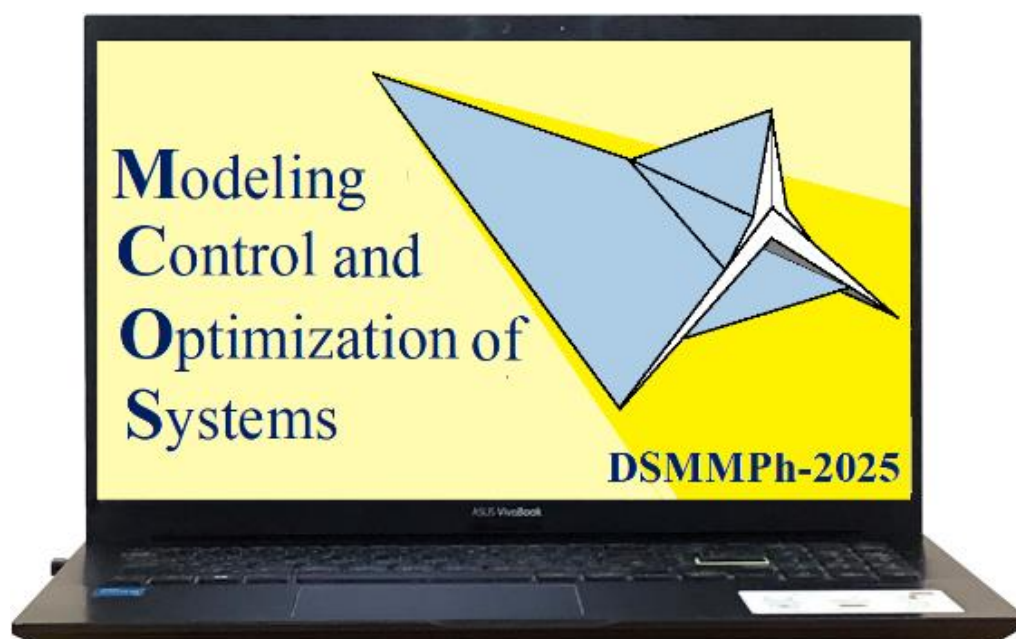


**MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE  
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF UKRAINE**



**Program & Abstracts  
of  
XXII International Symposium  
MODELING, CONTROL AND OPTIMIZATION OF SYSTEMS -  
DISCRETE SINGULARITIES METHODS IN MATHEMATICAL  
PHYSICS  
MCOS-DSMMPH-2025**

**June 26-30, 2025  
Kyiv, Ukraine (Zoom)**

## INTERNATIONAL PROGRAM COMMITTEE

### INTERNATIONAL ORGANIZING COMMITTEE

V. Vanin (Ukraine) – Chairman  
Ye. Aleksandrov (Ukraine)  
S. Dukhopelnykov (Ukraine)  
R. Kryvobok (Ukraine)  
V. Lazurik (Ukraine)  
O. Lebid (Ukraine)  
I. Litvine (South Africa)  
O. Myronovych (USA)  
S. Prosvirnin (Ukraine)  
Y. Pershina (Ukraine)  
V. Vasylyk (Ukraine)  
Hr. Zholtkevych (Ukraine)

S. Dovgiy (Ukraine) – Chairman  
N. Azarenkov (Ukraine)  
A. Bomba (Ukraine)  
R. Chapko (Ukraine)  
I. Didmanidze (Georgia)  
O. Khimich (Ukraine)  
A. Kostikov (Ukraine)  
S. Lyashko (Ukraine)  
O. Litus (Ukraine)  
V. Mezhuiev (Austria)  
A. Menshykov (UK)  
O. Nakonechnyi (Ukraine)  
A. Gakhov (Germany)  
A. Heifetz (USA)  
V. Grynchenko (Ukraine)  
O. Timokha (Ukraine)  
O. Trofymchuk (Ukraine)  
G. Voropaiev (Ukraine)  
A. Rusanov (Ukraine)  
A. Shubenko (Ukraine)  
N. Stuchynska (Ukraine)

### LOCAL ORGANIZING COMMITTEE

D. Cherniy (Ukraine) – Chairman  
V. Pichkur (Ukraine) – Co-Chairman  
O. Bashnyakov (Ukraine)  
N. Krugol (Ukraine)  
Ya. Trotsenko (Ukraine)  
P. Vasin (Ukraine)

### POST-ADDRESS:

Organizing Committee **MCOS-DSMMPH-2025**

Faculty of Computer Science and Cybernetics  
Taras Shevchenko National University of Kyiv  
64/13, Volodymyrska Street,  
Kyiv, 01601, Ukraine  
<https://mss.csc.knu.ua/mcos>

Department of Higher Mathematics  
National Technical University  
«Kharkiv Polytechnic Institute»  
Kyrpychova Str.2, MAC,  
Kharkiv, 61002, Ukraine  
<https://web.kpi.kharkov.ua/vm/about-vm/>

All Messages from the Organizing Committee  
of the MCOS-DSMMPH-2025  
and registration of symposium participants  
see on the website

<https://mss.csc.knu.ua/mcos>  
 [mcos.dsmmph@gmail.com](mailto:mcos.dsmmph@gmail.com)

## Main thematic areas of MCOS-DSMMPH-2025:



### Modeling and mathematical technologies

- mathematical and experimental research, special methods, tools and technologies;
- computational methods and computer technologies of mathematical physics, applied mechanics, aero/hydrodynamics, radiophysics and hydroacoustics, in medical research;
- mathematical technologies for AI systems;  
special software, computer graphics, stereographic systems, virtual reality systems;
- the method of hypersingular integral equations and its application (DSM- method).



### Control and stability of dynamic systems

- theory and methods control of systems, ensuring the stability of dynamic systems;
- control technologies for distributed structured systems, computer navigation, methods of intelligent systems;
- control and stability of systems with AI.



### Optimization of complex systems

- methods for optimizing of distributed and structured systems;
- stability and control of systems with AI elements;
- aerodynamics of aircraft and hydrodynamics of underwater systems, elastic systems, strength of structures.

## THEMATIC SCIENTIFIC SECTIONS

## SECTION HEAD

**Modeling and mathematical technologies of mathematical physics, engineering and industry.**

V. Vanin (Ukraine)

**Control and stability of dynamic systems**

V. Pichkur (Ukraine)

**Computational methods and computer technologies. The method of hypersingular integral equations and its application (DSM-method).**

D. Cherniy (Ukraine)

**Modeling and mathematical technologies of medical research**

V. Pichkur (Ukraine)

**Mathematical and experimental research, special methods, tools and technologies**

V. A. VOSKOBONICK  
(Ukraine)

Program of XXII International Symposium  
**MODELING, CONTROL AND OPTIMIZATION OF SYSTEMS - DISCRETE  
SINGULARITIES METHODS IN MATHEMATICAL PHYSICS**  
MCOS-DSMMPH-2025

|                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                       |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                         | <b>June 26 (Thursday)</b>                                                                                                                                                                         |                                                                                                       |
| 10 <sup>00</sup>                                                                                        | <b><i>Відкриття MCOS-DSMMPH-2025</i></b><br><br><b>XXII International Symposium    MODELING, CONTROL AND OPTIMIZATION OF SYSTEMS - DISCRETE SINGULARITIES<br/>METHODS IN MATHEMATICAL PHYSICS</b> |                                                                                                       |
| <b><u>Пленарні доповіді від секцій:</u></b>                                                             |                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                       |
| 10 <sup>00</sup>                                                                                        | Professor <b>Stanislav .Dovgiy</b> , Academician of the National Academy of Sciences of Ukraine                                                                                                   |                                                                                                       |
| 10 <sup>20</sup>                                                                                        | Professor <b>Victor Grinchenko</b> , Academician of the National Academy of Sciences of Ukraine                                                                                                   |                                                                                                       |
| 10 <sup>40</sup>                                                                                        | Professor <b>Voropaiev Gennadii</b> , Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Ukraine                                                                                         |                                                                                                       |
| 11 <sup>00</sup>                                                                                        | Professor <b>Victor Vanin</b>                                                                                                                                                                     |                                                                                                       |
| 11 <sup>20</sup>                                                                                        | Professor <b>Andrii Bomba</b>                                                                                                                                                                     |                                                                                                       |
| 11 <sup>40</sup>                                                                                        | Professor <b>Dmytro Cherniy</b>                                                                                                                                                                   |                                                                                                       |
|                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                       |
| <b>Sections “Control and stability of dynamic systems”</b><br><b>V. Pichkur (Section Head, Ukraine)</b> |                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                       |
| 12 <sup>00</sup><br>-12 <sup>20</sup>                                                                   | <i>O. М. БАШНЯКОВ,<br/>B. T. МАТВІЧКО,<br/>B. B. ПІЧКУР</i>                                                                                                                                       | ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ПУЧКА ТРАЄКТОРІЙ З НЕГЛАДКИМ КРИТЕРІЄМ ЯКОСТІ                        |
| 12 <sup>20</sup><br>-12 <sup>40</sup>                                                                   | <i>V. KULIAN, M.<br/>KOROBOVA,<br/>O. YUNKOVA, G.<br/>DOLENKO</i>                                                                                                                                 | EFFECTIVE DIVERSIFICATION AND STOCK PORTFOLIO DYNAMICS UNDER CONSTRAINTS                              |
| 12 <sup>40</sup><br>-13 <sup>00</sup>                                                                   | <i>I. А. ДЖАЛЛАДОВА,<br/>O. Є. КАМІНСЬКИЙ</i>                                                                                                                                                     | МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ КЕРОВАНOSTІ СИНГУЛЯРНИХ ГІБРИДНИХ СИСТЕМ В ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧАХ       |
| 13 <sup>00</sup><br>-13 <sup>20</sup>                                                                   | <i>K. I. ДЕНИСОВ,<br/>B. B. ПІЧКУР</i>                                                                                                                                                            | АНАЛІЗ СТІЙКОСТІ РОЗВ’ЯЗКІВ ЛІНІЙНОГО МАТРИЧНОГО ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ З ПОСТІЙНИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ |

|                                                                                                                                                   |                                                                                |                                                                                                                          |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 13 <sup>20</sup><br>-13 <sup>40</sup>                                                                                                             | <u>Д.М.АЙТУГАНОВ,</u><br>П.М.ОВСЯНКО,<br>Д.І.ЧЕРНІЙ                            | МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ<br>КЕРОВАНOSTІ ГІДРОДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ З<br>ІНЖЕКТОРАМИ                                 |
| <b>June 27 (Friday)</b>                                                                                                                           |                                                                                |                                                                                                                          |
| <b>Sections “Modeling and mathematical technologies of<br/>mathematical physics, engineering and industry”</b><br>V.Vanin (Section Head, Ukraine) |                                                                                |                                                                                                                          |
| 10 <sup>00</sup><br>-10 <sup>20</sup>                                                                                                             | <i>Н. С. ГОРОДЕЦЬКА, В. Н.<br/>ОЛІЙНИК, І. В.<br/>СТАРОВОЙТ</i>                | ГЕНЕРАЦІЯ АНТИСИМЕТРИЧНИХ ХВИЛЬ В<br>ПРУЖНОМУ ХВИЛЕВОДІ РІЗНИМИ ВИДАМИ<br>НАВАНТАЖЕННЯ                                   |
| 10 <sup>20</sup><br>-10 <sup>40</sup>                                                                                                             | <i>Ю. М. САВЧЕНКО,<br/>Ю. А. СЕМЕНОВ,<br/>Г. Ю. САВЧЕНКО</i>                   | НЕЛІНІЙНІ ГРАВІТАЦІЙНІ ХВИЛІ В ПОТОЦІ РІДИНИ<br>У КАНАЛІ ЗІ СКЛАДНОЮ ГЕОМЕТРІЄЮ ДНА,<br>ПОКРИТОГО БИТИМ ЛЬОДОМ           |
| 10 <sup>40</sup><br>-11 <sup>00</sup>                                                                                                             | <i>І. М. ГОРБАНЬ,<br/>В. Г. БАСОВСЬКИЙ</i>                                     | ГЕНЕРАЦІЯ АКУСТИЧНОГО ПОЛЯ ПОТОКОМ<br>РІДИНИ НАД ДВОВИМІРНІМИ ЦИЛІНДРИЧНИМИ<br>КАНАВКАМИ РІЗНОЇ ГЛИБИНИ                  |
| 11 <sup>00</sup><br>-11 <sup>20</sup>                                                                                                             | <i>О. В. ВОРОПАЙ,<br/>П. А. ЄГОРОВ,<br/>С. І. ПОВАЛЯЄВ,<br/>А. С. ШАРАПАТА</i> | ІДЕНТИФІКАЦІЯ МОМЕНТІВ ТЕРТЯ В ШАРНІРНИХ<br>ОПОРАХ БАЛКИ ТИМОШЕНКА ПРИ<br>НЕСТАЦІОНАРНОМУ НАВАНТАЖЕННІ                   |
| 11 <sup>20</sup><br>-11 <sup>40</sup>                                                                                                             | <i>Г. О. ВОРОПАЄВ,<br/>С. О. КОВАЛЬ</i>                                        | ФОРМУВАННЯ ВЕНТИЛЬОВАНОЇ КАВЕРНИ ПРИ<br>ТУРБУЛЕНТНОМУ РЕЖИМІ ОБТІКАННЯ<br>ДИСКОВОГО КАВІТАТОРА                           |
| 11 <sup>40</sup><br>-12 <sup>00</sup>                                                                                                             | <i>Г. О. ВОРОПАЄВ,<br/>О. О. БАСКОВА</i>                                       | ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ЧАСТКОВОГО<br>ГОФРУВАННЯ НА РОЗВИТОК ВИХРОВИХ<br>УТВОРЕНЬ В ТРУБІ ПРИ ПЕРЕХІДНИХ ЧИСЛАХ<br>РЕЙНОЛЬДСА |
| 12 <sup>00</sup><br>-12 <sup>20</sup>                                                                                                             | <i>І. Ю. ПИЛИПЧЕНКО,<br/>С.О. ДОВГІЙ,<br/>Д. І. ЧЕРНІЙ</i>                     | МОДЕЛЮВАННЯ ОБТІКАННЯ ЛІТАЛЬНОГО<br>АПАРАТУ З СИСТЕМОЮ КОНФУЗОРІВ БРІКСА-<br>КОРТА                                       |
| 12 <sup>20</sup><br>-12 <sup>40</sup>                                                                                                             | <i>О. С. МЕЛЬНИК,<br/>В. О. КОЗАРЕВИЧ</i>                                      | КОМ'ЮТЕРНЕ КОНФІГУРУВАННЯ МІКРО- ТА<br>НАНОЕЛЕКТРОННИХ ПРИСТРОЇВ                                                         |
| 12 <sup>40</sup><br>-13 <sup>00</sup>                                                                                                             | <i>В. А. ВАНІН, Г. І.<br/>КОШОВИЙ</i>                                          | МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗСІЮВАННЯ Е-<br>ПОЛЯРИЗОВАНОЇ ХВИЛІ ДВОМА ПРОВІДНИМИ<br>СТРІЧКАМИ З ІМПЕДАНСОМ.                     |
| 13 <sup>00</sup><br>-14 <sup>00</sup>                                                                                                             | <b>COFFEE BREAK</b>                                                            |                                                                                                                          |
| 14 <sup>00</sup><br>-14 <sup>20</sup>                                                                                                             | <i>О. О. НАГАЙЧЕНКО</i>                                                        | ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ<br>НАПІВПРОВІДНИКОВИХ НАНОПРИЛАДІВ                                                        |

|                                       |                                                                                                                                                 |                                                                                                                 |
|---------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 14 <sup>20</sup><br>-14 <sup>40</sup> | П. О. ВАСИН, С. О. ДОВГИЙ, О. Г. ЛЕБІДЬ, Д. І. ЧЕРНІЙ                                                                                           | МОДЕЛЮВАННЯ ОБТІКАННЯ СИСТЕМИ КЕРОВАНИХ КРИЛ (ПРОФІЛІВ) У ПОТОЦІ ІДЕАЛЬНОЇ НЕСТИСЛИВОЇ РІДИНИ                   |
| 14 <sup>40</sup><br>-15 <sup>00</sup> | АНДРІЙ БОМБА, СЕРГІЙ КАШТАН, ОЛЕКСА КУШНІР                                                                                                      | ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ КВАЗІКОНФОРМНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ ПРОГНОЗУВАННЯ ГЛОБАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ РУХУ ПОВЕРХНЕВИХ ТА ПІДЗЕМНИХ ВОД |
|                                       |                                                                                                                                                 |                                                                                                                 |
|                                       | <b>June 28 (Saturday)</b>                                                                                                                       |                                                                                                                 |
|                                       | <b>Sections “Mathematical and experimental research, special methods, tools and technologies”</b><br>V. A. VOSKOBOINICK (Section Head, Ukraine) |                                                                                                                 |
| 10 <sup>00</sup><br>-10 <sup>20</sup> | V. A. VOSKOBOINICK,<br>O. A. VOSKOBOINUK,<br>A. V. VOSKOBIINUK,<br>A. G. KHARCHENKO,<br>D. V. TRUDENKO                                          | FEATURES OF WAVE TRANSFORMATION BY A PERMEABLE BREAKWATER                                                       |
| 10 <sup>20</sup><br>-10 <sup>40</sup> | V. A. VOSKOBOINICK,<br>A. M. ONYSHCHENKO,<br>O. A. VOSKOBOINUK,<br>A. V. VOSKOBIINUK,<br>D. V. TRUDENKO                                         | INTERACTION OF SURFACE GRAVITY WAVES WITH PERFORATED SCREEN                                                     |
| 10 <sup>40</sup><br>-11 <sup>00</sup> | Н. Ф. ДИМИТРІЄВА                                                                                                                                | МОДЕЛЮВАННЯ ВИХРОВОЇ СТРУКТУРИ ВСЕРЕДИНІ ВЕНТИЛЬОВАНОЇ КАВЕРНИ                                                  |
| 11 <sup>00</sup><br>-11 <sup>20</sup> | В. В. КУЗЬМЕНКО, Я. П. ТРОЦЕНКО                                                                                                                 | МОДЕЛЮВАННЯ ПОШИРЕННЯ ЗВУКОВИХ ХВИЛЬ У ПЛОСКОМУ ХВИЛЕВОДІ З ВИГИНАМИ                                            |
| 11 <sup>20</sup><br>-11 <sup>40</sup> | В. А. КОЛПАКОВ,<br>В. А. ВАНІН,<br>Д. І. ЧЕРНІЙ                                                                                                 | МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ ЗАДАЧІ КОШІ-ПУАССОНА                                                                     |
| 11 <sup>40</sup><br>-12 <sup>00</sup> | В. В. ФІЛОНОВ,<br>Г. О. ВОРОПАЄВ                                                                                                                | ЕНЕРГЕТИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ КЛАСИЧНОЇ МОДЕЛІ СУМІШІ ДЛЯ ОЦІНКИ ПАРАМЕТРІВ ДЕТОНАЦІЇ В ОБМЕЖЕНОМУ ОБ’ЄМІ             |
|                                       | <b>Sections “Modeling and mathematical technologies of medical research”</b><br>V. Pichkur (Section Head, Ukraine)                              |                                                                                                                 |
| 12 <sup>00</sup><br>-12 <sup>20</sup> | Н. В. СТУЧИНСЬКА,<br>М. Д. АНДРІЙЧУК,<br>П. В. МИКИТЕНКО                                                                                        | ОПТИМІЗАЦІЯ ВИРОБНИЧИХ ТА ЛОГІСТИЧНИХ ЗАДАЧ У ФАРМАЦІЇ ЗАСОБАМИ МАТЕМАТИЧНОГО ТА КОМП’ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ      |
| 12 <sup>20</sup>                      | Н. В. СТУЧИНСЬКА,<br>Г. В. ХРАПІЙЧУК                                                                                                            | ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ МАТЕМАТИЧНОГО ТА КОМП’ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ                                             |

|                                                                                                                                                     |                                                             |                                                                                                                                                                                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| -12 <sup>40</sup>                                                                                                                                   |                                                             | ДОСЛІДЖЕННЯ ФАРМАКОКІНЕТИЧНИХ ПРОЦЕСІВ                                                                                                                                                                        |
| 12 <sup>40</sup><br>-13 <sup>00</sup>                                                                                                               | <i>VITALII OVERKO</i>                                       | THE INFLUENCE OF THE TORSION MOTION OF LEFT VENTRICLE (LV) ON FEATURES OF BLOOD FLOW.                                                                                                                         |
| 13 <sup>00</sup><br>-13 <sup>20</sup>                                                                                                               | <i>С. В. БАРАНОВСЬКИЙ,<br/>А. Я. БОМБА</i>                  | ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ПРИ ПРОГНОЗУВАННІ ДИНАМІКИ ВІРУСНОЇ ІНФЕКЦІЇ З УРАХУВАННЯМ ДИФУЗІЙНО-КОНВЕКЦІЙНОЇ МІГРАЦІЇ ДІЮЧИХ ЧИННИКІВ ДЕКІЛЬКОМА ШЛЯХАМИ В УМОВАХ ІМУНОТЕРАПІЇ                                          |
| <b>June 29 (Sunday)</b>                                                                                                                             |                                                             |                                                                                                                                                                                                               |
| Cultural program: "Kyiv - the Capital of Ukraine"                                                                                                   |                                                             |                                                                                                                                                                                                               |
| <b>June 30 (Monday)</b>                                                                                                                             |                                                             |                                                                                                                                                                                                               |
| Sections <b>“Computational methods and computer technologies. The method of hypersingular integral equations and its application (DSM-method).”</b> |                                                             |                                                                                                                                                                                                               |
| D. Cherniy (Section Head, Ukraine)                                                                                                                  |                                                             |                                                                                                                                                                                                               |
| 10 <sup>00</sup><br>-10 <sup>20</sup>                                                                                                               | <i>О. Ф. КАШПУР,<br/>Б. О. БОЙЧЕНКО</i>                     | ДИФЕРЕНЦІАЛІ ТА ЇХ ОБЧИСЛЕННЯ                                                                                                                                                                                 |
| 10 <sup>20</sup><br>-10 <sup>40</sup>                                                                                                               | <i>В. Т. ГРІНЧЕНКО,<br/>В. Т. МАЦИПУРА</i>                  | ДИСКРЕТНО-АНАЛІТИЧНИЙ МЕТОД РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ                                                                                                                                             |
| 10 <sup>40</sup><br>-11 <sup>00</sup>                                                                                                               | <i>31 L. SCHEK, E. N. VILCHEVSKAYA, W. H. MÜLLER</i>        | COMPUTATIONAL ANALYSIS OF THE DEFORMATION BEHAVIOR OF 4D-PRINTED LIQUID CRYSTAL ELASTOMERS UNDER CHANGE OF TEMPERATURE                                                                                        |
| 11 <sup>00</sup><br>11 <sup>20</sup>                                                                                                                | <i>.VASILE NEAGU</i>                                        | SOLVING SOME COMPLETE SINGULAR INTEGRAL EQUATIONS BY INTEGRAL TRANSFORMATIONS AND ANALYTIC EXTENSIONS                                                                                                         |
| 11 <sup>20</sup><br>-11 <sup>40</sup>                                                                                                               | <i>С. О. ДОВГИЙ,<br/>Г. Г. БУЛАНЧУК,<br/>О. М. БУЛАНЧУК</i> | GPU-РЕАЛІЗАЦІЯ РОЗРАХУНКУ ПРАВОЇ ЧАСТИНИ СЛАР У МЕТОДІ ДИСКРЕТНИХ ВИХРОВИХ РАМОК ДЛЯ ЗАДАЧ ОБТІКАННЯ ТОНКИХ ПЛАСТИН                                                                                           |
| 11 <sup>40</sup><br>-12 <sup>00</sup>                                                                                                               | <i>O. G. NIKOLAEV,<br/>A. S. KRAINICHENKO</i>               | STRICT JUSTIFICATION OF THE FOURIER METHOD IN BOUNDARY-VALUE PROBLEMS OF THE THEORY OF ELASTICITY FOR A SYMMETRICALLY LOADED TRANSVERSALLY ISOTROPIC OBLATE SPHEROID AND ITS APPLICATION TO A HOLLOW SPHEROID |
| 12 <sup>00</sup><br>-12 <sup>20</sup>                                                                                                               | <i>O. G. NIKOLAEV,<br/>M. V. SKITSKA</i>                    | CLASSICAL PROBLEM ABOUT AN ELASTIC SPHERE WITH A SPHERICAL INCLUSION                                                                                                                                          |
| 12 <sup>20</sup><br>-12 <sup>40</sup>                                                                                                               | <i>В. В. КУЗЬ,<br/>А. В. ШАТИРКО</i>                        | АВТОМАТИЧНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ МУЗИЧНИХ ІНСТРУМЕНТІВ                                                                                                                                                               |

|                                       |                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|---------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 12 <sup>40</sup><br>-13 <sup>00</sup> | <i>О. П. НЕЧУЙВИТЕР,<br/>В. В. ІВАНОВ,<br/>А. С. ШИЦАР,<br/>О. Р. ГИЩАК,<br/>А. В. ЗАБОРНИЙ</i> | ЕФЕКТИВНЕ ЧИСЕЛЬНЕ ІНТЕГРУВАННЯ<br>ДВОВИМІРНИХ ШВИДКООСЦИЛЬОВАНИХ<br>ФУНКЦІЙ ЗАГАЛЬНОГО ВИДУ                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 13 <sup>00</sup><br>-15 <sup>00</sup> | <b><i>КРУГЛИЙ СТІЛ</i></b>                                                                      | <b>Тематика для обговорення</b><br>1) «Математичне та комп'ютерне<br>моделювання в освіті, науці, для медичних<br>досліджень»<br>2) Огляд проблем комп'ютерного моделювання,<br>порушених на симпозіумі MCOS-DSMMPH-2025.<br>3) Особливості освітніх програм в Україні у<br>військовій час.<br>4) Обговорення спільних наукових та освітніх<br>проектів.<br><b>Закриття симпозіуму та семінарів</b> |

# **Abstracts**

## **of XXII International Symposium MCOS-DSMMPH-2025**

---

***V. KULIAN, M. KOROBOVA, O. YUNKOVA, G. DOLENKO***

### **EFFECTIVE DIVERSIFICATION AND STOCK PORTFOLIO DYNAMICS UNDER CONSTRAINTS**

This scientific study considers the mathematical problem of optimal diversification of a portfolio of shares in the presence of market constraints. Mathematical formulation of the constructing trajectory problem of one share the market value is given in the class of ordinary first-order differential equations. The procedure for constructing a general solution of such an equation is given. Of particular practical importance is the mathematical problem of constructing an optimal portfolio structure in the presence of quantitative and qualitative market constraints. Such constraints arise at every moment of portfolio diversification and their consideration significantly complicates the problem. The procedure for building a dynamic model of the formation of the market value of one share is based on the application of the market model of W. Sharpe and the fundamental theory by H. Markowitz. The principles of H. Markowitz theory make it possible to determine the optimal values of the portfolio's expected profitability and riskiness when applying the procedure for building an optimal portfolio of risky securities. The application of optimal management theory methods in the optimization of the stock portfolio involves an iterative procedure for determining the optimal structure. The work also considers an important applied problem of applying the theory of H. Markowitz to solve the problem of optimal diversification of a portfolio of risky investments in the presence of restrictions that are formed by the stock market at each moment of time. The presence of market restrictions significantly affects the decision-making procedure regarding optimal portfolio diversification. This scientific study presents an algorithm for optimal diversification of a portfolio of risky securities in the presence of market restrictions.

***VASILE NEAGU***

### **SOLVING SOME COMPLETE SINGULAR INTEGRAL EQUATIONS BY INTEGRAL TRANSFORMATIONS AND ANALYTIC EXTENSIONS**

In this paper, the solution of some integral singular equations is presented. The coefficients of the equations (external and internal) possess pointwise weak singularities on the integration interval, and furthermore, the extension of these coefficients over the entire complex plane represents multiform functions. To obtain certain analytical branches, cuts are made in the complex plane, so that at the edges of the cuts, the extracted branches acquire different values. Certain integral (equivalent) transformations are carried out on the operator defined by the given equation, which after a series of mathematical reasonings and calculations, the given equation is reduced to a characteristic singular integral equation, studied in the monographs of academicians N. Muskhvelishvili and F. Gahov. The solutions obtained are in strict coordination with the results presented in the mentioned monographs.

***O. G. NIKOLAEV, A. S. KRAINICHENKO***

### **STRICT JUSTIFICATION OF THE FOURIER METHOD IN BOUNDARY-VALUE PROBLEMS OF THE THEORY OF ELASTICITY FOR A SYMMETRICALLY**

## **LOADED TRANSVERSALLY ISOTROPIC OBLATE SPHEROID AND ITS APPLICATION TO A HOLLOW SPHEROID**

For the first time, an exact, well-founded solution by the Fourier method of the second axisymmetric boundary value problems of the theory of elasticity in the general formulation for a transversely isotropic oblate spheroid and a space with a spheroidal cavity has been obtained. The fundamental problem of the justification was the problem of estimating from below the modules of the determinants of the resolving systems for the internal and external problems. The indicated estimates were obtained in this work. The complexity of estimating determinants is due to the fact that they depend on nine parameters that are functionally related to each other, and in addition, two of them are included in the arguments of Legendre functions of the first and second kind. The estimates made it possible to formulate and prove theorems about the solvability conditions of the considered boundary value problems in certain classes of functions. The obtained results are applied to the solution of the second boundary value problem for a transversely isotropic oblate spheroid with a spheroidal cavity, the centers and directions of the axes of which coincide. An arbitrary symmetric balanced load is given on the surfaces of the spheroid, which satisfies a certain condition for the convergence of the series of limit functions developed in terms of Legendre functions. A feature of this problem for a transversely isotropic body is the impossibility of describing spheroidal surfaces with any geometry by a single pair of spheroidal coordinate systems. This means that such a problem can only be solved using the generalized Fourier method. Its application made it possible to reduce the original problem to an infinite system of linear algebraic equations. Thanks to the obtained estimates of the determinants of simply connected problems, the Fredholm property of the system operator in a certain Hilbert space has been proven. The numerical results in the considered problem are obtained in the case of a oblate spheroid with a circular crack. It is assumed that the surface of the spheroid is free of forces, and a constant normal load is applied to the crack. Graphs of normal stresses in the crack plane outside its boundary, as well as the values of stress intensity factor at its boundary, are presented. A parametric analysis of stresses and SIF depending on the geometric parameters of the problem was performed. The practical convergence of the reduction method when solving an infinite system was investigated.

***O. G. NIKOLAEV, M. V. SKITSKA***

## **CLASSICAL PROBLEM ABOUT AN ELASTIC SPHERE WITH A SPHERICAL INCLUSION**

For the first time, an exact analytically justified solution of the second axisymmetric boundary value problem of the theory of elasticity in the general formulation for a sphere with a concentric spherical inclusion has been obtained using the conventional Fourier method. In the scientific works of the classics of natural science of the 19th and 20th centuries, M. G. Lamé, W. Thomson, C. Somigliana, V. Cerruti, B. G. Galerkin, G. Fichera, A. I. Lurie, E. Stenberg, and A. F. Ulitko, elastic problems for a solid sphere, space with a spherical cavity, and a sphere with a concentric spherical cavity were solved in various formulations. But even these problems were not strictly justified. The problem considered in this report is much more complex, since it is associated with the conjugation of displacement and stress fields at the inclusion boundary. That's probably why it wasn't considered before. The justification for solving such a problem and establishing its solvability class using the usual Fourier method is based on the analysis of a solvable algebraic system of the sixth order with coefficients that depend on five independent continuous parameters and one discrete one. The general solution of the problem is given in the form of series in terms of axisymmetric vector basis solutions of the Lamé equation for a sphere, constructed by the authors in one of the previous articles. After transitioning to stresses and satisfying the boundary conditions, a resolving system of the above form is obtained. When analyzing the system, a lower estimate of the modulus of its determinant was first found, from which follows not only the unique solvability of the system, but also estimates of the solutions of the system itself. In estimating the determinant, a

new classical inequality was proven for one continuous and one discrete parameter, previously unknown to the authors. The next step was to prove a theorem about the conditions that must be imposed on the vector of the external load applied to the surface of the sphere, which ensure the existence of a solution to the problem in a certain class of functions. In the numerical implementation of the solution to the problem, two types of loads on the outer surface of the sphere were considered, which satisfy the equilibrium condition. A computer experiment was conducted with three types of materials for a ball and an inclusion: steel, brass and aluminum. Graphs of normal and tangential stresses on the surface of the inclusion were obtained, and their parametric analysis was performed depending on the geometric and mechanical parameters. The practical convergence of the method was investigated.

***VITALII OVERKO***

### **THE INFLUENCE OF THE TORSION MOTION OF LEFT VENTRICLE (LV) ON FEATURES OF BLOOD FLOW.**

The torsional motion (or twisting) of the left ventricle plays a crucial role in the ejection and filling of the left ventricle. During the cardiac cycle, systolic twisting and early diastolic untwisting of the left ventricle (LV) occurs around its long axis due to oppositely directed apical and basal rotations. From the apex of the LV, the systolic apical rotation occurs counterclockwise, while the basal rotation occurs clockwise. The size and characteristics of this torsional deformation have been described in various clinical and experimental studies, and it is well established that LV rotation is sensitive to changes in both regional and global LV function. Therefore, the assessment of LV rotation represents an interesting approach for the quantitative evaluation of LV function.

Understanding blood flow patterns in the heart has numerous applications in hemodynamic analysis and clinical assessment of heart function. This study presents numerical simulations of blood flow in an idealized model of the left ventricle (LV) and the aortic sinus. The movement of the walls of the LV and aortic sinus was obtained from the analysis of kinematic images from MRI and used as constraints for the numerical computational fluid dynamics (CFD) model based on the moving boundary approach. The simulation results include detailed flow characteristics such as velocity, pressure, and wall shear stress for the entire volume.

Additionally, to model the behavior of fluid flow within the human left ventricle, it is essential to consider the influence of non-Newtonian behavior of blood on numerical predictions throughout the entire cardiac cycle. Experimental studies indicate that blood significantly exhibits behavior associated with non-Newtonian properties in diseases such as myocardial infarction, cerebrovascular diseases, and hypertension; thus, the rheology of blood should be incorporated into numerical modeling of cardiovascular systems. Furthermore, due to recent advancements in CFD modeling, it has become easier to implement complex non-Newtonian assumptions into the Navier-Stokes equations.

This article analyzes the impact of the torsional motion of the walls of the human left ventricle on the characteristics of blood circulation in the LV chamber and the initial section of the aorta. Non-Newtonian effects were considered using the Carreau-Yasuda model. This model describes blood as a non-Newtonian fluid with finite Newtonian states corresponding to a constant viscosity value. It is important to note that this model representation aligns well with experimental data.

***V. A. VOSKOBONICK, O. A. VOSKOBONIK, A. V. VOSKOBONIK,  
A. G. KHARCHENKO, D. V. TRUDENKO***

### **FEATURES OF WAVE TRANSFORMATION BY A PERMEABLE BREAKWATER**

The influence of the permeability of a breakwater on the wave transformation is studied. It is assumed that the vertical breakwater, in contrast to an absolutely rigid one, is characterized by a

finite permeability and can absorb the energy of incoming incident waves. In this regard, the propagation of surface gravity waves in a rectangular coordinate system is investigated. Traditional realized examples of wave energy selection and their mathematical analysis are given. From the law of conservation of energy upon reflection from vertical walls follows the dependence for the reflection coefficient as a function of the transmission coefficient. The results of experimental studies of the propagation of surface gravity waves and their interaction with absorbing walls are presented. The dependences of the coefficients of reflection and transmission of the wave, as well as the coefficients of dissipation of wave energy depending on the permeability of the vertical wall, the depth of the flow, and the length of the incident wave are obtained. The integral and spectral characteristics of the wave field and pressure fluctuations on the streamlined surface of a permeable breakwater are presented.

***V. A. VOSKOBONICK, A. M. ONYSHCHENKO, O. A. VOSKOBONIK,  
A. V. VOSKOBONIK, D. V. TRUDENKO***

### **INTERACTION OF SURFACE GRAVITY WAVES WITH PERFORATED SCREEN**

The paper examines the interaction of surface gravity waves with cylindrical marine structures within the framework of a finite depth fluid model. The problem is considered in a potential formulation. The impact of a perforated screen as a protective element around a cylindrical structure on reducing force loads on it and changing the deflection of the free surface of the water was investigated. The dependence of wave diffraction on screen perforation and its position relative to the cylinder was established. Wave diffraction research methods and their application to solving problems are discussed. Analytical solutions were built and calculations were made on this basis, which allow investigating the influence of the geometric proportions of the structure on the lateral force, in order to establish the minimum and maximum wave loads. The dependence of the total scattering power and the scattering diagram on the physical and geometric parameters of the model was established. It is shown that the perforated screen has the properties of a wave absorber, that is, it can be used as a protective element.

**L. SCHEK, E. N. VILCHEVSKAYA, W. H. MÜLLER**

### **COMPUTATIONAL ANALYSIS OF THE DEFORMATION BEHAVIOR OF 4D-PRINTED LIQUID CRYSTAL ELASTOMERS UNDER CHANGE OF TEMPERATURE**

This paper focuses on an FE simulation of Liquid Crystal Elastomers (LCE). For this purpose, a new method is proposed based on the combination of nonlinear deformation analysis based on a St. Venant-Kirchhoff law, i.e., a physically linear but geometrically nonlinear stress-strain relationship. The deformation gradient is decomposed multiplicatively into elastic, (classical) thermal, and phase transformation parts. For the transformation part a novel representation is chosen based on an orientation parameter within a distribution function for the mesogens. This parameter can be linked to temperature. The stiffness tensor in the St. Venant-Kirchhoff law as well as the tensor of thermal expansion (for the thermal part of the deformation gradient) are obtained from Mori-Tanaka homogenization schemes. It is shown that classical thermal expansion with positive expansion coefficients and realistic values does not contribute much to the total large deformations. The mayor contribution comes from phase transformation. It is, therefore, misleading to model the deformation of LCEs during temperature change by classical thermal expansion, although exactly this is done in the literature by a trick—namely, using negative anisotropic thermal expansion coefficients. Keywords: 4D printing, liquid crystal elastomer, FE simulation, Mori-Tanaka scheme, distribution function, shape function.

**Д.М.АЙТУГАНОВ, П.М.ОВСЯНКО, Д.І.ЧЕРНІЙ**

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ КЕРОВАНOSTІ ГІДРОДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ З ІНЖЕКТОРАМИ**

Гідродинамічні платформи-носії, рух яких викликається системою елементів з ежекцією викликають зростаючий інтерес завдяки своїй універсальності та здатності діяти в умовах обмеженого простору. Перспективним напрямку розвитку динамічних систем такого типу є застосування комплексу компонувальних рішень для забезпечення необхідних гідродинамічних характеристик та характеристик керованості платформи-носія у цілому.

У доповіді основна увага приділяється створенню ефективної гідродинамічної компоновки платформи-носія, аналізу тягових характеристик з системою інжекторів та дослідженню можливостей використання рушіїв-інжекторів та спеціальних вихороутворюючих елементів для підвищення ефективності керування платформою-носієм у динамічних режимах. У статті представлено математичну модель для заданої гідродинамічної компоновки платформи-носія з системою інжекторів на основі інтегральних представлень з сингулярними та гіперсингулярними ядрами та системою дискретних особливостей, обґрунтовано підходи до аналізу стійкості та керованості платформи-носія та проведено чисельне моделювання. Представлена модель і результати моделювання можуть бути використані для розробки гідродинамічних керованих систем широкого спектру застосування.

**С. В. БАРАНОВСЬКИЙ, А. Я. БОМБА**

## **ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ПРИ ПРОГНОЗУВАННІ ДИНАМІКИ ВІРУСНОЇ ІНФЕКЦІЇ З УРАХУВАННЯМ ДИФУЗІЙНО-КОНВЕКЦІЙНОЇ МІГРАЦІЇ ДІЮЧИХ ЧИННИКІВ ДЕКІЛЬКОМА ШЛЯХАМИ В УМОВАХ ІМУНОТЕРАПІЇ**

Виходячи з проблеми виокремлення різних умов розповсюдження антигенів, антитіл та лікарських речовин в міжклітинному просторі і лімфатичній системі при прогнозуванні динаміки вірусної інфекції здійснено модифікацію математичної моделі інфекційного захворювання для урахування впливу різних шляхів міграції діючих чинників в середовищі організму. Розв'язок модельної сингулярно збуреної задачі із запізненням отримано на основі адаптованої обчислювальної технології, яка забезпечує поетапне чисельно-асимптотичне наближення спеціальним чином побудованої послідовності задач без запізнення як збурення розв'язків відповідних вироджених задач. Представлені результати комп'ютерного моделювання ілюструють прогностичний внесок декількох шляхів міграції діючих чинників у процес розвитку інфекційного захворювання. Зазначено, що на ефективність дії імунологічних препаратів, окрім іншого, матимуть вплив ще й умови, що визначаються шляхом міграції донорських антитіл в середовищі організму, що необхідно враховувати в системах прийняття рішень щодо формування відповідних раціональних програм лікування хвороби.

**О. М. БАШНЯКОВ, В. Т. МАТВІЄНКО, В. В. ПІЧКУР**

## **ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ПУЧКА ТРАЄКТОРІЙ З НЕГЛАДКИМ КРИТЕРІЄМ ЯКОСТІ**

Проблематика аналізу систем за умов детермінованої невизначеності на початковий стан системи пов'язана з задачами практичної стійкості і оптимізації пучків траєкторій. Для задач параметричної оптимізації систем один з основних підходів полягає у формулюванні

постановок з критеріями у формі максимуму за початковими умовами від функціоналу, який аналізується на розв'язках системи. Це, в свою чергу, спонукає до застосування методів негладкої оптимізації з врахуванням наявності параметричної системи і розробки обчислювальних методів, які є характерними для такої галузі. При цьому застосовується апарат узагальнених похідних і узагальнених диференціалів, обчислювальні методи є модифікаціями ітераційних процедур типу субградієнтного спуску в різних модифікаціях. Слід зазначити, що такого в таких задачах тільки в окремих випадках можна застосовувати алгоритми, характерні для опуклих випадків.

У роботі розглядається задача з критерієм якості типу максимуму за початковими умовами від термінального функціоналу. Автори обґрунтовують теорему про структуру похідної за напрямком, а також необхідні умови екстремуму. На основі теоретичних результатів в роботі побудовано метод найшвидшого спуску. Для випадку лінійної системи з квадратичним критерієм якості застосовується метод координатного спуску і метод еліпсоїдів. Проведений обчислювальний експеримент та представлені результати обчислень. Слід зауважити, що застосування теоретичних результатів, які наводяться в роботі і пов'язані з методами негладкої оптимізації, ускладнюється при здійсненні практичних обчислень через комплексність постановок і тому значну кількість обчислень на кожній ітерації, швидкість збіжності таких методів є доволі помірною. Тому важливо, з одного боку, розробляти чисельні методи, які можна було б реалізувати. Для цього доцільно застосовувати методи якісного аналізу, зокрема методи практичної стійкості, для оцінки множини розкиду початкових умов в класі еліпсоїдів, а також методичку структурно-параметричної оптимізації систем. З іншого боку, необхідно оцінити якісні характеристики такі, як початкове наближення, величину кроку, апроксимативні властивості тощо.

***АНДРІЙ БОМБА, СЕРГІЙ КАШТАН, ОЛЕКСА КУШНІР***

### **ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ КВАЗІКОНФОРМНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ ПРОГНОЗУВАННЯ ГЛОБАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ РУХУ ПОВЕРХНЕВИХ ТА ПІДЗЕМНИХ ВОД**

Дослідження присвячено розробці і аналізу математичних моделей та розвитку числових методів квазіконформних відображень, для опису і прогнозування динаміки водних систем на глобальному рівні, що включає процес формування ідеальної течії в залежності від заданих значень керуючого потенціалу. Зокрема, отримано комплексний потенціал та характеристичну функцію течії, наводяться приклади побудови динамічних сіток, ліній розділу течії, поля швидкості, формування різних перетоків. При цьому виділено типи так званих ключових задач стосовно знаходження таких значень керуючого потенціалу, які забезпечують оптимізацію конкретних функціоналів.

Застосування методів та підходів комплексного аналізу дозволяє детально дослідити вплив різних параметрів керуючого потенціалу на форму і характеристики течій. Розроблені моделі дозволяють отримати результати із хорошою точністю та створюють нові інструменти для аналізу та управління водними екосистемами. Майбутні дослідження можуть бути зосереджені на розширенні цих моделей на випадки врахування в'язкості і тертя, а також на застосування розроблених підходів для моделювання та прогнозування впливу кліматичних змін і антропогенних факторів на водні ресурси.

***В. А. ВАНІН, Г. І. КОШОВИЙ***

### **МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗСПІЮВАННЯ Е-ПОЛЯРИЗОВАНОЇ ХВИЛІ ДВОМА ПРОВІДНИМИ СТРІЧКАМИ З ІМПЕДАНСОМ.**

Проведено детальне дослідження задачі розсіювання Е-поляризованої хвилі компланарною системою з двох провідних стрічок з імпедансом. Основна увага приділена кільком важливим методам її розв'язку, як аналітичним, так і прямим чисельним. Спершу до даної задачі розсіювання застосовано класичний метод інтегрального рівняння щоб знайти загальну математичну модель у вигляді системи особливих інтегральних рівнянь першого роду. Далі до загальної коректної математичної моделі розсіювання провідними стрічками з імпедансом застосовано асимптотичний метод Релея. Як результат отримаємо розв'язок задачі розсіювання у явному аналітичному вигляді, що суттєво звужує частотний діапазон. Щоб отримати розв'язок задачі розсіювання у всьому діапазоні частот застосуємо два відомих та добре обґрунтованих прямих чисельних методів. Це різновиди методу механічних квадратур з цільовим вибором точок інтегрування та колокацій. Досліджується вплив довжини хвилі та кута її падіння на розподіл параметру струму в структурі із двох стрічок.

***П. О. ВАСІН, С. О. ДОВГИЙ, О. Г. ЛЕБІДЬ, Д. І. ЧЕРНІЙ***

### **МОДЕЛЮВАННЯ ОБТІКАННЯ СИСТЕМИ КЕРОВАНИХ КРИЛ (ПРОФІЛІВ) У ПОТОЦІ ІДЕАЛЬНОЇ НЕСТИСЛИВОЇ РІДИНИ**

Стаття присвячена моделюванню обтікання системи керованих крил в ідеальній нестисливій рідині. Актуальність дослідження зумовлена необхідністю розв'язання проблем флатера та створення коливальних рухів, особливо в умовах, що виходять за межі лінеаризованої теорії. Розроблено математичну модель циркуляційної течії навколо рухомих меж, що враховує формування вихорового сліду. Для чисельного розв'язку застосовано метод дискретних особливостей.

Розроблено модель нестационарно-відривного обтікання системи  $M$  тонких профілів зі скругленою передньою кромкою при його нестационарному обтіканні динамічно змінним потоком. Розроблено нелінійну модель нестационарної циркуляційної течії в області довкола ротора з вертикальною віссю та керованими лопатями, яка враховує динамічну зміну зв'язності області течії. Удосконалено чисельно-аналітичну модель обчислення поля тиску в області змінної зв'язності, що дозволяє визначати як миттєві розподілені аерогідродинамічні характеристики на кожному крилі, так і усереднені інтегральні АГДХ системи крил в цілому. Запропоновано математичну модель управління рухом крил, яка суттєво покращує енергоефективність ротора з вертикальною віссю та істотно розширює діапазон швидкостей потоку для його експлуатації. Виявлено кількісні та якісні закономірності формування та еволюції сліду за системою з керованим рухом крил, визначено умови виникнення когерентних вихрових структур. Зроблено порівняння результатів обчислювального експерименту з результатами натурного моделювання підтверджує вплив закону керування на динамічні характеристики руху із системи рухомих крил.

***Г. О. ВОРОПАЄВ, О. О. БАСКОВА***

### **ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ЧАСТКОВОГО ГОФРУВАННЯ НА РОЗВИТОК ВИХРОВИХ УТВОРЕНЬ В ТРУБІ ПРИ ПЕРЕХІДНИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА**

На даний час існує велика кількість досліджень, присвячена оцінці різних видів структурування поверхні з метою отримання найменшого гідравлічного опору та/або найбільшого теплообміну. Зазвичай дослідження проводяться в певних діапазонах фізичних та геометричних параметрів шляхом перебору їх різних поєднань. Це доволі трудомісткий шлях, який займає багато часу та ресурсів. В даній роботі робиться спроба за вихідну точку обрати власні параметри потоку. Саме спираючись на форму та параметри власних збурень в потоці пропонується форма і геометричні характеристики розвинення поверхні. Часткове структурування обтічної поверхні дозволяє нав'язати лише певні зміни у природньому

процесі розвитку збурень повністю його не змінюючи. Дослідження присвячено вивченню характеристик течії в гладкій трубі та трубі із гофрованими вставками. Комп'ютерне моделювання проводиться при перехідному числі Рейнольдса і за умов неізотермічності течії. Виконується пряме чисельне моделювання без застосування моделей турбулентності. На першому етапі проведено дослідження течії в гладкій трубі. Основу увагу приділено аналізу зародження та розвитку вихрових утворень, явищу втрати стійкості в потоці. Проаналізовано довжини хвиль збурень, амплітуди, відстань, на якій зароджуються та існують структуровані вихрові утворення згідно характерних етапів розвитку збурень. На другому етапі дослідження проведено порівняння із трубами з різними гофрованими вставками. Виявлено вплив довжини хвилі гофрування. Так, короткохвильове, у порівнянні із локальною довжиною хвиль власних збурень, гофрування може виступати як турбулізатор. В той же час, залежно від місця розташування, довгохвильове гофрування може оказувати регуляризуючу дію і, навіть, затягнути процес переходу. Також проаналізовано доцільність розташування двох гофрованих вставок заданої геометрії.

***Г. О. ВОРОПАЄВ, С. О. КОВАЛЬ***

### **ФОРМУВАННЯ ВЕНТИЛЬОВАНОЇ КАВЕРНИ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМУ РЕЖИМІ ОБТІКАННЯ ДИСКОВОГО КАВІТАТОРА**

У роботі розглядається чисельне моделювання вимушеної кавітації для кавітатора в потоці рідини. Моделювання виконано у програмному середовищі OpenFOAM 12 із використанням чисельної моделі incompressibleVoF та методу об'ємної рідини (Volume of Fluid, VOF). Метод VOF забезпечує відслідковування поверхні розділу фаз (вода - газ) під час утворення порожнини. Розглядається нестисливий двофазний потік (вода-повітря) без врахування сили тяжіння, що дозволило сформулювати задачу у вісі-симетричній постановці, що в свою чергу зменшує обчислювальні витрати і спрощує аналіз течії. Розрахунок виконувався у нестационарному режимі до досягнення квазі-стационарного стану течії. Аналіз полів тиску і концентрації показав, що при формуванні порожнини значна частина поверхні тіла виявляється ізольованою від рідини. Це зменшує тиск на відповідній ділянці в порівнянні з тиском на відповідній ділянці без порожнини та, як наслідок, знижує гідродинамічний опір і пов'язані з ним втрати. Показано, що утворення вентильованої порожнини навколо тіла під час його руху у воді може значно зменшити опір. Отримані результати є важливими для подальшого аналізу впливу штучно створених порожнин на опір та відкривають можливості для оптимізації систем вентиляції з метою мінімізації енергетичних витрат. Таким чином, підтверджено доцільність застосування повітряних порожнин як ефективного засобу зменшення гідродинамічного опору для рухомих тіл у рідині, зокрема підводних апаратів.

***О. В. ВОРОПАЙ, П. А. ЄГОРОВ, С. І. ПОВАЛЯЄВ, А. С. ШАРАПАТА***

### **ІДЕНТИФІКАЦІЯ МОМЕНТІВ ТЕРТЯ В ШАРНІРНИХ ОПОРАХ БАЛКИ ТИМОШЕНКА ПРИ НЕСТАЦІОНАРНОМУ НАВАНТАЖЕННІ**

Елементи конструкцій із шарнірним обпиранням широко використовують як у техніці, так і в установках для дослідження деформування різних елементів конструкцій. Врахування тертя в шарнірних опорах необхідне для моделювання реальних умов. Також можна використовувати тертя в шарнірах для демпфування коливань. Метою цієї роботи є розробка методу ідентифікації моментів тертя в шарнірних опорах балки Тимошенка під час її нестационарного навантаження. Розглядалась схема навантаження балки за симетричного розташування опор відносно точки прикладання нестационарної зосередженої сили. Ідентифікацію проводили за прогином певної точки балки як функції часу. Для моделювання коливань балки було використано систему диференціальних рівнянь для балки Тимошенка.

Розв'язання цієї системи отримано з використанням розкладання невідомих функцій у ряди Фур'є і перетворення Лапласа. Під час розв'язання оберненої задачі з ідентифікації моментів тертя в шарнірних опорах використовувався метод регуляризації Тихонова. У результаті дослідження розроблено метод ідентифікації моментів тертя в шарнірних опорах для балки Тимошенко. Було проведено числовий експеримент. Як вихідні дані було взято прогин у деякій точці балки (як функцію часу), який було отримано під час розв'язання прямої задачі. Проведено дослідження впливу неточності завдання вихідних даних на стійкість і точність ідентифікації. Результати розрахунків показали, що розроблений метод ідентифікації, який базується на використанні методу регуляризації Тихонова, дає змогу ефективно отримати стійкий розв'язок відповідної оберненої задачі навіть без попереднього доопрацювання вихідних даних. Розроблений метод ідентифікації моментів тертя в шарнірних опорах може мати подальший розвиток для більш складних схем навантаження балок, а також для інших видів елементів конструкцій.

***І. М. ГОРБАНЬ, В. Г. БАСОВСЬКИЙ***

### **ГЕНЕРАЦІЯ АКУСТИЧНОГО ПОЛЯ ПОТОКОМ РІДИНИ НАД ДВОВИМІРНИМИ ЦИЛІНДРИЧНИМИ КАНАВКАМИ РІЗНОЇ ГЛИБИНИ**

Досліджуються гідродинамічне і акустичне поля, які генеруються течією в'язкої рідини навколо стінки з вирізаною у ній поперечною циліндричною канавкою. Актуальність цієї проблеми зумовлена широким використанням подібних нерівностей поверхні в технічних пристроях. Задача розв'язується чисельно в припущенні малих чисел Маха з використанням гібридного методу, який поєднує незалежну оцінку близького гідродинамічного поля з акустичною аналогією Лайтхілла. Для моделювання в'язкої нестисливої течії в пристінному потоці з циліндричною канавкою використовується вихрова числова схема; звук, який генерується канавкою в дальньому полі оцінюється за допомогою рівняння Фокс Вільямса-Хоукінгса в частотній області. Циліндрична канавка характеризується кутовим розміром  $\alpha$ , який прямо пропорційно пов'язаний з її глибиною. Розглядаються канавки з  $\alpha = 40^\circ$ ,  $60^\circ$  і  $90^\circ$ , які за прийнятою класифікацією є мілкими. Примежовий шар на стінці перед канавкою покладається ламінарним, а його товщина є набагато меншою за глибину нерівності. Течія характеризується числом Рейнольдса  $Re = 2 \cdot 10^4$ , що обчислюється за швидкістю незбуреної течії і хордою канавки. Отримано, що над нерівністю встановлюється режим зсувного шару. Він характеризується автоколиваннями потоку всередині канавки, викликаними взаємодією вихрових структур, що утворилися в зсувному шарі, з кормовою крайкою канавки. При цьому, чим глибшою є канавка, тим стійкішим буде зсувний шар, який знаходиться між вільною течією і рециркуляційною зоною. Зі збільшенням глибини канавки зменшуються як частота автоколивань, так і середній коефіцієнт опору. Конвективна швидкість вихрових структур у зсувному шарі не залежить від кутового розміру канавки й дорівнює приблизно 0.42 від швидкості незбуреного потоку. Коливання потоку випромінюють у далекому акустичному полі диполь з нерівномірними пелюстками, коли інтенсивність звуку у зворотному напрямку вища, ніж у прямому. Зі збільшенням кутового розміру канавки амплітуда звукових коливань в далекому полі зростає для всіх напрямків.

***Н. С. ГОРОДЕЦЬКА, В. Н. ОЛІЙНИК, І. В. СТАРОВОЙТ***

### **ГЕНЕРАЦІЯ АНТИСИМЕТРИЧНИХ ХВИЛЬ В ПРУЖНОМУ ХВИЛЕВОДІ РІЗНИМИ ВИДАМИ НАВАНТАЖЕННЯ**

Стаття присвячена аналізу ефективності збудження хвильового поля при вимушених коливаннях пружного напівшару з вільними бічними поверхнями при різних видах навантаження. Розглядалися антисиметричні коливання. Розв'язок поставленої граничної

задачі було побудовано методом однорідних розв'язки. Відповідно до цього методу, хвильове поле представляється рядом по системі нормальних хвиль (з дійсними, чисто уявними і комплексними хвильовими числами), кожна з яких задовольняє граничним умовам на бічних поверхнях. При виконанні обчислень враховувались всі нормальні хвилі з дійсними, чисто уявними і до 20 пар з комплексними хвильовими числами. Критерієм якості отриманого розв'язку був контроль точності виконання граничних умов на торці напівшару. Основна увага в роботі була зосереджена на оцінці ефективності збудження хвильового поля в напівшарі при різних видах навантаження на його торці та на розподілі між біжучими хвилями різних порядків в залежності від частоти. В роботі було встановлено, що навіть в частотному діапазоні, в якому поширюється тільки одна біжуча хвиля, енергія, яка «закачується» в напівшар, залежить від частоти. Така залежність обумовлена дисперсійним характером нормальних хвиль в шарі. При фіксованій амплітуді навантаження, за рахунок зміни розподілу переміщення точок по торцю напівшару, із зміною частоти погіршується ступінь узгодженості типу навантаження і форми коливань. При збільшенні частоти, коли в хвильовому полі з'являються біжучі хвилі вищих порядків, хвильове поле стає ще складнішим. В роботі показано, що існують частотні діапазони, в яких тільки одна біжуча хвиля переносить основну частину енергії, яка надходить в напівшар. Розглядалися вимушені коливання при навантаженні згинальним моментом і перерізальною силою. Показано, що ефективність збудження хвильового поля суттєво залежить від виду навантаження. Зокрема, встановлено, що сприйнятливість напівшару в області низьких частот при навантаженні перерізальною силою значно вище, ніж при навантаженні згинальним моментом.

***В. Т. ГРІНЧЕНКО, В. Т. МАЦИПУРА***

## **ДИСКРЕТНО-АНАЛІТИЧНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ**

Обговорюються можливості специфічного підходу до розв'язання задач математичної фізики, які описуються лінійними диференціальними рівняннями. Для такого типу рівнянь накопичено значний об'єм розв'язків конкретних задач для так званих канонічних областей. Загальною характерною особливістю таких областей є те, що їх границя є координатною поверхнею в декартових, циліндричних, сферичних координатах. Саме в таких координатних системах для лінійних рівнянь накопичено значний досвід в побудові частинних розв'язків. Стаття присвячена дослідженню можливостей використання таких відомих частинних розв'язків при вирішенні задач пошуку кількісних характеристик фізичних полів в областях довільної форми. Аналіз наявних аналітичних розв'язків для канонічних областей дозволяє сформулювати нове поняття загального розв'язку граничної задачі для певного класу уже неканонічних областей. Специфічною рисою таких областей є те, що їх граничні поверхні формуються як частини координатних поверхонь в указаних координатних системах. При цьому принципово важливим є та обставина, що для лінійних рівнянь є справедливим принцип суперпозиції, коли будь яка сума частинних розв'язків є також розв'язком граничної задачі. Дослідження загальних розв'язків граничних задач для неканонічних областей вказує на можливості побудови таких розв'язків різної форми для кожної конкретної задачі. Використання таких загальних розв'язків відкриває певні можливості для зменшення об'ємів обчислювальних процедур при виконанні обчислень у випадку задач для загальних неканонічних областей. При цьому використовується ідея поділу заданої області на частинні складові. В одній із них, для представлення поля використовується аналітичний загальний розв'язок, а в решті областей використовуються традиційні підходи до дискретизації, наприклад, метод скінченних елементів. Приведено твердження про можливості використання різних форм загального розв'язку та представлені конкретні приклади обчислень. Обговорюється питання про різні алгоритми для обчислювальних процедур при виконанні граничних умов і умов спряження на додаткових поверхнях.

***К. І. ДЕНИСОВ, В. В. ПІЧКУР***

## **АНАЛІЗ СТІЙКОСТІ РОЗВ'ЯЗКІВ ЛІНІЙНОГО МАТРИЧНОГО ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ З ПОСТІЙНИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ**

В статті висвітлено метод дослідження стійкості матричного лінійних диференціального рівняння з постійними коефіцієнтами. Одним з класичних видів матричних диференціальних рівнянь лінійні матричні диференціальні рівняння, частинним випадком яких є рівняння Ляпунова. Матричні диференціальні рівняння виникають в задачах теорії стійкості, практичної стійкості, теорії оптимального керування і оцінювання стану систем за умов невизначеності. В зв'язку з цим необхідно обчислювати та аналізувати якісні властивості розв'язків матричних диференціальних рівнянь. Постають проблеми існування, єдиності, продовжуваності і аналізу умов стійкості для різних видів таких видів математичних рівнянь. Метод, розроблений в статті, базується на алгебраїчних властивостях власних чисел, жорданових форм матриць, використовує властивості коренів многочленів. В статті обґрунтовується теорема про умови стійкості, асимптотичної стійкості, нестійкості розв'язків лінійного матричного диференціального рівняння з постійними коефіцієнтами. Розроблена методика полягає у знаходженні максимальних дійсних частин власних чисел, а також у аналізі структури жорданової форми матриць лінійного диференціального рівняння. Наслідком теореми є відповідні умови стійкості матричного рівняння Ляпунова. Для знаходження власних чисел розроблено обчислювальний метод знаходження максимальної дійсної частини коренів многочлена, а також алгоритм знаходження коренів многочлена. В основі підходу лежить теорема Рауса-Гурвіца. Наведено результати обчислювальних експериментів.

***І. А. ДЖАЛЛАДОВА, О. Є. КАМІНСЬКИЙ***

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ КЕРОВАНOSTІ СИНГУЛЯРНИХ ГІБРИДНИХ СИСТЕМ В ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧАХ**

У статті досліджено сингулярні гібридні системи (СГС), які характеризуються поєднанням диференціально-алгебраїчної структури та гібридної динаміки з перемиканням між різними режимами. Наведено математичну модель, обґрунтовано підходи до аналізу стійкості та керованості та проведено чисельне моделювання. Такі системи природним чином виникають у складних технічних застосуваннях — від енергетики до біомедичних пристроїв — де поведінка об'єкта змінюється внаслідок аварій, перемикань або внутрішніх структурних змін. Запропоновано математичну модель СГС на основі матриць що залежать від дискретного режиму, де матриця може бути виродженою, що зумовлює сингулярність системи. Проведено аналіз керованості та стабільності таких систем із врахуванням специфіки — наявності алгебраїчних обмежень, імпульсних реакцій і неунікальності розв'язків. Розглянуто приклад системи з двома режимами: регулярним (з повною динамікою) та сингулярним (із замороженими змінними), продемонстровано зміну поведінки системи під час перемикання. Запропоновано підходи до аналізу стійкості із застосуванням гібридних функцій Ляпунова, методів Вейерштрасса та алгебраїчних критеріїв керованості, що враховують структурну виродженість. Проведено чисельне моделювання з використанням Python, реалізовано алгоритм керування у вигляді зворотного зв'язку по стану. Отримані результати підтверджують ефективність моделі у відображенні динаміки СГС, дозволяють дослідити вплив сингулярності на еволюцію стану, та підкреслюють необхідність точного аналізу при розробці стратегій керування. Графіки ілюструють типову поведінку системи при перемиканні, зокрема адаптацію до алгебраїчних обмежень та вплив на керованість. Представлена модель і результати моделювання можуть бути використані

для розробки безпечних та адаптивних систем керування у сферах, де сингулярні гібридні структури є невід'ємною частиною об'єкта управління.

***Н. Ф. ДИМИТРИЄВА***

## **МОДЕЛЮВАННЯ ВИХРОВОЇ СТРУКТУРИ ВСЕРЕДИНИ ВЕНТИЛЬОВАНОЇ КАВЕРНИ**

Дана робота присвячена проблемі моделювання примусово вентильованої газоподібної каверни в потоці рідини. Актуальність дослідження обумовлено необхідністю розвитку методів керування потоком з метою зниження опору тертя. Аналіз літературних джерел показав, що внутрішня структура течії всередині каверни, яка визначає її форму, розмір та стійкість, залишається маловивченою. Запропоновано методику чисельного моделювання нестационарної тривимірної двофазної течії в програмному пакеті з відкритим вихідним кодом OpenFoam. Було використано модель interFoam для двох нестисливих суцільних середовищ без фазового переходу, яка базується на підході Volume of Fluid (VOF). Розрахункову сітку побудовано методом покрокового подрібнення комірок з використанням утиліти snappyHexMesh для генерації тривимірної неструктурованої сітки з переважанням гекса-елементів, що враховує мікомасштабні структури течії в зоні фазового переходу та поблизу обтічного тіла. Результати розрахунків показали якісну узгодженість з теоретичними та експериментальними даними. Описано складну вихрову структуру всередині вентильованої порожнини. Виділено три зони: постійного тиску, в'язкої дифузії та двофазного шару змішування. Виявлено, що на відміну від парової суперкаверни за стійкою частиною надлишки повітря утворюють бульбашковий слід. Було проведено аналіз впливу геометричних та динамічних параметрів на формування та розвиток повітряної каверни, її розмір, форму та стійкість. Виявлено, що довжини зон каверни залежать від швидкості основного потоку рідини та витрати газу, що нагнітається, а товщина каверни визначається діаметром кавітатора. Показано, що за рахунок штучної вентиляції подовжується і підтримується зона постійного тиску.

***С. О. ДОВГИЙ, Г. Г. БУЛАНЧУК, О. М. БУЛАНЧУК***

## **GPU-РЕАЛІЗАЦІЯ РОЗРАХУНКУ ПРАВОЇ ЧАСТИНИ СЛАР У МЕТОДІ ДИСКРЕТНИХ ВИХРОВИХ РАМОК ДЛЯ ЗАДАЧ ОБТІКАННЯ ТОНКИХ ПЛАСТИН**

У роботі розглядається можливість використання графічного процесора (GPU) для розрахунку правої частини системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) у методі дискретних вихрових рамок при моделюванні обтікання тонких пластин ідеальною рідиною. При цьому швидкість руху вузлів вихрової пелени також розраховувалась на графічному процесорі. Для реалізації алгоритму розрахунку на GPU було використано мову програмування GLSL для обчислювальних шейдерів, що реалізується в межах стандарту OpenGL, починаючи із версії 4.3. Для обчислень на центральному процесорі (CPU) використовувалась мова програмування C# та фреймворк OpenTK. При реалізації алгоритмів на CPU розпаралелювання обчислень здійснювалася з використанням статичного методу Parallel.For. CPU-реалізація використовує числа подвійної точності, тоді як GPU-реалізація — числа одинарної точності і виключає умовні оператори для підвищення продуктивності. Проведено порівняльний аналіз точності та швидкості розрахунку задач обтікання пластинок різного розміру під різними кутами атаки. Результати чисельних експериментів показали, що при зниженні точності менш ніж на 1% (за критеріями розподілу тиску та повної сили) вдається досягти значного прискорення розрахунків — до 75 разів всієї задачі залежно від кількості вихрових елементів. Істотне збільшення похибки спостерігається при збільшенні розрахункового часу до  $t_{\max} = 6$ , але на той момент застосування методу може бути

некоректним, оскільки відбувається самоперетин вихрової пелени. При цьому саме перенесення обчислень правої частини СЛАР на GPU прискорює розрахунок всієї задачі приблизно в десять разів. Отримані результати підтверджують доцільність та ефективність перенесення розрахунків правої частини СЛАР на графічний процесор у задачах моделювання просторового обтікання пластин з використанням методу дискретних вихрових рамок.

***О. Ф. КАШПУР, Б. О. БОЙЧЕНКО***

## **ДИФЕРЕНЦІАЛИ ГАТО ТА ЇХ ОБЧИСЛЕННЯ**

Поліноміальна інтерполяція операторів у гільбертових та скінченновимірних евклідових просторах є актуальною задачею обчислювальної математики. Інтерполяційні поліноми знаходять численні застосування в різноманітних галузях, зокрема при ідентифікації складних систем, для побудови квадратурних формул при обчисленні континуальних інтегралів, у машинному навчанні, екологічному моделюванні та економічному прогнозуванні. Метою даної роботи є побудова формул для обчислення диференціалів Гато на основі формул поліноміальної інтерполяції.

У сучасній обчислювальній математиці задачі, що пов'язані з апроксимацією та аналізом операторів, заданих своїми значеннями, займають важливе місце. Особливу увагу приділяється обчисленню диференціалів Гато, які використовуються в теорії оптимізації, чисельних методах та прикладних дослідженнях. У цій роботі побудовано формули для знаходження значень диференціалів Гато на підставі інтерполяційних формул Лагранжа. Побудовані формули є точними для поліноміальних операторів. Наведено приклади обчислення диференціалів Гато в евклідовому просторі.

***В. А. КОЛПАКОВ, В. А. ВАНІН, Д. І. ЧЕРНІЙ***

## **МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ ЗАДАЧІ КОШІ-ПУАССОНА**

Розглядаються математичні моделі для лінійних збурень вільної поверхні, а також чисельний метод дискретних особливостей, який застосовується для її розв'язання. Зокрема, наведено опис контурних інтегралів, що лежать в основі математичної моделі, і обґрунтовано підхід до дискретизації задачі. Запропоновано реалізацію чисельного методу для розв'язання задачі Коші-Пуассона. Наведено результати чисельного моделювання. Представлено приклади розв'язків для задачі лінійними збуреннями вільної поверхні, а також проаналізовано поведінку системи за різних геометричних конфігурацій початкових збурень. У роботі представлено графічне відображення результатів чисельного моделювання. Об'єктом дослідження є еволюція поверхневих збурень довільної геометрії в ідеальній нестисливій рідині. Метою цієї роботи є застосування методу дискретних особливостей для розв'язання класу задач з лінійними збуреннями вільної поверхні, що описують течію ідеальної нестислої рідини в гравітаційному полі в області з вільною межею — нелокальних задач Коші, а також розробка обчислювальної технології, придатної для моделювання процесу еволюції поверхневих збурень довільної геометрії. У роботі розглянуто постановку задачі Коші-Пуассона з лінійними початковими збуреннями вільної поверхні, побудовано математичну модель на основі контурних інтегралів, виконано її дискретизацію та реалізовано чисельний метод дискретних особливостей. Продемонстровано поведінку моделі вільної поверхні рідини при порушенні умов лінійності початкових збурень.

***В. В. КУЗЬ, А. В. ШАТИРКО***

## **АВТОМАТИЧНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ МУЗИЧНИХ ІНСТРУМЕНТІВ**

У цій статті досліджується застосування перетворення Фур'є для автоматичного розпізнавання музичних інструментів в аудіозаписах. Зі зростанням складності музичних композицій та потребою в ефективній класифікації аудіо, дослідження зосереджується на вилученні детальних спектральних характеристик із звукових сигналів за допомогою швидкого перетворення Фур'є (FFT). Ці характеристики включають спектральний центроїд, ширину смуги пропускання, спад, швидкість перетину нуля та кепстральних коефіцієнти Mel-Frequency (MFCC), які представляють частотні характеристики різних інструментів.

Вилучені характеристики обробляються та використовуються для навчання моделей машинного навчання. Зокрема, у статті оцінюється продуктивність двох алгоритмів класифікації: методу апроксимації найближчого сусіда (ANN) та методу опорних векторів (SVM). Моделі навчаються на наборі даних коротких записів на одному інструменті та тестуються на зразках зі змішаних інструментів для оцінки можливостей узагальнення.

Експериментальні результати показують, що обидві моделі можуть ефективно класифікувати інструменти з високою точністю — понад 96% у контрольованих середовищах. Однак точність знижується у складних поліфонічних записах через перекриття частот. У дослідженні також підкреслюється роль таких бібліотек, як Librosa, Numpy та Scikit-learn, для попередньої обробки та навчання моделей.

Результати дослідження показують, що хоча запропонований підхід не ідеально підходить для визначення інструментів в оркестрах, він є дуже ефективним у класифікації сольних інструментів і може бути поширений на такі завдання, як розпізнавання жанрів. Майбутні дослідження можуть включати методи глибинного навчання та розділення джерел звуку для покращення продуктивності в поліфонічних умовах.

***В. В. КУЗЬМЕНКО, Я. П. ТРОЦЕНКО***

## **МОДЕЛЮВАННЯ ПОШИРЕННЯ ЗВУКОВИХ ХВИЛЬ У ПЛОСКОМУ ХВИЛЕВОДІ З ВИГИНАМИ**

У роботі досліджено поширення звукових хвиль у плоскому акустичному хвилеводі, що містить два вигини. Побудовано математичну модель задачі, що дозволяє проаналізувати особливості проходження акустичної хвилі крізь геометричну неоднорідність хвилевода залежно від його геометричних та фізичних параметрів. Для моделювання акустичного поля застосовано метод часткових областей. Обчислено енергетичні коефіцієнти проникнення хвилі крізь зони неоднорідності для широкого спектру хвильових розмірів та кутів вигинів хвилевода. Показано, що наявність вигинів призводить до істотної зміни спектральних характеристик. При хвильових розмірах, кратних половині довжини хвилі, відбувається різке зниження коефіцієнта проникнення, що пов'язано зі збудженням вищих нормальних мод у хвилеводі. У випадку, коли кут вигину перевищує  $90^\circ$ , амплітудно-частотна характеристика набуває складної структури з чергуванням зон зростання та спадання коефіцієнта проникнення, що вказує на наявність резонансних явищ у кутовій області хвилевода. Така область функціонує як резонансна камера, в якій може відбуватися ефективне перетворення енергії між різними модами. Встановлено, що при збільшенні кута вигину від  $0^\circ$  до  $90^\circ$  коефіцієнт проникнення поступово зменшується, однак при подальшому збільшенні кута відзначаються коливання цього коефіцієнта. Проаналізовано зміну домінантної моди залежно від хвильового розміру та кутів вигину, а також показано можливість ефективного перетворення енергії між нижчими та вищими модами у певних точках частотного діапазону, що має потенційне практичне застосування в задачах акустичного фільтрування, управління напрямком звукової енергії та створення хвильових резонаторів. Отримані результати верифіковані шляхом контролю виконання закону збереження енергії, умов спряження підобластей та крайових умов на поверхні хвилевода.

***О. П. НЕЧУЙВІТЕР, В. В. ІВАНОВ, А. С. ШНІЦАР, О. Р. ГІЩАК, А. В. ЗАБОРНИЙ***

## **ЕФЕКТИВНЕ ЧИСЕЛЬНЕ ІНТЕГРУВАННЯ ДВОВИМІРНИХ ШВИДКООСЦИЛЬОВАНИХ ФУНКЦІЙ ЗАГАЛЬНОГО ВИДУ**

Однією з ключових задач у сучасній прикладній математиці, без якої неможливе моделювання та аналіз складних процесів, зокрема в математичній фізиці, цифровій обробці зображень, є чисельне інтегрування функцій багатьох змінних. Часто аналітичне обчислення багатовимірних інтегралів є неможливим через складність самих функцій або області інтегрування, що зумовлює необхідність застосування ефективних чисельних методів. Основна проблема чисельного інтегрування функцій багатьох змінних полягає в зростанні обчислювальних витрат зі збільшенням розмірності області інтегрування — так зване «прокляття розмірності». Це спонукає до пошуку ефективних методів, які дозволяють зберігати баланс між обчислювальною складністю та точністю результатів. Особливий інтерес становлять методи чисельного інтегрування, розроблені з використанням інформаційних операторів, які відновлюють проміжні значення величин за наявним набором відомих значень функції багатьох змінних в точках, на лініях, площинах, тощо. На основі таких операторів будуються економні схеми інтерполяції функцій двох та трьох змінних. Застосування економних схем в чисельному інтегруванні функцій декількох змінних дозволяє з меншою кількістю даних обчислювати багатовимірні інтеграли із заданою наперед точністю порівняно з класичними методами. Метою даної статті є демонстрація використання економних схем інтерполяції для наближеного обчислення подвійних інтегралів, а також двовимірних інтегралів від швидкоосцильованих функцій загального виду.

***І. Ю. ПИЛИПЧЕНКО, С. О. ДОВГИЙ, Д. І. ЧЕРНІЙ***

## **МОДЕЛЮВАННЯ ОБТІКАННЯ ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ З СИСТЕМОЮ КОНФУЗОРІВ БРІКСА-КОРТА**

Літальні апарати типу VTOL викликають зростаючий інтерес завдяки своїй універсальності та здатності діяти в умовах обмеженого простору. Перспективним розвитком цього напрямку є застосування комплексу технічних рішень з аеродинамічних компонувань, для забезпечення необхідної аеродинамічної якості ЛА на усіх режимах польоту одночасно, а саме – оснащення літаючої платформи системою насадків Брікса-Корта, які здатні підвищити аеродинамічну ефективність рушіїв ЛА як у вертикальному, так і в горизонтальному режимах польоту. Комплексне дослідження цієї концепції є необхідним кроком у напрямі створення концептуально нових літальних ЛА - систем надмалих мобільних літальних платформ, схема польоту яких залежить від орієнтації ЛА у просторі. Об'єкт дослідження: моделі літальних апаратів з насадками Брікса-Корта, для вертикального зльоту і приземлення та горизонтального польоту. Метою роботи є розробка теоретично обґрунтованої концепції літального апарата вертикального зльоту та горизонтального польоту (типу VTOL) з вантажопідйомністю до 200 кг, здатного забезпечити горизонтальний політ протягом 10–30 хвилин на швидкості до 100 км/год. Основна увага приділяється створенню ефективної аеродинамічної компоновки, аналізу тягових характеристик та дослідженню можливостей використання спеціалізованих аеродинамічних елементів (зокрема, насадків типу Брікса-Корта) для підвищення ефективності рушіїв у режимах вертикального та горизонтального польоту.

***Ю. М. САВЧЕНКО, Ю. А. СЕМЕНОВ, Г. Ю. САВЧЕНКО***

## **НЕЛІНІЙНІ ГРАВІТАЦІЙНІ ХВИЛІ В ПОТОЦІ РІДИНИ У КАНАЛІ ЗІ СКЛАДНОЮ ГЕОМЕТРІЄЮ ДНА, ПОКРИТОГО БИТИМ ЛЬДОМ**

Розглянуто двовимірну нелінійну задачу про сталу течію в каналі, вкритому битим льодом з довільним рельєфом дна. Для розв'язання задачі використано метод інтегрального годографа, який зводиться до системи нелінійних рівнянь у модулі швидкості на вільній поверхні. Ці рівняння отримано з динамічної граничної умови. Результати, що показують вплив гравітації на геометрію вільної поверхні, представлені для широкого прямокутника і траншеї в широкому діапазоні чисел Фруда, включаючи як докритичні, так і надкритичні течії. Для надкритичних течій відтворено дві сім'ї розв'язків для довільної форми дна. Показано, що додаткова умова, яка вимагає, щоб вільна поверхня була плоскою на скінченній відстані від перешкоди, вибирає єдиний розв'язок для заданої висоти дна і ширини прямокутника для надкритичних течій. Це рішення є неперервним при переході від докритичного до надкритичного режиму течії. Розглядаються приклади для широкої прямокутної перешкоди і траншеї на дні каналу. Розглянуто два режими течії. Перший - докритичний режим, для якого хвиля, генерована профілем дна, поширюється тільки вниз за течією до нескінченності. Другий - надкритичний режим, для якого можуть існувати два різних типи розв'язків: один з меншою висотою гребеня хвилі, відомий як «збурена» хвиля, і інший з більшою висотою гребеня хвилі, названий «солітонною» хвилею. «Збурена» хвиля належить до сімейства стійких розв'язків, які відмежовуються від рівномірного потоку, коли висота перешкоди зростає від нуля. На противагу цьому, «солітонна» хвиля виникає з одиночного хвильового рішення, коли висота перешкоди зростає від нуля. Ці два сімейства розв'язків зливаються в точці згину, що характеризується мінімальним числом Фруда,  $F_{min}$ . В діапазоні чисел Фруда  $1 < F < F_{min}$  не існує розв'язків. Прикметно, що як «збурені», так і «солітонні» розв'язки мають безхвилясті поверхні.

***Н. В. СТУЧИНСЬКА, М. Д. АНДРІЙЧУК, П. В. МИКИТЕНКО***

## **ОПТИМІЗАЦІЯ ВИРОБНИЧИХ ТА ЛОГІСТИЧНИХ ЗАДАЧ У ФАРМАЦІЇ ЗАСОБАМИ МАТЕМАТИЧНОГО ТА КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ**

У статті представлено комплексне дослідження, що поєднує теоретичні та практичні аспекти застосування методів математичного моделювання у фармації, можливостей його використання для підвищення ефективності виробничих процесів, оптимізації логістичних рішень і вдосконалення процесу фахової підготовки майбутніх фармацевтів. Здійснено аналіз потреб та можливостей використання методів математичного та комп'ютерного для раціоналізації процесів розроблення нових препаратів та доведення фармацевтичних засобів і виробів медичного призначення від виробничої до споживчої сфери. Проведено огляд наукових публікацій у контексті розвитку методів математичного програмування від підходів Ж. Лагранжа до сучасних методів лінійного та нелінійного програмування, що знайшли широке застосування в економіці та фармацевтичній галузі. Особливу увагу приділено математичному моделюванню оптимального розподілу ресурсів і транспортної логістики у фармації. Розглянуто роль систем комп'ютерної математики (СКМ), таких як MathCad, у спрощенні процесу розв'язання оптимізаційних задач. Завдяки можливості оперативного змінення вихідних параметрів (запаси сировини, собівартість продукції тощо), програма MathCad дає змогу ефективно моделювати різні сценарії виробництва та логістики у фармації, швидко обчислювати задачі лінійного та нелінійного програмування, автоматизуючи розрахунки та мінімізуючи ризик помилок. В рамках дослідження продемонстровано методику розв'язання оптимізаційної задачі виробництва ліків. Цільовою функцією є максимальний прибуток від реалізації. Також запропоновано методику розв'язання типової транспортної задачі, що передбачає мінімізацію витрат на перевезення товару від декількох складів до декількох споживачів з урахуванням обмежень на ресурси. Використано метод потенціалів, що забезпечує коригування транспортних маршрутів з метою зниження загальних логістичних витрат.

Розглянуто дидактичний аспект застосування математичних моделей у підготовці майбутніх магістрів фармації. Використання комп'ютерного моделювання в навчальному

процесі сприяє розвитку аналітичного мислення та навичок роботи з оптимізаційними методами, що є важливими для ефективного управління ресурсами у фармацевтичній галузі. Автори обґрунтовують доцільність реалізації на практичних заняттях з дисципліни «Комп'ютерне моделювання у фармації» реальних задач фармацевтичної галузі, які є важливим засобом формування професійних компетентностей майбутніх працівників фармацевтичної сфери. Отримані результати вказують на ефективність використання методів математичного програмування для вирішення задач оптимізації у фармації. Використання математичних моделей дає змогу точніше прогнозувати попит, планувати виробничі потужності та логістичні процеси, що, в свою чергу, зменшує ризики браку або надлишків продукції.

Подальший розвиток математичних методів та комп'ютерних технологій відкриває перспективи для модернізації процесів розроблення, виробництва та постачання лікарських засобів і виробів медичного призначення, їх раціонального використання для фармацевтичної опіки та підвищення якості медичної допомоги населенню.

***Н. В. СТУЧИНСЬКА, Г. В. ХРАПІЙЧУК***

### **ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ МАТЕМАТИЧНОГО ТА КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ФАРМАКОКІНЕТИЧНИХ ПРОЦЕСІВ**

В роботі проведено аналіз можливостей використання методів математичного та комп'ютерного моделювання для опису процесів, що відбуваються в організмі при різних способах введення лікарських засобів (ЛЗ). Автори детально розглядають фармакокінетичні моделі, що адекватно описують найбільш уживані у медичній практиці способи введення лікарських засобів – однокамерну лінійну модель, однокамерну лінійну модель з депо. Розглядають етапи створення відповідних моделей за допомогою диференціальних рівнянь, методи їх розв'язування, аналізують отримані результати та ілюструють їх графіками. Ці фармакокінетичні моделі дають змогу достатньо добре описати процеси, що відбуваються при одноразовій ін'єкції в кров, інфузії, пероральному і внутрішньо м'язовому введенні лікарських препаратів. Водночас розуміння сутності цих процесів є базовим для створення інноваційних методів, здатних забезпечити ефективний фармацевтичний супровід в умовах сучасного технологічного прогресу.

Автори обґрунтовують доцільність використання систем комп'ютерної математики (на прикладі MathCad) для аналізу фармакокінетичних моделей. Широкі можливості програми MathCad дають змогу оперативно змінювати вихідні параметри (сталу елімінації, коефіцієнти розчинення і всмоктування, швидкість інфузії тощо), моделюючи різні сценарії розподілу та зміни концентрації лікарського препарату в організмі при різних способах його введення.

У статті автори демонструють спектр можливостей застосування методів комп'ютерного моделювання при підготовці майбутніх фахівців галузі охорони здоров'я. Показано, що уміння застосовувати методи моделювання для розв'язання практичних завдань у сучасній медицині є важливою складовою професійної компетентності сучасного лікаря та фармацевта. На прикладі однокамерних фармакокінетичних моделей продемонстровано методику синергетичного поєднання фундаментальних (біофізики, математики, комп'ютерного моделювання) та фахових клінічних дисциплін. Натреновані до автоматизму вміння моделювати і аналізувати подібні процеси складають основу дослідницької компетентності і дають змогу виконувати проекти з трансдермального (підшкірного) введення ЛЗ чи інших новаторських технологій, основами яких майбутні лікарі мають оволодіти в процесі навчання в медичних університетах. Розроблена дидактична система орієнтована на вивчення математичних та комп'ютерних методів моделювання та їх широке використання у наукових дослідженнях і професійних кейсах.

***В. В. ФІЛОНОВ, Г. О. ВОРОПАЄВ***

## ЕНЕРГЕТИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ КЛАСИЧНОЇ МОДЕЛІ СУМІШІ ДЛЯ ОЦІНКИ ПАРАМЕТРІВ ДЕТОНАЦІЇ В ОБМЕЖЕНОМУ ОБ'ЄМІ

Наведені особливості оцінки параметрів детонації в обмеженому об'ємі з урахуванням кінетики узагальненої реакції горіння в контексті параметричної задачі максимізації одиничного реактивного імпульсу. Розрахунок характерних величин ударного фронту та безпосереднього стану середовища базуються на моделі суміші без урахування можливої морфологічної гетерогенності у вигляді об'ємних сил, що характеризують міжфазну взаємодію. Реагенти та продукти горіння розглядаються індивідуальними компонентами (з точки зору їх теплофізичних властивостей) та описуються єдиним полем швидкості, тиску та температури з відслідковуванням матеріальних співвідношень. В цілому такий підхід безпосередньо для опису переносу середовища є розповсюдженим для такого типу задач, проте виникає певна незручність з точки зору розрахунку енергетичного виходу реакції, яка базується на тепломасообмінному члені (в загальному - дифузійний член) рівняння енергії для суміші. Це призводить до того, що в переважній більшості випадків необхідним є узгодження залежностей теплофізичних властивостей компонент (ізобарна/ізохорна теплоємність, ентальпія та ентропія). При цьому принципово відсутня можливість будь-яким чином впливати на енергетичний вихід реакції, що здебільшого призводить до значно більших прогнозних температур середовища у порівнянні з адіабатичними параметрами детонації. В роботі в першому наближенні запропонована модифікація, яка дозволяє враховувати енергетичний вихід реакції явним чином, та значною мірою спрощує вимоги щодо підготовки самоузгоджених функцій калоричного рівняння стану кожної із компонент. Для врахування кінетики реакції детонаційного горіння на основі співвідношення Арреніуса побудована модифікована функція швидкості прямої реакції, яка мультиплікативно враховує «турбулізацію» потоку, що все ще потребує обговорення. Запропоновані модельні співвідношення були імплементовані у вигляді користувацької моделі горіння в ANSYS CFX, та застосовувалися для попередньої оцінки одичного детонаційного імпульсу в обмеженому просторі.

Program & Abstracts of  
XXII International Symposium  
MODELING, CONTROL AND OPTIMIZATION OF SYSTEMS - DISCRETE SINGULARITIES METHODS IN  
MATHEMATICAL PHYSICS  
MCOS-DSMMPH-2025  
June 26-30, 2025, Kyiv, Ukraine (Zoom)

**Prepared for printing by**  
Organizing Committee **MCOS-DSMMPH-2025:**  
Faculty of Computer Science and Cybernetics Taras Shevchenko National University of Kyiv  
64/13, Volodymyrska Street,  
Kyiv, 01601, Ukraine, <https://mss.csc.knu.ua/mcos>

Department of Higher Mathematics National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»  
Kyrpychova Str.2, MAC,  
Kharkiv, 61002, Ukraine, <https://web.kpi.kharkov.ua/vm/about-vm/>  
Edition 100 copies.