systems of socio-economic systems]. Problemy informatsiynykh tekhnolohiy. No. 1(09). 102–107. (In Russian).
7. Hartman, G. (1972). Sovremennyiy faktornyiy analiz. [Modern factor analysis]. Moskva: Statistika. 486 p. (In Russian).
8. Lowley, D., Maxwell, A. (1967). Faktornyiy analiz kak statisticheskiy metod. [Factor analysis as a statistical method]. Moskva: Mir. 144 p. (In Russian).
9. Ayvazyan, S. A., Buchstaber, V. M., Ynyukov, I. S., Meshalkin, L. D. (1989). Prikladnaya statistika: klassifikatsiya i snizhenie razmernosti. [Applied statistics: classification and reduction of dimension]. Moskva: Finansy i statistika. 608 p. (In Russian).
10. Hollander, M., Wolf, D. (1983). Neparаметрические методы статистики. [Nonparametric statistics methods]. Moskva: Finansy. 518 p. (In Russian).
11. Armand, A. D. (1995). Informatsionnyie modeli prirodnyih kompleksov. [Information models of natural complexes]. Moskva: Nauka. 126 p. (In Russian).
12. Saati, T. (1993). Prinyatie resheniy. Metod analiza ierarhiy. [Making decisions. Hierarchy analysis method]. Moskva: Radyo y svyaz'. 278 p. (In Russian).
13. Beynon M.J., Curry B., Morgan P. (2000). The Dempster-Shafer Theory of evidence: an alternative approach to multicriteria decision modeling. Omega. Vol. 28, № 1. PP. 37–50.
14. Shafer G.A. (1976). A mathematical theory of evidence. Princeton: Princeton University Press, 297 p.

*Стаття надійшла до редакції 11.12.2018.*

**Д.В. СТЕФАНИШИН, В.М. КОРБУТЯК, І.Е. КОСИНЬСКА**

**СУЧАСНІ ТЕНДЕНЦІЇ МІНЛИВОСТІ СТОКУ  
РІЧКИ СЛУЧ ЗА ДАНИМИ ГІДРОЛОГІЧНИХ СПОСТЕРЕЖЕНЬ  
В КОНТЕКСТІ ВИСНАЖЕННЯ ЇЇ ВОДНИХ РЕСУРСІВ**

***Анотація.** На основі даних гідрологічних спостережень виявлено сучасні тенденції мінливості стоку річки Случ в контексті виснаження її водних ресурсів внаслідок кліматичних змін та антропогенної діяльності на водозборі. Оцінювання проводилось на основі рядів динаміки середньорічних, мінімальних (для двох періодів межени – теплого і холодного) та максимальних витрат води, заміряних на трьох гідрологічних постах, розміщених на річці на різних ділянках її течії: «Громада» – у верховій частині річкового басейну, «Новоград-Волинський» – в межах середньої течії, «Сарни» – в нижній течії. Загальна тривалість періоду спостережень за витратами, за яким встановлювалися сучасні тенденції мінливості стоку річки, складала 27 років: з 1989 р. по 2015 р.*

***Ключові слова:** антропогенна діяльність, водні ресурси, кліматичні зміни, річка Случ, ряди даних гідрологічних спостережень, стік, тенденції, тренди.*

**DOI: 10.35350/2409-8876-2019-14-1-92-104**

**Вступ**

Згідно з відомим прогнозом Дж. Родда, зробленим ним наприкінці минулого століття [1], вже у 2035-2045 рр. обсяги споживання прісної води у світі можуть зрівнятися з її доступними збереженими ресурсами. В доповіді ООН (2012 р.) «Управління водними ресурсами в умовах невизначеності та ризику» [2] про стан світових прісноводних ресурсів зазначалось, що у разі несприятливого збігу обставин вже в середині XXI століття 7 мільярдів населення Землі з 60 країн зіткнуться з реальною проблемою дефіциту питної води; за сценарієм сприятливих умов ця проблема не зникне, вона матиме місце в 48 країнах світу, де проживає 2 мільярди населення. В наступній доповіді ООН «Вода та сталий розвиток світу», представленій 20 березня 2015 р. в Нью-Делі (Індія), було вказано на необхідність рішучих змін у способах використання і методах управління водними ресурсами, як життєво важливими природними ресурсами, яким нема альтернативи. Кінцевий висновок Доповіді невтішний: якщо ситуація не зміниться, то до 2030 року глобальний дефіцит водних ресурсів на планеті досягне 40% [3].

Очікується, що з часом дефіцит водних ресурсів в контексті одного з викликів людству, особливо дефіцит ресурсів річкового стоку, який є основним джерелом питного та господарського водопостачання в більшості країн світу, лише посилюватиметься. Це вже глобальна водогосподарська проблема, яка, незважаючи на заходи світового співтовариства, з кожним роком набуває все більшої гостроти, а для ряду країн світу дефіцит водних

ресурсів створює загрозу самому їх існуванню [4]. Її сутність не лише в тому, що водно-ресурсний потенціал людства щодо забезпеченості річкового стоку кількісно обмежений (за найбільш оптимістичними оцінками він, в цілому, складає 41-48 тис. км<sup>3</sup> на рік, з яких реально може використовуватися, за оцінками В.П. Максаковського [5], близько 15 тис. км<sup>3</sup> на рік), а й в тому, що географія його розміщення в глобальному розрізі вкрай нерівномірна і значною мірою є обернено пропорційною потребам основних споживачів прісної води – населення та учасників господарської діяльності [4].

Те, що водні ресурси можуть стати одним з лімітуючих факторів соціально-економічного розвитку і для України – як окремих галузей її економіки, так і цілих регіонів, відзначалося вітчизняними вченими ще в 70-ті роки минулого століття (див., наприклад, [6, 7]). Однак, незважаючи на проведені в 50-80-ті роки минулого століття в межах країни масштабне гідротехнічне будівництво зі створенням великих водосховищ на Дніпрі, Дністрі, Південному Бузі та на інших річках країни, здатних акумулювати значні об'єми води й перерозподіляти їх в межах року залежно від потреб, та численні заклики вчених до раціонального використання та охорони водних ресурсів, особливо ресурсів річкового стоку, проблема виснаження і дефіциту водних ресурсів в країні з часом не лише не перестала бути актуальною, а й надалі продовжує загострюватися [8–12].

Серед основних проблем водокористування в Україні виділяються: загальний дефіцит водних ресурсів в країні; нерівномірний територіальний їх розподіл; особливості міжнародної інтеграції (не на користь України). Поряд з цим маємо високу водоємність вітчизняної економіки, нераціональне використання та надмірне забруднення водних ресурсів і, як наслідок, незадовільний стан водних об'єктів, що експлуатуються [11].

Так, за величиною внутрішніх запасів прісної води в розрахунку на душу населення Україна перебуває на 111-му місці у світі зі 152 країн та територій (згідно зі статистичними даними Світового банку) [11] і є однією з найменш водозабезпечених країн Європи. Запаси місцевих ресурсів річкового стоку України на одну людину становлять близько 1,0 тис. м<sup>3</sup> на рік. Для порівняння у країнах Європи цей показник становить: Норвегія – 96,9 тис. м<sup>3</sup> на рік; Швеція – 24,1; Фінляндія – 22,5; Франція – 4,6; Італія – 3,9; Великобританія – 2,7; Польща – 1,7; Німеччина – 1,3 тис. м<sup>3</sup> на рік [12]. Якщо найбільш забезпеченими ресурсами річкового стоку є західні області країни, де на одного жителя припадає від 2 до 7 тис. м<sup>3</sup> на рік, то до найменш забезпечених ресурсами поверхневих вод відносяться найбільш розвинені в промисловому відношенні південно-східні області: Херсонська, Донецька, Дніпропетровська, Запорізька, Луганська – від 0,1 до 0,5 тис. м<sup>3</sup> води на рік. При цьому лише 25% від об'єму потенційних ресурсів річкового стоку України формується в межах її території; решта надходить із Російської Федерації, Білорусі, Польщі, Угорщини, Молдови, Румунії [12, 13].

Кліматичні зміни, масштабне антропогенне перетворення ландшафтів в межах річкових басейнів внаслідок аграрного виробництва на водозборах, надмірне залучення річкових вод у господарський обіг, їх забруднення і безповоротні втрати (до 12% від водозабору [12]), і, водночас, високий рівень зарегулювання річкового стоку завдяки гідротехнічному будівництву та гідромеліораціям – все це значною мірою порушило природну рівновагу більшості річкових екосистем, змінило гідрологічний режим річок та

привело до виснаження водних ресурсів у багатьох регіонах нашої держави [8–17]. Всі ці явища мають місце і в басейні р. Случ [18–27], однієї з важливих річок для господарства трьох областей країни [28–32], стік якої повністю формується в межах України. Це дозволяє аналізувати сучасні тенденції зміни її стоку незалежно від транскордонних антропогенних впливів.

### 1. Загальна характеристика р. Случ та її сучасного стану

Річка Случ належить басейну Дніпра; це права і найбільша притока р. Горинь. Бере початок з невеликого озера на Подільській височині, біля с. Червоний Случ Теофіпольського району Хмельницької області. Протікає в межах трьох областей: Хмельницької, Житомирської та Рівненської.

Загальна довжина р. Случ становить 451 км [28–32]. Це 18-й показник за протяжністю серед річок України. За площею водозбірною басейну (13,8 тис. км<sup>2</sup>) вона займає місце в третьому десятку. Але Случ – це найдовша річка в Україні четвертого порядку (до Дніпра її води потрапляють спочатку в Горинь, а потім у Прип'ять). Живлення переважно снігове і дощове.

Ширина долини річки складає від 0,2-0,8 км у верхів'ї до 5 км у нижній течії, де вона протікає Поліською низовиною, річища – від 5 до 50 м, найбільша – 110 м. Середній похил ріки – 0,4 м/км. В межах Волино-Подільського плато, від смт Старокостянтинів (Хмельниччина) до смт Соснове (Рівненщина), річка протікає в області кристалічного масиву. Тут вона знаходиться в кристалічних породах (граніти, гнейси) зі скелястими берегами та численними порогами. Замерзає в грудні, скресає в березні.

У Случ впадає 1643 малі річки, сумарною довжиною 6136 км. Основні притоки: Ікопоть, Деревичка, Хомора, Смілка, Церем, Корчик, Стави, Серегівка, Язвинка (ліві); Тня, Тюкелівка, Попівка, Бобер (праві).

На берегах р. Случ та її приток розташовані кілька міст (Старокостянтинів, Баранівка, Новоград-Волинський, Сарни), такі великі населені пункти, як Кузьмин, Воронківці, Громада, Любар, Полонне, Миропіль, Рогачів, Чижівка, Городниця, Корець, Соснове, Березне та численні села. В басейні річки налічується більше 200 ставків та 17 водосховищ (табл. 1), серед яких безпосередньо на р. Случ – 39 водойм.

Таблиця 1 – Водосховища в басейні р. Случ [27, 32]

Найменування водосховища, місце розташування, район	Річка	Площа водозбору, км <sup>2</sup>	Площа дзеркала, га	Повний об'єм, млн м <sup>3</sup>
1	2	3	4	5
Базалійське, смт. Базалія, Теофіпольський	Случ	104	66	1,0
Чернелівське, с. Чернелівка, Красилівський	Случ	354	208	3,1
Дубищинське, с. Дубище, Красилівський	Случ	397	142	1,35
Кузьминське, с. Кузьмин, Красилівський	Случ	515	765	6,12
Воронківцецьке, с. Воронківці, Старокостянтинівський	Случ	535	83	1,4

Продовження таблиці 1

1	2	3	4	5
Старокостянтинівське, м. Старокостянтинів	Случ	1300	130	1,4
Антонінське, смт. Антоніни, Красилівський	Ікопоть	99	81	1,62
Пашковецьке, с. Пашківці, Старокостянтинівський	Ікопоть	470	89	1,30
Манівецьке, с. Манівці, Красилівський	Ікопоть	153	83	1,24
Росоловецьке, с. Росолівці, Красилівський	Понора	165	82	1,47
Пединківське, с. Пединки, Любарський	Случ	2340	43	1,2
Борушківське, с. Борушці, Любарський	Деревичка	307	100	1,5
Любарське, смт. Любар	Случ	2450	60	1,1
Новоград-Волинське, м. Новоград-Волинський	Случ	7460	95,5	1,8
Боберське, с. Князівка, Березнівський	Бобер	443	124	2,13
Щекічинське, с. Щекічин, Корецький	Стави	44,5	57	1,16
Немовицьке (наливне), с. Костантинівка, Сарненський	Случ	19,8	64	1,55

Частково водні ресурси річки та її приток використовуються для водопостачання. Зокрема, Новоград-Волинське водосховище (див. табл. 1) на Случі є єдиним джерелом комунального та промислового водопостачання м. Новоград-Волинський, якому наразі немає альтернативи [27]. На річці також експлуатується шість міні гідроелектростанцій (МГЕС): Миропільська (потужністю 500 кВт) та Пединківська (600 кВт), які працюють більше 50 років, з 1957 і 1959 рр., відповідно; Коржівська (320 кВт), яка була побудована в 1953 р., відновлена в 2004 р.; Любарська (200 кВт), побудована в 1950 р., відновлена в 2006 р.; Чижівська (600 кВт), побудована в 1951 р. і відновлена в 2015 р.; Баранівська (382 кВт), побудована в 2017 р.

Окрім водопостачання та малої гідроенергетики, численні ставки та водосховища в басейні ріки використовуються для риборозведення, зволоження і рекреації. Кузьминський став у верхів'ях річки (с. Кузьмин, Красилівський р-н, Хмельниччина), перша письмова згадка про який відноситься ще до 1480 р. [30], та Немовицьке водосховище (табл. 1) в пониззі річки (Рівненщина) [32] є також відомими орнітологічними заказниками. Все це зумовлює значний антропогенний прес на річку. Натепер в басейні р. Случ немає жодної малої річки чи струмка, які б знаходилися в не порушеному діяльністю людини стані.

Стан водних ресурсів р. Случ значною мірою залежить від негативних впливів, яких вона зазнає в процесі водокористування і господарської діяльності на території її басейну [19, 24]. Основні забруднення в річку надходять зі скидами зворотних вод житлово-комунальних господарств (Любарського, Баранівського, Новоград-Волинського, Сарненського), а також

зі скидами Миропільської та Моквинської паперових фабрик, Городницького фарфорового заводу та ін. Основним землекористувачем в басейні річки Случ є сільське господарство, яке також є одним з джерел постійного забруднення її вод. В останні роки особливо страждає від забруднень найбільша ліва притока Случі р. Хомора – від скидів Понінківської картонно-паперової фабрики. Антропогенний вплив на Случ щорічно зростає і через рекреацію та збільшення об'ємів водоспоживання. Практично на всій своїй протяжності річка зазнала значних гідроморфологічних змін, які особливо проявляються в нижній течії (див. рис. 1) і можуть бути пов'язані з зарегулюванням стоку та експлуатацією численних гідроспоруд в її басейні [18].



Рисунок 1 – Річка Случ влітку 2018 р.: а) заростання русла річки вищою водною рослинністю біля с. Більчаки; б) наноси в руслі річки біля с. Маринин

При цьому екологічний стан р. Случ, згідно з басейновим принципом, все ще оцінюється вітчизняними науковцями як «задовільний» [20, 21, 24], незважаючи на очевидні ознаки її деградації за гідробіологічними, гідрохімічними та, особливо, гідроморфологічними показниками. Існує ризик, що гідроморфологічні та гідробіологічні зміни, які сталися, вже є настільки глибокими і масштабними, що р. Случ, за міжнародними стандартами, може бути віднесена до істотно змінених водних об'єктів [33].

## 2. Загальна постановка задачі, об'єкт, предмет та мета досліджень

Кліматичні зміни, що інтенсифікувалися з середини минулого століття, вплинули на водний режим річок, зокрема і річок, що протікають в межах України. Поряд з кліматичними змінами значний внесок у перебіг змін водності річок внесло і антропогенне навантаження на їх водозборах [13, 15, 18, 22, 23, 25].

Якщо орієнтуватися на результати останніх досліджень вітчизняних гідрологів, то початок періоду сучасних змін гідрологічного режиму річок України і, зокрема, річок басейну Прип'яті можна віднести до 1989 р. [15, 16, 23, 34]. Для зручності цей рік і нами було обрано в якості орієнтира для аналізу сучасних тенденцій мінливості стоку річки Случ.

Об'єкт досліджень – динаміка стоку р. Случ з 1989 р. по 2015 р. Предмет досліджень – сучасні тенденції мінливості стоку р. Случ в контексті виснаження її водних ресурсів внаслідок кліматичних змін та антропогенної діяльності на її водозборі. Мета досліджень – виявлення сучасних тенденцій



мінливості стоку р. Случ в контексті виснаження її водних ресурсів внаслідок кліматичних змін та антропогенної діяльності на її водозборі на основі часових рядів даних гідрологічних спостережень за середньорічними, максимальними та мінімальними витратами води, отриманими на трьох діючих гідрологічних постах.

### 3. Методика і результати досліджень

Нижче, на рис. 2, наведено геоінформаційну гідрологічну модель водозбору р. Случ з виділенням водозборів, з яких формується стік у замикаючих створах трьох діючих на річці гідрологічних постів: «Громада» – у верхів'ї басейну річки; «Новоград-Волинський» – в її середній течії; «Сарни» – в нижній течії річки, недалеко від її впадіння в р. Горинь.

Гідрологічний пост «Громада» (код поста 79543) розташовується в 312 км від гирла річки поблизу с. Громада в Любарському районі Житомирської області, який межує з Хмельницькою областю. Площа водозбору, яка контролюється цим гідрологічним постом, зазначена у водному кадастрі, складає 2480 км<sup>2</sup> (близько 18% від всієї площі водозбору річки).

Гідрологічний пост «Новоград-Волинський» (код поста 79545) розташовується в 199 км від гирла річки в м. Новоград-Волинський, в Житомирській області. Площа водозбору, яка контролюється цим гідрологічним постом, зазначена у водному кадастрі, складає 7460 км<sup>2</sup> (близько 54% від всієї площі водозбору річки).

Гідрологічний пост «Сарни» (код поста 79549) розташовується біля смт Сарни, в Рівненській області. Площа водозбору, яка контролюється цим гідрологічним постом, зазначена у водному кадастрі, складає 13300 км<sup>2</sup> (більше 96% від всієї площі водозбору річки).

З метою встановлення сучасних тенденцій мінливості стоку річки досліджувалися наявні часові ряди для середньорічних витрат, максимальних витрат, мінімальних витрат «теплого» періоду та мінімальних витрат «холодного» періоду на інтервалі з 1989 р. по 2015 р. Загальна тривалість періоду гідрологічних спостережень склала таким чином 27 років. Це достатньо тривалий період гідрологічних спостережень для того, щоб виявлені тенденції вважати релевантними.

Оцінювалися загальні тенденції зміни середньорічних, максимальних та мінімальних витрат «теплого» і «холодного» періодів. Оцінювання здійснювалось на основі трендів. Для уніфікації бази порівняння тенденцій на різних гідрологічних постах та для різних періодів водності, в якості модельного, використовувався експоненціальний тренд.

Результати моделювання трендів показано на рис. 3. При їх аналізі встановлено наступне.

В цілому найменших змін з 1989 р. по 2015 р. зазнали середньорічні і максимальні витрати р. Случ, відносно більших – її мінімальні витрати.

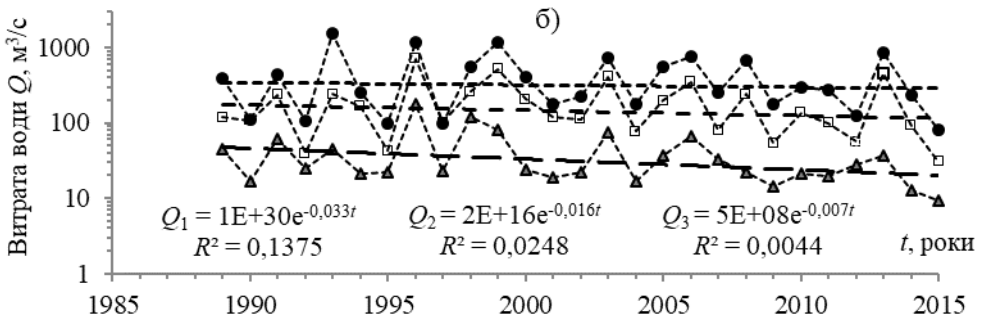
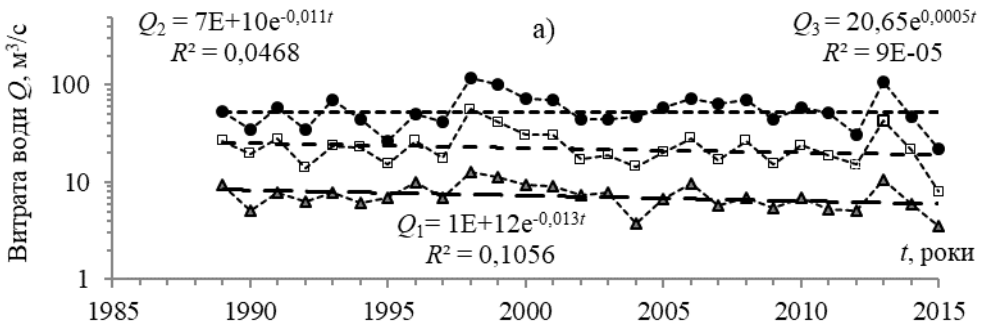
При цьому, мають місце практично «нульові» тренди середньорічних і максимальних витрат р. Случ на інтервалі з 1989 р. по 2015 р. на гідрологічних постах «Новоград-Волинський» та «Сарни».

Слід відзначити суттєву відмінність в трендах для різних періодів водності в розрізі року на інтервалі з 1989 р. по 2015 р. для гідрологічного



Так, на відміну від гідрологічних постів «Новоград-Волинський» та «Сарни» на гідрологічному посту «Громада» на вказаному інтервалі часу спостерігаються помірні негативні тренди (тенденції до зменшення) як для рядів середньорічних витрат (коефіцієнт детермінації тренду  $R^2 = 0,106$ ), так і часових рядів максимальних витрат ( $R^2 = 0,138$ ). Водночас, при практичній відсутності тренду для часового ряду мінімальних витрат «теплого» періоду на гідрологічному посту «Громада» має місце відчутний позитивний тренд (тенденція до збільшення в часі) для відповідного ряду мінімальних витрат «холодного» періоду ( $R^2 = 0,247$ ). При цьому тенденція збільшення витрат (а саме мінімальних витрат «холодного» періоду на гідрологічному посту «Громада») – це єдиний такий випадок серед проаналізованих нами часових гідрологічних рядів (рис. 3), якими характеризувалася водність р. Случ за даними наявних гідрологічних спостережень.

В той же час для гідрологічного поста «Новоград-Волинський», що розташований нижче за течією від «Громади», вже мають місце виражені негативні тренди (тенденції до зменшення в часі) для мінімальних витрат як «теплого» ( $R^2 = 0,281$ ), так і «холодного» періодів ( $R^2 = 0,134$ ). В найменшій мірі характеризуються зміни водності за розрахунковий період на гідрологічному посту «Сарни». Тут має місце негативний тренд лише для мінімальних витрат «теплого» періоду ( $R^2 = 0,18$ ).



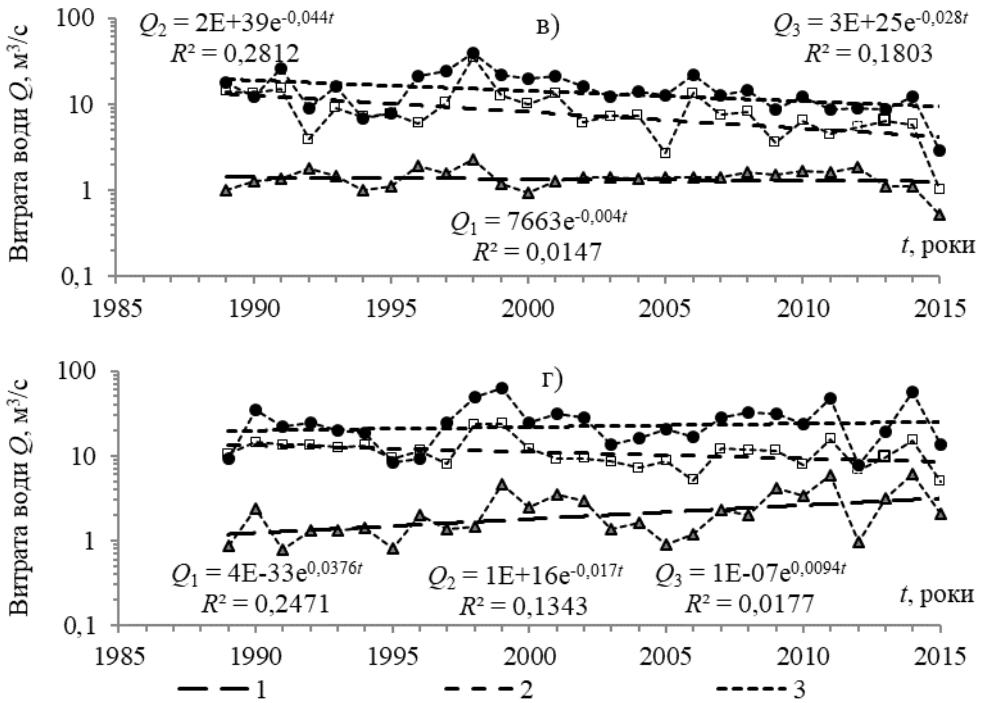


Рисунок 3 – Тренди змін за період з 1989 р. по 2015 р. середньорічних витрат (а), максимальних витрат (б), мінімальних витрат «теплого» періоду (в), мінімальних витрат «холодного» періоду (г) річки Случ на гідрологічних постах «Громада» (1), «Новоград-Волинський» (2), «Сарни» (3)

#### 4. Висновки

Виявлено та оцінено сучасні тенденції мінливості стоку річки Случ в контексті виснаження її водних ресурсів внаслідок кліматичних змін та антропогенної діяльності на водозборі. Оцінювання проводилось на основі часових рядів даних спостережень за середньорічними, мінімальними (для двох періодів межені – теплою і холодною) та максимальними витратами води, замірними на трьох гідрологічних постах, розміщених на річці на різних ділянках її течії: «Громада» – у верхівій частині річкового басейну; «Новоград-Волинський» – в межах середньої течії; «Сарни» – в нижній течії. Загальна тривалість періоду спостережень за витратами складала 27 років: з 1989 р. по 2015 р. Встановлено, що найбільших негативних змін в контексті виснаження водних ресурсів за цей період зазнав мінімальний стік р. Случ у створі гідрологічного поста «Новоград-Волинський».

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Rodda G. On the problems of assessing the World water resources. Geosci and water resource environment data model. Berlin : Heidelberg, 1997. P. 14-32.
2. Managing Water under Uncertainty and Risk. The United nations World Water Development Report 4. Vol. 1. Published by UNESCO. 2012. 407 p. URL : <http://www.unesco.org/new/fileadmin/MULTIMEDIA/HQ/SC/pdf/WWDR4%20Volume%201-Managing%20Water%20under%20Uncertainty%20and%20Risk.pdf>.

3. Доповідь ООН: до 2030 року глобальний дефіцит водних ресурсів на планеті досягне 40%. URL : <https://ecotown.com.ua/news/Dopovid-OON-do-2030-roku-hlobalnyy-defitsyt-vodnykh-resursiv-na-planeti-dosyahne-40/>.
4. Голіков А.П., Казакова Н.А., Пересадько В.А. Водна безпека людства: глобальний та регіональний виміри. Вісник Харківського національного у-ту ім. В.Н. Каразіна. Сер. «Міжнародні відносини. Економіка. Країнознавство. Туризм». Вип. 7. 2018. С. 26-34.
5. Максакowski В.П. Географическая картина мира. Пособие для вузов. Кн. I: Общая характеристика мира. Глобальные проблемы человечества. Москва : Дрофа, 2008. 192 с.
6. Использование и охрана водных ресурсов. Отв. редактор Ю.П. Лебединский. Киев : Наукова думка, 1979. 163 с.
7. Справочник по водным ресурсам. Под. ред. Б.И. Стрельца. Киев : Урожай, 1987. 304 с.
8. Водне господарство в Україні. За ред. А.В. Яцика, В.М. Хорева. Київ : Генеза, 2000. 456 с.
9. Яцик А.В. Екологічна безпека в Україні. Київ : Генеза, 2001. 216 с.
10. Шашук В.А. Еколого-економічні основи басейнового управління водними ресурсами. Дніпропетровськ : Видавництво «Зоря», 2006. 480 с.
11. Рациональное використання водних ресурсів як фактор забезпечення національної безпеки України (матеріали VII Пленуму Спілки економістів України та Всеукраїнської науково-практичної конференції). Київ : 21 вересня 2012 р. 275 с. URL : [seu.org.ua/wp-content/uploads/2013/12/voda.pdf](http://seu.org.ua/wp-content/uploads/2013/12/voda.pdf).
12. Національна доповідь про стан навколишнього природного середовища в Україні у 2014 році. Київ: Міністерство екології та природних ресурсів України, ФОП Грінь Д.С. 2016. 350 с.
13. Хільчевський В.К., Ободовський О.Г., Гребінь В.В. та ін. Загальна гідрологія. Київ : Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2008. 399 с.
14. Галущенко М.Г., Ромась І.М. Умови формування та розрахунки мінімального стоку річок басейну Дніпра (в межах України). Гідрологія, гідрохімія і гідроекологія. Наук. зб. / Відп. ред. В.К. Хільчевський. Київ : Ніка-Центр, 2001. Т. 2. С. 289-295.
15. Гребінь В.В. Сучасний водний режим річок України (ландшафтно-гідрологічний аналіз). Київ : Ніка-центр, 2010. 316 с.
16. Горбачова Л.О. Сучасний внутрішньорічний розподіл водного стоку річок України. Український географічний журнал. 2015. № 3. С.16-23.
17. Рациональное використання та відновлення водних ресурсів. Монографія. За ред. Фещенка В.П. Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2016. 250 с.
18. Ромась І.М. Періоди мінімальної середньої добової водності в басейні Дніпра в межень. Наукові праці УНДГМІ. 2003. Вип. 251. С. 38-42.
19. Корнатовська С.В. Економіка водокористування на прикладі р. Случ. Економіка природокористування і охорони довкілля. Київ : РВПС України НАН України, 2008. С. 175-179.
20. Бедункова О.О. Оцінка сучасного екологічного стану поверхневих вод річки Случ за басейновим принципом. Вісник НУВГП. Вип. 4(64). Серія «Сільськогосподарські науки», 2013. С. 74-81.
21. Приймаченко І.В. Екологічний моніторинг басейну річки Случ. Науковий вісник НУБіП України. Серія: Агрономія. 183(2). 2013. С. 241-248.
22. Холоденко В.С. Оцінка однорідності рядів спостережень за непараметричними та параметричними статистичними критеріями для річок Прип'ятського Полісся України. Вісник Дніпропетровського державного аграрного університету. 2013. № 1. С. 16-19.
23. Василенко Є.В. Сучасні просторові зміни характеристик весняного водопілля в межах української частини басейну р. Прип'ять. Гідрологія, водні ресурси. Наукові праці УкрНДГМІ. 2015. Вип. 267. С. 82-87.

24. Василенко Л.О., Жукова О.Г., Русінов Т.О. Оцінка якості води річки Случ за гідрохімічними показниками. Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. 2016. Вип. 27. С. 24-29.
25. Москаленко С.О. Середній, максимальний та мінімальний стік води правобережної частини р. Прип'ять і тенденції їх змін в сучасний період. Мат-ли VII міжнародної наук.-практичної конференції «Регіональні проблеми України: географічний аналіз та пошук шляхів вирішення», м. Херсон, 5-6 жовтня 2017 р. Херсон: Видавничий дім «Гельветика», 2017. С. 164-167.
26. Стефанишин Д.В. Про деякі побічні ефекти гідротехнічного будівництва в басейні р. Случ. Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції «Екогеофорум-2017. Актуальні проблеми та інновації». Івано-Франківськ, 22-25 березня 2017 р. С. 45-47.
27. Корбутяк В.М., Стефанишин Д.В. Трансформації мінімального стоку р. Случ та їх вплив на Новоград-Волинське водосховище як об'єкт місцевої критичної інфраструктури. Математичне моделювання в економіці. №4 (13). 2018. С. 70-81.
28. Паламарчук М.М., Закорчевна Н.Б. Водний фонд України (Довідковий посібник). Київ : Ніка-Центр, 2001. 388 с.
29. Вишневський В.І., Косовець О.О. Гідрологічні характеристики річок України. Київ : Ніка-Центр. 2003. 324 с.
30. Говорун В.Д., Тимошук О.О. Річки Хмельниччини. Навчальний посібник. Видання друге. Хмельницький : Поліграфіст, 2010. 240 с.
31. Павельчук Є.М., Сніжко С.І. Гідролого-гідрохімічні характеристики річок Житомирського Полісся в умовах глобального потепління. Житомир : Видавництво «Волинь». 2017. 244 с.
32. Коротун І.М., Коротун Л.К. Географія Рівненської області. Рівне : 1996. 274 с.
33. Identification and Designation of Heavily Modified and Artificial Water Bodies. CIS Working Group 2.2. 10 December 2002. 11 p. URL : <http://www.wrrl-info.de/docs/HMWBPolicysummary101202.pdf>.
34. Стругинська В.М. Динаміка характеристик льодового режиму річок басейну Дніпра на фоні сучасних кліматичних змін. Гідрологія, гідрохімія і гідроекологія. 2008. Т. 14. С.116-122.

## REFERENCES

1. Rodda, G. (1997). On the problems of assessing the World water resources. Geosci and water resource environment data model. Berlin : Heidelberg, 14-32.
2. Managing Water under Uncertainty and Risk. The United Nations World Water Development Report 4. Vol. 1. Published by UNESCO. 2012. 407 p. Retrieved from [http://www.unesco.org/new/fileadmin/MULTIMEDIA/HQ/SC/pdf/WWDR\\_4%20Volume%201-Managing%20Water%20under%20Uncertainty%20and%20Risk.pdf](http://www.unesco.org/new/fileadmin/MULTIMEDIA/HQ/SC/pdf/WWDR_4%20Volume%201-Managing%20Water%20under%20Uncertainty%20and%20Risk.pdf).
3. Dopovid OON: do 2030 roku hlobalnyi defitsyt vodnykh resursiv na planeti dosiahne 40%. [UN report: By 2030, global water scarcity will reach 40%]. Retrieved from <https://ecotown.com.ua/news/Dopovid-OON-do-2030-roku-hlobalnyy-defitsyt-vodnykh-resursiv-na-planeti-dosyahne-40/>. (In Ukrainian).
4. Holikov, A.P., Kazakova, N.A., Peresadko, V.A. (2018). Vodna bezpeka liudstva: hlobalnyi ta rehionalnyi vymiry. [Water Safety of the Humanity: Global and Regional Dimensions]. Visnyk Kharkivskoho natsionalnoho u-tu im. V.N. Karazina. Ser. «Mizhnarodni vidnosyny. Ekonomika. Krainoznavstvo. Turyzm», Vyp. 7, 26-34. (In Ukrainian).
5. Maksakovskiy, V.P. (2008). Neohrafycheskaia kartyna myra. Posobyе dlia vuzov. [The geographic picture of the world]. Kn. I: Obshchaia kharakterystyka myra. Hlobalnye problemy chelovechestva. Moskva : Drofa, 192 s. (In Russian).

6. Yspolzovanye y okhrana vodnykh resursov. (1979). [Use and protection of water resources]. Otv. redaktor Yu.P. Lebedynskiy. Kyiv : Naukova dumka, 163 s. (In Russian).
7. Spravochnik po vodnym resursam. (1987). [Water Handbook]. Pod. red. B.Y. Streltsa. Kyiv : Urozhai, 304 s. (In Russian).
8. Vodne hospodarstvo v Ukraini. (2000). [Water management in Ukraine]. Za red. A.V. Yatsyka, V.M. Khorieva. Kyiv : Heneza, 456 s. (In Ukrainian).
9. Yatsyk, A.V. (2001). Ekolohichna bezpeka v Ukraini. [Environmental safety in Ukraine]. Kyiv : Heneza, 216 s. (In Ukrainian).
10. Stashuk, V.A. (2006). Ekoloho-ekonomichni osnovy basinovoho upravlinnia vodnymy resursamy. [Ecological and economic basics of basin water resources management]. Dnipropetrovsk : Vydavnytstvo «Zoria», 480 s. (In Ukrainian).
11. Ratsionalne vykorystannia vodnykh resursiv yak faktor zabezpechennia natsionalnoi bezpeky Ukrainy (materialy VII Plenumu Spilky ekonomistiv Ukrainy ta Vseukrainskoi naukovo-praktychnoi konferentsii). (2012). [Rational use of water resources as a factor for ensuring Ukraine's national safety]. Kyiv : 21 veresnia 2012 r., 275 s. Retrieved from [seu.org.ua/wp-content/uploads/2013/12/voda.pdf](http://seu.org.ua/wp-content/uploads/2013/12/voda.pdf). (In Ukrainian).
12. Natsionalna dopovid pro stan navkolyshnoho pryrodnoho seredovyscha v Ukraini u 2014 rotsi. (2016). [National report on the state of the environment in Ukraine in 2014]. Kyiv: Ministerstvo ekolohii ta pryrodnykh resursiv Ukrainy, FOP Hrin D.S., 350 s. (In Ukrainian).
13. Khilchevskiy, V.K., Obodovskiy, O.H., Hrebin, V.V. ta in. (2008). Zahalna hidrolohiia. [General hydrology]. Kyiv : Vydavnycho-polihrafichniy tsentr «Kyivskiy universytet», 399 s. (In Ukrainian).
14. Halushchenko, M.H., Romas, I.M. (2001). Umovy formuvannia ta rozrakhunky minimalnogo stoku richok basynu Dnipro (v mezhakh Ukrainy). [Conditions for the formation and calculation of the minimum runoff of rivers in the Dnipro basin (within Ukraine)]. Hidrolohiia, hidrokimiia i hidroekolohiia. Nauk. zb. / Vidp. red. V.K. Khilchevskiy. Kyiv : Nika-Tsentr, T. 2, 289-295. (In Ukrainian).
15. Hrebin, V.V. (2010). Suchasnyi vodnyi rezhym richok Ukrainy (landshaftno-hidrolohichnyi analiz). [Modern water regime of the rivers of Ukraine (landscape-hydrological analysis)]. Kyiv : Nika-tsentr, 316 s. (In Ukrainian).
16. Horbachova, L.O. (2015). Suchasnyi vnutrishnorichnyi rozpodil vodnoho stoku richok Ukrainy. [Modern annual distribution of water runoff of rivers of Ukraine]. Ukrainskyyi heohrafichnyi zhurnal, № 3,16-23. (In Ukrainian).
17. Ratsionalne vykorystannia ta vidnovlennia vodnykh resursiv. (2016). [Rational Use and Recovery of Water Resources]. Monohrafiia. Za red. Feshchenka V.P. Zhytomyr : Vyd-vo ZhDU im. I. Franka, 250 s. (In Ukrainian).
18. Romas, I.M. (2003). Periody minimalnoi serednoi dobovoi vodnosti v baseni Dnipro v mezhn. [Periods of minimum average daily water content in the Dnipro basin]. Naukovi pratsi UNDHMI, Vyp. 251, 38-42. (In Ukrainian).
19. Kornatovska, S.V. (2008). Ekonomika vodokorystuvannia na prykladi r. Sluch. [Economy of water use on the example of the river Sluch]. Ekonomika pryrodokorystuvannia i okhorony dovkillia. Kyiv : RVPS Ukrainy NAN Ukrainy, 175-179. (In Ukrainian).
20. Biedunkova, O.O. (2013). Otsinka suchasnoho ekolohichnoho stanu poverkhnevyykh vod richky Sluch za basinovym pryntsypom. [Estimation of the current ecological state of the surface waters of the Sluch River according to basin principle]. Visnyk NUVHP. Vyp. 4(64). Seriiia «Silskohospodarski nauky», 74-81. (In Ukrainian).
21. Prymachenko, I.V. (2013). Ekolohichnyi monitorynh basynu richky Sluch. [Ecological monitoring of the Sluch river basin]. Naukovyi visnyk NUBiP Ukrainy. Seriiia: Ahronomiia. 183(2), 241-248. (In Ukrainian).
22. Kholodenko, V.S. (2013). Otsinka odnorodnosti riadiv sposterezhen za neparametrychnymy ta parametrychnymy statystychnymy kryteriiamy dlia richok Prypiatskoho Polissia Ukrainy. [Estimation of the homogeneity of the observation series for

- nonparametric and parametric statistical criteria for the Pripjat Polesye rivers of Ukraine]. *Visnyk Dnipropetrovskoho derzhavnogo ahrarnoho universytetu*, № 1, 16-19. (In Ukrainian).
23. Vasylenko, Ye.V. (2015). Suchasni prostorovi zminy kharakterystyk vesnianoho vodopillia v mezhakh ukrainskoi chastyny basynu r. Prypiat. [Modern spatial changes in the characteristics of spring floods within the Ukrainian part of the Pripjat river basin]. *Hidrolohiiia, vodni resursy. Naukovi pratsi UkrNDHMI*, Vyp. 267, 82-87. (In Ukrainian).
24. Vasylenko, L.O., Zhukova, O.H., Rusinov, T.O. (2016). Otsinka yakosti vody richky Sluch za hidrokhimichnymy pokaznykamy. [Assessment of the quality of the Sluch water according to hydrochemical parameters]. *Problemy vodopostachannia, vodovidvedennia ta hidravliky*, Vyp. 27, 24-29. (In Ukrainian).
25. Moskalenko, S.O. (2017). Serednii, maksimalnyi ta minimalnyi stik vody pravoberezhnoi chastyny r. Prypiat i tendentsii yikh zmin v suchasnyi period. [Average, maximum and minimum water runoff of the right bank part of the Pripjat River and the trends of their changes in the modern period]. *Mat-ly VII mizhnarodnoi nauk.-praktychnoi konferentsii «Rehionalni problemy Ukrainy: heohrafichniy analiz ta poshuk shliakhiv vyrishennia»*, m. Kherson, 5-6 zhovtnia 2017 r. Kherson: Vydavnychiy dim «Helvetyka», 164-167. (In Ukrainian).
26. Stefanyshyn, D.V. (2017). Pro deiaki pobichni efekty hidrotekhnichnoho budivnytstva v basyni r. Sluch. [About some side effects of hydrotechnical construction in the basin of the Sluch river]. *Materialy Mizhnarodnoi naukovopraktychnoi konferentsii «Ekoheoforum-2017. Aktualni problemy ta innovatsii»*. Ivano-Frankivsk, 22-25 bereznia 2017 r., 45-47. (In Ukrainian).
27. Korbutiak, V.M., Stefanyshyn, D.V. (2018). Transformatsii minimalnogo stoku r. Sluch ta yikh vplyv na Novohrad-Volynske vodoshkovyshe yak ob'ekt mistsevoi krytychnoi infrastruktury. [Transformation of the minimum runoff in the Sluch river and their impact on the Novograd-Volyn reservoir as an object of local critical infrastructure]. *Matematychni modeliuvannia v ekonomitsi*. №4 (13), S. 70-81. (In Ukrainian).
28. Palamarchuk, M.M., Zakorchevna, N.B. (2001). *Vodnyi fond Ukrainy (Dovidkovyi posibnyk)*. [Water Fund of Ukraine (Reference Guide)]. Kyiv : Nika-Tsentr, 388 s. (In Ukrainian).
29. Vyshnevskiy, V.I., Kosovets, O.O. (2003). *Hidrolohichni kharakterystyky richok Ukrainy*. [Hydrological characteristics of rivers of Ukraine]. Kyiv : Nika-Tsentr, 324 s. (In Ukrainian).
30. Hovorun, V.D., Tymoshchuk, O.O. (2010). *Richky Khmelnychchyny*. [Rivers of Khmelnytsky region]. *Navchalnyi posibnyk*. Vydannia druhe. Khmelnytskyi : Polihrafist, 240 s. (In Ukrainian).
31. Pavelchuk, Ye.M., Snizhko, S.I. (2017). *Hidroloho-hidrokhimichni kharakterystyky richok Zhytomyrskoho Polissia v umovakh hlobalnogo poteplinnia*. [Hydrological and hydrochemical characteristics of the Zhytomyr Polissya rivers in conditions of global warming]. Zhytomyr : Vydavnytstvo «Volyn», 244 s. (In Ukrainian).
32. Korotun, I.M., Korotun, L.K. (1996). *Heohrafiia Rivnenskoj oblasti*. [Geography of the Rivne region]. Rivne: 274 s. (In Ukrainian).
33. Identification and Designation of Heavily Modified and Artificial Water Bodies. CIS Working Group 2.2. 10 December 2002. 11 p. Retrieved from <http://www.wrrl-info.de/docs/HMWBPolicysummary101202.pdf>.
34. Strutynska, V.M. (2008). *Dynamika kharakterystyk lodovoho rezhymu richok basynu Dnipra na foni suchasnykh klimatychnykh zmin*. [Dynamics of characteristics of the ice regime of the rivers of the Dnipro basin against the backdrop of modern climatic changes]. *Hidrolohiiia, hidrokhimiiia i hidroekolohiiia*. T. 14, 116-122. (In Ukrainian).

*Стаття надійшла до редакції 11.02.2019.*



РЕФЕРАТИ / ABSTRACTS

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ  
INFORMATION TECHNOLOGY IN ECONOMY

---

УДК 681.5(042.3)

**Розробка формальної моделі інтелектуального управління маршрутизацією в конфліктуючих сенсорних мережах варіативної топології** / Семко О.В., Семко В.В. // Математичне моделювання в економіці. – 2019. – № 1. – С. 5–19.

Процеси функціонування гарантоздатних самоорганізуючих сенсорних мереж варіативної топології потребують створення новітніх систем інтелектуального управління. Елементи сенсорних мереж мають властивість переміщення в просторі параметрів за умов обмежень, невизначеностей, змінної топології, зовнішніх і внутрішніх впливів. Задача управління маршрутизацією розглянута як задача дискретної динамічної оптимізації. Параметри функціонування мережі, що визначені моделлю сенсорної мережі, враховуються у функції ціни при синтезі і виборі маршрутів потоків даних. Інтегрально-топологічні методи дослідження процесів функціонування сенсорних мереж дозволяють виявити їх характеристики, синтезувати модель і метод рішення задачі оптимального управління маршрутизацією для розподіленої гетерогенної мережі. Наведені результати дослідження часових характеристик функціонування системи інтелектуального управління маршрутизацією.

UDC 681.5(042.3)

**Development of formal intellectual case routing frame in conflicting sensor networks of variant topology** / Semko O.V., Semko V.V. // Mathematical modeling in economy. – 2019. – № 1. – P. 5–19.

The processes of functioning of the self-organizing sensor networks of variable topology that are guaranteed are in need of the creation of advanced systems of intellectual control. Elements of sensor networks have the property of moving in the space of parameters under conditions of constraints, uncertainties, variable topology, external and internal influences. The task of routing management is considered as a task of discrete dynamic optimization. The parameters of the network functioning, defined by the model of the sensor network, are taken into account in the price function during synthesis and the choice of routes of data streams. Integral-topological methods of studying the processes of functioning of sensor networks allow to identify their characteristics, to synthesize the model and method of solving the problem of optimal routing management for a distributed heterogeneous network. The results of research of time characteristics of functioning of the system of intellectual routing management are resulted.

---

УДК 004.047

**Задача опису забрудненої території з мінімізацією точок забору проб** / Кряжич О.О., Коваленко О.В., Грицишин В.О. // Математичне моделювання в економіці. – 2019. – № 1. – С. 20–32.

В статті представлені попередні результати роботи з удосконалення способу дослідження екологічного стану території при техногенному забрудненні. Велика кількість ітерацій, що використовуються при розрахунках за зазначеним способом, призводить до утворення і накопичення похибок, які впливають на побудову подальших прогнозів. В роботі запропоновано криву руху (відбору проб) на пересіченій місцевості, за вектором напрямку розбиту на інтервали, які описуються потім з використанням елементарних та базових тригонометричних функцій. Для мінімізації похибок у цьому випадку пропонується використовувати нев'язки. Представлена практична апробація у вигляді демо-версії програми з внесенням удосконалення до алгоритму. Отримані результати, після додаткової апробації, планується використати в новій версії програми «Випадкова точка».

UDC 004.047

**The task of description of contaminated area with minimization of sampling points** / Kryazhych O.O., Kovalenko O.V., Grytsyshyn V.O. // Mathematical modeling in economy. – 2019. – № 1. – P. 20–32.

The paper supply the preliminary results of the work on improving the method of studying the ecological state of the territory under technogenic contamination. A large number of iterations used in the calculations by this method leads to the formation and accumulation of inaccuracies that affect the construction of further forecasts. Proposed curve movement on the terrain according to the direction vector to be split into intervals. This is then described using elementary and basic trigonometric functions. To minimize inaccuracies in this case, it is proposed to use residuals. The practical approbation in the form of a demo version of the program with the improvement of the algorithm is presented. The obtained results, after additional testing, will be used in the new version of the program "Random point".

---

УДК 681.5.01: 629.52.7

**Технологія синтезу алгоритму керування для забезпечення стабілізації дистанційно пілотованого літального апарату для оперативної програмованої траєкторії** / Машков О.А., Триснюк В.М., Мамчур Ю.В., Жукаускас С.В., Нігородова С.А., Триснюк Т.В., Кащишин О.В. // Математичне моделювання в економіці. – 2019. – № 1. – С. 33–47.

Розроблено алгоритм керування детермінованою багатовимірною автоматичною системою, який забезпечує стабілізацію об'єкта керування (дистанційно пілотованого літального апарату) на оперативній програмованій траєкторії. При цьому формування програмної траєкторії здійснюється дистанційно оператором по каналу зв'язку з ДПЛА. Запропоновану технологію синтезу алгоритму керування доцільно застосовувати для забезпечення стабілізації дистанційно пілотованого літального апарату на оперативній програмованій траєкторії в детермінованій постановці. Показано, що процес оптимізації за обґрунтованою технологією має високу швидкість збіжності. Практично за 3 цикли наближення досягається стале значення функціонала, що мінімізується, що дозволяє здійснювати синтез керування у процесі польоту дистанційно пілотованого літального апарату в реальному часі.

UDC 681.5.01: 629.52.7

**Technology synthesis control algorithm to ensure stabilization of remotely piloted aircraft for operational programmable trajectories** / Mashkov O., Trysnyuk V., Mamchur Y., Zhukauskas S., Nigorodova S., Trysnyuk T., Kashichyn O. // *Mathematical modeling in economy*. – 2019. – № 1. – P. 33–47.

The algorithm of control of the deterministic multidimensional automatic system, which provides stabilization of the control object (remotely manned aircraft) on the operational programmed trajectory is developed. In this case, the formation of a programmed trajectory is carried out remotely by the operator on the channel of communication with the UAV. The proposed technology for the synthesis of the control algorithm should be used to ensure the stabilization of a remotely manned aircraft on an operational programmed trajectory in a deterministic setting. It is shown that the optimization process based on the substantiated technology has a high rate of convergence. Almost 3 cycles of approximation achieve a steady value of minimized functional, which allows the synthesis of control during the flight of a remotely manned aircraft in real time.

---

## МАТЕМАТИЧНІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ МОДЕЛІ В ЕКОНОМІЦІ MATHEMATICAL AND INFORMATIONAL MODELS IN ECONOMY

---

УДК 519.6:539.3

**Чисельне дослідження птахостійкості лопаток авіаційного двигуна** / Ванін В.А., Світличний С.П. // *Математичне моделювання в економіці*. – 2019. – № 1. – С. 48–62. Розглянуто метод дослідження реакції лопатки авіаційного двигуна на удар птаха. Розроблено гібридну модель контактної взаємодії м'якого тіла з лопаткою авіаційного двигуна з метою впровадження у практику проектування надійних і безпечно ушкоджуваних конструкцій лопаток. Шляхом порівняння результатів чисельного моделювання з результатами натурального експерименту доведено ефективність та працездатність запропонованої моделі та методу дослідження птахостійкості лопаток авіаційних двигунів. Розроблену модель доцільно використовувати у випадках, коли можливість проведення натурних випробувань обмежена, їх реалізація економічно недоцільна або неможлива, а також як інструмент при проектуванні з метою комплексного дослідження впливу конструктивних параметрів лопаток на їх реакцію у разі удару по них м'якого тіла різної маси, з різною швидкістю і під різними кутами. Це, у свою чергу, дозволить скоротити час і матеріальні витрати за рахунок скорочення числа натурних випробувань.

UDC 519.6:539.3

**Numerical analysis of the aircraft blade bird strike resistance** / Vanin V.A., Svitlychnyy S.P. // *Mathematical modeling in economy*. – 2019. – № 1. – P. 48–62.

The method for analysis of the respond of an aircraft engine blade to the bird strike is considered. A hybrid model of soft body-to- aircraft engine blade contact impact has been created in order to use it for designing of reliable and safely damaged blade structures. The efficiency and operability of the model to be considered as well as the method for analysis of aircraft blade bird strike resistance have been demonstrated by comparing the numerical simulation results with full-scale test results. The created model should be used in cases when the possibility of carrying out the full-scale test is limited, their implementation is economically impractical or impossible. In addition, the model can be used as a tool during design stage for complex analysis of influence of blade design parameters on the impact of a soft body of different weight, speed and incident angles. This, in turn, will reduce the time and material costs by reducing the number of full-scale tests.

УДК 519.168

**Коди Грея в задачах комбинаторной оптимизации** / Васянин В.О., Ушакова Л.П. // Математичне моделювання в економіці. – 2019. – № 1. – С. 63–69.

У статті наводяться корисні відомості для розробників алгоритмів і програм про використання кодів Грея для розв'язання комбинаторних задач з псевдобулевыми функціями (поліномами від булевих змінних). Як приклад ефективності застосування цих кодів розглядається розв'язання 0-1 задачі про ранець з повним перебором варіантів розв'язку. Представлені результати експериментального дослідження, які показують, що коди Грея можна практично застосовувати в схемах розгалуження, наприклад в методі гілок і меж, коли кількість змінних у вузлах розгалуження вирішального алгоритму не перевищує 35.

UDC 519.168

**Gray codes in combinatorial optimization problems** / Vasyanin V.A., Ushakova L.P. // Mathematical modeling in economy. – 2019. – № 1. – P. 63–69.

The article provides useful information for developers of algorithms and programs on the use of Gray codes for solving combinatorial problems with pseudoBoolean functions (polynomials from Boolean variables). As an example of the effectiveness of the use of these codes, the solution 0-1 of the knapsack problem with a full search of the solutions is considered. The results of an experimental study are presented, which show that Gray codes can be practically applied in branching schemes, for example, in the branch and bound method, when the number of variables in the branch nodes of the decision algorithm does not exceed 35.

---

## АНАЛІЗ, ОЦІНКА ТА ПРОГНОЗУВАННЯ В ЕКОНОМІЦІ ANALYSIS, EVALUATION AND FORECASTING IN ECONOMY

---

УДК 681.3: 519.68

**Когнітивний аналіз і управління розвитком ситуації на світовому ринку озброєнь** / Шемаєв В.М., Стефанцев С.С., Цитовцева А.С. // Математичне моделювання в економіці. – 2019. – № 1. – С. 70–81.

У статті досліджено можливості когнітивного моделювання ситуації на ринку високотехнологічної продукції, визначені особливості когнітивного аналізу і управління в соціально-економічних системах в цілому і зовнішньоринковою ситуацією зокрема. Показана доцільність використання для підтримки прийняття рішень суб'єктів ринку апарату когнітивного моделювання, заснованого на нечітких когнітивних картах, що дозволяють проводити як детальний аналіз ситуації, так і цільовий синтез стратегій управління її розвитком. Наведені результати моделювання стратегії управління віртуальною ринковою ситуацією.

UDC 681.3: 519.68

**Cognitive analysis and management development of situation are in the world market of armaments** / Shemaiev V.M., Stefansev S.S., Tsytovtseva A.S. // Mathematical modeling in economy. – 2019. – № 1. – P. 70–81.

In the article investigated possibility of cognitive design of situation at the market of hi-tech products, defined features of cognitive analysis and management are in the socio-economic systems on the whole and the external market situation in particular. The shown expediency of the use is for support of making decision of subjects of market of apparatus of the cognitive design, based on unclear cognitive maps, that allow to conduct both detailed analysis situations and having a special purpose synthesis of strategies of management her

development. The brought results over of design of strategy of management a virtual market situation.

---

УДК 332.12:519.81

**Методичний підхід до аналізу стану регіонально-виробничих природно-економічних систем** / Азаров С.І., Сидоренко В.Л. // Математичне моделювання в економіці. – 2019. – № 1. – С. 82–91.

Надано визначення, розглянуто значимість та процес функціонування регіонально-виробничих природно-економічних систем. Розглянуто ранжування в процесі факторного аналізу як процедуру упорядкування, розбиття великої кількості факторів у порядку переваги, з введенням між ними деякого порядку «краще-гірше». Зазначаються переваги і недоліки ранжування як методу вимірювання. Представлено процес управління розвитком регіону у вигляді послідовності задач, що формуються за семантичними, методичними та інформаційними ознаками. Запропоновано оцінювання стану регіонально-виробничих природно-економічних систем на основі факторного аналізу та алгоритм його ранжування. Пропонується застосування загальної теорії корисності для продуктивної реалізації методології моделей і процедур в системах підтримки прийняття рішень управління регіонально-виробничими природно-економічними системами. Зазначається, що розробка методології, технології, програмного і апаратного інструментарію автоматизації базових процесів підтримки прийняття рішень управління регіонально-виробничими природно-економічними системами на основі інформаційних технологій вимагає додаткового теоретичного та експериментального опрацювання.

UDC 332.12:519.81

**Methodical approach to the analysis of the state of regional production natural and economic systems** / Azarov S.I., Sydorenko V.L. // Mathematical modeling in economy. – 2019. – № 1. – P. 82–91.

The definition, significance and process of functioning of regional production natural and economic systems are given. The ranking in the process of factor analysis is considered as a procedure for compiling, dividing a set of factors in order of preference, with the introduction of some "better-worse" order between them. The advantages and disadvantages of ranking as a measurement method are noted. The process of managing the development of a region is presented in the form of a sequence of tasks that are formed by semantic, methodical and informational features. Estimates of the state of regional production natural and economic systems based on factor analysis and an algorithm for its ranking are proposed. It is proposed to apply the general utility theory for the productive implementation of the methodology of models and procedures in decision support systems for managing regional-production natural-economic systems. It is noted that the development of methodology, technology, software and hardware tools for automating basic decision support processes for managing regional and industrial natural-economic systems based on information technologies requires additional theoretical and experimental processing.

---

УДК 004.942 ; 626/627 ; 504.05

**Сучасні тенденції мінливості стоку річки Случ за даними гідрологічних спостережень в контексті виснаження її водних ресурсів** / Стефанишин Д.В., Корбутяк В.М., Косинська І.Е. // Математичне моделювання в економіці. – 2019. – № 1. – С. 92–104.

На основі даних гідрологічних спостережень виявлено сучасні тенденції мінливості стоку річки Случ в контексті виснаження її водних ресурсів внаслідок кліматичних змін та антропогенної діяльності на водозборі. Оцінювання проводилось на основі

рядів динаміки середньорічних, мінімальних (для двох періодів межени – теплою і холодною) та максимальних витрат води, заміряних на трьох гідрологічних постах, розміщених на річці на різних ділянках її течії: «Громада» – у верхній частині річкового басейну, «Новоград-Волинський» – в межах середньої течії, «Сарни» – в нижній течії. Загальна тривалість періоду спостережень за витратами, за яким встановлювалися сучасні тенденції мінливості стоку річки, складала 27 років: з 1989 р. по 2015 р.

UDC 004.942 ; 626/627 ; 504.05

**Modern tendencies of the runoff variability of the Sluch River according to hydrological observations in the context of depletion of its water resources / Stefanyshyn D.V., Korbutiak V.M., Kosynska I.E. // Mathematical modeling in economy. – 2019. – № 1. – P. 92–104.**

Based on the data of hydrological observations, modern tendencies of the runoff variability of the Sluch River in the context of depletion of its water resources due to climatic changes and anthropogenic activities in the catchment area have been revealed. The estimation was carried out on the basis of the time series of the average annual discharges, minimum (for two periods of low water, namely, warm period and cold one) and the maximum water discharges measured on three hydrological gauges located on the river at different parts of its current: “Hromada”, which is situated in the upper part of the river basin; “Novograd-Volynsky”, which is situated within the middle reaches; “Sarny”, which is situated in the lower flow of the river. The total duration of the period of discharges monitoring, in which the current trends in the variation of the river runoff were being set, was 27 years: from 1989 to 2015.

---

## ІНФОРМАЦІЯ ПРО АВТОРІВ INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Азаров Сергій Іванович** – доктор технічних наук, старший співробітник, провідний співробітник Інституту ядерних досліджень НАН України (Україна, м. Київ).

**Azarov Serhiy** – Doctor of Technical Sciences, Senior Research Associate, Leading Researcher Institute for Nuclear Research NAS of Ukraine (Ukraine, Kyiv).

**Ванін Віктор Антонович** – доктор технічних наук, професор, професор кафедри вищої математики Національного технічного університету «Харківський політехнічний університет» (Україна, м. Харків).

**Vanin Victor** – Doctor of sciences (Eng.), professor, professor at the Department of Higher Mathematics, National Technical University “Kharkiv Polytechnic Institute” (Ukraine, Kharkiv).

**Васянін Володимир Олександрович** – доктор технічних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (Україна, м. Київ).

**Vasyanin Volodymyr** – Doctor of sciences (Eng.), Senior Research Fellow, Lead researcher of The Institute of Telecommunications and Global Information Space of the NAS of Ukraine (Ukraine, Kyiv).

**Грицишин Володимир Омелянович** – кандидат економічних наук, інженер – хімік-технолог, міський голова м. Сєверодонецька, Луганської обл., у 1994-2010 рр. (Україна, м. Сєверодонецьк).

**Grytsyshyn Volodymyr** – PhD, engineer – chemist-technologist, mayor Severodonetsk, Luhansk reg. (1994-2010) (Ukraine, Severodonetsk).

**Жукаускас Сергій Вікторович** – здобувач Державної екологічної академії післядипломної освіти та управління (Україна, м. Київ).

**Zhukaskas Sergey** – Applicant, State Ecological Academy of Postgraduate Education and Management (Ukraine, Kyiv).

**Кащишин Олександр Володимирович** – ад’юнкт Харківського національного університету Повітряних Сил імені Івана Кожедуба (Україна, м. Київ).

**Katschyshyn Alexander** – Adjunct, Ivan Kozhedub Kharkiv National Air Force University (Ukraine, Kyiv).

**Коваленко Олександр Васильович** – кандидат технічних наук, завідувач лабораторією ФТПДЯВ Інституту ядерних досліджень НАН України (Україна, м. Київ).

**Kovalenko Oleksandr** – PhD, Head of laboratory Physical and Technical Problems of Nuclear Radiation Sources, Institute for Nuclear Research of NAS of Ukraine (Ukraine, Kyiv).

**Корбутяк Василь Михайлович** – кандидат технічних наук, доцент кафедри землеустрою, кадастру, моніторингу земель та геоінформатики Національного університету водного господарства та природокористування (НУВГП) (Україна, м. Рівне).

**Korbutiak Vasyi** – PhD in Technical Science, Associate Professor, Department of Land Management, Cadastre, Monitoring of Soils and Geoinformatics, The National University of Water and Environmental Engineering (Ukraine, Rivne).

**Косинська Іванна Едуардівна** – студент 4-го курсу ННІ водного господарства та природооблаштування Національного університету водного господарства та природокористування (НУВГП) (Україна, м. Рівне).

**Kosynska Ivanna** – student of specialty «Hydrotechnical construction, water engineering and water technologies», The National University of Water and Environmental Engineering (Ukraine, Rivne).

**Кряжич Ольга Олександрівна** – кандидат технічних наук, науковий співробітник Інституту технології і бізнесу в Чеське Будйовице (Чеська Республіка, м. Чеське Будйовице).

**Kryazhych Olha** – PhD, Researcher, Institute of Technology and Business in České Budějovice (Czech Republic, České Budějovice).

**Мамчур Юлій Валерійович** – здобувач Державної екологічної академії післядипломної освіти та управління (Україна, м. Київ).

**Mamchur Juli** – Applicant, State Environmental Academy of Postgraduate Education and Management (Ukraine, Kyiv).

**Машков Олег Альбертович** – доктор технічних наук, професор, проректор з наукової роботи Державної екологічної академії післядипломної освіти та управління (Україна, м. Київ).

**Mashkov Oleg** – Doctor of Technical Sciences, Professor, Vice-Rector for Scientific Work, State Ecological Academy of Postgraduate Education and Management (Ukraine, Kyiv).

**Нігородова Світлана Анатоліївна** – здобувач Державної екологічної академії післядипломної освіти та управління (Україна, м. Київ).

**Nigorodova Svetlana** – Applicant, State Ecological Academy of Postgraduate Education and Management (Ukraine, Kyiv).

**Світличний Сергій Петрович** – старший викладач кафедри теоретичної механіки, машинознавства та роботомеханічних систем Національного аерокосмічного університету ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут» (Україна, м. Харків).

**Svitlychnyy Sergiy** – Senior Teacher, Department of Theoretical Mechanics, Mechanical Engineering and Robotic systems, National Aerospace University named after M.E. Zhukovskiy “Kharkiv Aviation Institute” (Ukraine, Kharkiv).

**Семко Віктор Володимирович** – доктор технічних наук, доцент, професор кафедри Київського університету імені Бориса Грінченка (КУБГ) (Україна, м. Київ).

**Semko Viktor** – Doctor of sciences (Eng.), assistant professor, professor, Department of Information and Cybersecurity, Borys Grinchenko Kyiv University (Ukraine, Kyiv).



**Семко Олексій Вікторович** – молодший науковий співробітник відділу інформаційних та комунікаційних технологій Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору (ІТГП) НАН України (Україна, м. Київ).

**Сидоренко Володимир Леонідович** – кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри профілактики пожеж та безпеки життєдіяльності населення Інституту державного управління у сфері цивільного захисту (Україна, м. Київ).

**Стефанишин Дмитро Володимирович** – доктор технічних наук, провідний науковий співробітник, професор кафедри гідротехнічного будівництва та гідраліки Національного університету водного господарства та природокористування (НУВГП) (Україна, м. Рівне).

**Стефанцев Сергій Сергійович** – доцент кафедри військової підготовки ДВНЗ "Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана" (КНЕУ) (Україна, м. Київ).

**Триснюк Василь Миколайович** – доктор технічних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (Україна, м. Київ).

**Триснюк Тарас Васильович** – кандидат технічних наук, науковий співробітник Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України (Україна, м. Київ).

**Ушакова Людмила Павлівна** – здобувач наукового ступеня кандидата технічних наук, директор приватного підприємства «Архівна справа» (Україна, м. Київ).

**Semko Oleksiy** – Junior researcher, Department of Information and Communication technologies, The Institute of Telecommunications and Global Information Space of the NAS of Ukraine (Ukraine, Kyiv).

**Sydorenko Volodymyr** – Candidate of Technical Science, Associate Professor, Professor of the Department of Prevention of Fires and Safety of Vital Activities of the Population Institute of State Management in the Sphere of Civil Defence (Ukraine, Kyiv).

**Stefanyshyn Dmytro** – Doctor of sciences (Eng.), Department of natural resources, Lead researcher, The Institute of Telecommunications and Global Information Space of the NAS of Ukraine, associate professor, professor, Department of hydro construction and hydraulics, The National University of Water and Environmental Engineering (Ukraine, Rivne).

**Stefantsev Serhii** – Associate Professor, department of military preparation, Kyiv National Economics University named after Vadym Hetman (Ukraine, Kyiv).

**Trysnyuk Vasyl** – Doctor of Technical Sciences, Senior Researcher, Senior Researcher Institute of Telecommunications and Global Information Space of the National Academy of Sciences of Ukraine (Ukraine, Kyiv).

**Trysnyuk Taras** – Candidate of Science in Technology, a researcher at the Institute of Telecommunications and the Global Information Space of the National Academy of Sciences of Ukraine (Ukraine, Kyiv).

**Ushakova Liudmyla** – The applicant of candidate degree sciences, director of the Private Enterprise "Archival business" (Ukraine, Kyiv).

**Цитовцева Анна Сергіївна** – студент групи IT-51 факультету інформатики та обчислювальної техніки Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського" (НТУУ "КПІ ім. Ігоря Сікорського") (Україна, м. Київ).

**Tsytovtseva Anna** – student of group IT-51, Faculty of Informatics and Computer Science, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute" (Ukraine, Kyiv).

**Шемаєв Володимир Миколайович** – доктор військових наук, професор, головний науковий співробітник відділу воєнної та воєнно-економічної політики Національного інституту стратегічних досліджень (НІСД) (Україна, м. Київ).

**Shemaiev Volodymyr** – Doctor of military sciences, professor, Chief Scientist (Military and Economic Department), The National Institute for Strategic Studies (Ukraine, Kyiv).

© Авторські і суміжні права належать авторам окремих публікацій, Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України, Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Інституту економіки і прогнозування НАН України.

© Авторские и смежные права принадлежат авторам отдельных публикаций, Институту телекоммуникаций и глобального информационного пространства НАН Украины, Институту кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Институту экономики и прогнозирования НАН Украины.

Copying © authors of publications, Institute of Telecommunications and Global Information Space of NAS of Ukraine, Glushkov Institute of Cybernetics of NAS of Ukraine, Institute for Economics and Forecasting of NAS of Ukraine. All rights reserved.

## ДО УВАГИ АВТОРІВ ЖУРНАЛУ

Зміст матеріалів, що направляються до редакції, повинен відповідати профілю та науково-технічному рівню журналу. Тематика журналу стосується математичного моделювання у всіх сферах господарської діяльності, тобто, економіки в її широкому розумінні. До друку приймаються статті українською, англійською та російською мовами.

Кожна наукова стаття повинна мати вступ, розділи основної частини та висновки, а також анотацію і ключові слова двома мовами (українською та англійською). Також двома мовами подаються реферати до статті, які будуть розміщені в електронному варіанті журналу «Математичне моделювання в економіці» на сайті журналу. Вимоги до оформлення наведені на сайті журналу.

Усі представлені в редакцію рукописи проходять ретельне багатоланкове рецензування відповідними фахівцями за профілем статті. Якщо сумарна оцінка рецензентів менша за встановлений поріг, рукописи відхиляються. Автору надсилається відповідне повідомлення. Матеріали, отримані від автора, редакцією не повертаються. Після доопрацювання автор може подати матеріал повторно, з виконанням усіх процедур подачі матеріалу.

Статті, що були представлені в редакцію і прийняті після рецензування, але не попали в поточний номер журналу, будуть надруковані в наступних номерах журналу.

Зміст статті та якість написання або перекладу (українською або англійською мовами) переглядаються коректорами журналу, проте відповідальність за зміст та якість статті несуть автори матеріалу. До статті можуть бути внесені зміни редакційного характеру без згоди автора.

Розділ журналу, до якого буде віднесена стаття, визначається редакцією, узгоджується – головним редактором або його заступником.

Остаточний висновок щодо публікації матеріалів схвалює редакційна колегія журналу.

Електронна версія журналу, правила оформлення та вимоги до статей, зміни і доповнення до тематичних розділів будуть оперативно подаватися в Інтернеті на сайті журналу «Математичне моделювання в економіці» [www.mmjournal.in.ua](http://www.mmjournal.in.ua)

Журнал також представлений на сайті Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України <http://itgip.org/> у розділі «Видавнича діяльність».

## АДРЕСА РЕДАКЦІЇ

03186, м. Київ, Чоколівський бульв., 13,  
Інститут телекомунікацій і глобального  
інформаційного простору НАН України  
Телефони: (044) 245-87-97  
(044) 524-22-62  
e-mail: [economconsult@gmail.com](mailto:economconsult@gmail.com)  
[journal.mme@gmail.com](mailto:journal.mme@gmail.com)

Електронна версія журналу в Інтернеті  
[www.mmejournal.in.ua](http://www.mmejournal.in.ua) українською та  
англійською мовами

**ISSN (print) 2409-8876**

**ISSN (on-line) 2663-9068**

*Коректор – Берчун В. П.*

---

### **Надруковано:**

Видавничий дім «Юстон»  
01034, м. Київ, вул. О. Гончара, 36.  
Тел.: (044) 360-22-66  
Реєстраційне свідоцтво НБ № 153324 від 05.11.2012 р.

---

Підписано і здано до друку 16.05.2019. Формат 70X108/16. Папір офсетний.  
Офсетний друк. Умовн. друк. арк. 10.1  
Обл.-вид. арк. 11.6      Тираж 300 примірників      Замовлення №       

---

КИЇВ 2019